

文章编号: 1001-0920(2003) 03-0332-04

委托代理框架下实物期权最优投资策略研究

庄新田, 黄小原

(东北大学 工商管理学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 在非对称信息条件下, 讨论实物期权定价及其投资优化问题。根据委托代理理论, 提出实物期权投资者和经营者的价值模型, 在实物期权经营者对于项目价值信息隐匿条件下, 应用极大值原理推导出实物期权最优投资和转移价值的解, 指出投资与项目价值、转移价值与项目价值间的关系, 分析实物期权价值模型各参数对投资决策的影响作用。

关键词: 实物期权; 期权价值; Black-Scholes 模型; 委托代理; 极大值原理

中图分类号: F224. 11

文献标识码: A

Research on optimal investment tactics of real option under trust-agent conditions

ZHUANG Xin-tian, HUANG Xiao-yuan

(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: Under non-symmetry information condition, the real option fixed price and the problem of the optimal investment are discussed. According to the theory of the principle trust-agent, the value model of real option for the investor and administrator is given. When the real option administrator hides the project value information, the solution of real option optimal investment and the shift value are derived applying the maximal principle. The relation between the investment and project value and between the shift value and project value are pointed out. The influences of all parameters of the real option value model to the investment policy decision are analyzed.

Key words: Real option; Option value; Black-Scholes models; Trust-agent; Maximal principle

1 引言

实物期权方法运用金融期权理论, 通过 Black-Scholes 模型或二项式公式给出投资项目的定价。从金融期权向实物期权转化需要一种思维方式, 就是要将金融市场的规则引入企业内部战略投资决策中, 其核心思想是在确定投资机会的价值和最优投资策略时, 应从建立在市场基础上的使项目价值最大化角度, 采取投资、等待及放弃等多种方案, 从而增加投资决策的灵活性。文献[1]利用金融期权定价理论确定实物期权的内在价值及企业并购的期权特

征, 研究实物期权的投资决策。文献[2, 3]利用实物期权方法研究柔性制造系统投资及资本预算问题。文献[4]针对目标公司市场价值的不稳定性, 利用实物期权方法降低并购投资的风险。

在应用实物期权方法进行项目投资及管理决策中, 当项目所有权与经营权分离时, 在投资者与经营者之间形成委托代理关系, 此时, 项目投资者希望设计一个委托代理的激励策略, 以便实现投资的优化。非对称信息条件下的委托代理问题在金融、市场营销及供应链管理中得到了应用^[5-8]。本文将委托代

收稿日期: 2002-04-01; 修回日期: 2002-04-28。

基金项目: 辽宁省自然科学基金资助项目(9910200208)。

作者简介: 庄新田(1965—), 男, 吉林四平人, 副教授, 博士后, 从事金融工程研究; 黄小原(1947—), 男, 河南罗山人,

教授, 博士生导师, 从事金融工程、供应链管理研究。

理理论应用于实物期权投资,设计投资者和经营者的实物期权价值模型,在非对称信息条件下研究实物期权的最优投资策略。

2 实物期权价值模型

2.1 实物期权的价值描述

实物期权方法利用随机过程描述投资项目的价值或现金流的变化过程,并假定项目的投资决策可以无限期推迟,即实物期权方法既包含了项目价值的不确定性,又包含了推迟项目实施的可能性,因项目价值非负,其价值的变化符合几何布朗运动,定义为

$$dv = avdt + \sigma v dz \quad (1)$$

式中: v 为项目的价值; a 为项目价值的瞬间增长率; σ 为项目价值波动的标准差; a, σ 为非负的常数; dt 为时间长度; dz 为标准的几何布朗运动,即 $dz = \epsilon \sqrt{dt}$, 其中 $\epsilon \sim N(0, 1), E(dz) = 0$ 。

当以 $F(v)$ 表示投资价值为 v 的项目收益(项目 v 的期权价值)时,项目最优投资决策问题可描述为寻求投资时间 T , 使投资收益 $(v_T - I)$ 的期望折现值最大,即

$$F(v) = \max E[(v_T - I)e^{-\rho T}] \quad (2)$$

式中: T 为实施投资的未来时间; ρ 为以项目投资收益率表示的折现率,即投资者投资该项目的期望收益率; I 为项目的投资费用; v_T 为 T 时刻项目的价值; $e^{-\rho T}$ 为按连续复利率 ρ 计算的折现因子。

2.2 实物期权价值模型

当项目的投资决策可无限期推迟时,意味着实物期权执行的到期日没有边界条件,期权价值与时间无关。文献[1]运用伊藤(Ito)定理,根据布莱克-舒尔斯期权定价模型给出了与时间无关的实物期权价值的二阶微分方程,即

$$\frac{1}{2}\sigma^2 v^2 \frac{d^2 F}{dv^2} + (\rho - \delta)v \frac{dF}{dv} - \rho F = 0 \quad (3)$$

式中: F 为投资于价值为 v 的项目期权价值; $\delta = \rho - a$ 为投资该项目产生的现金流收益率,即推迟实施项目的损失率。

二阶微分方程(3)的边界条件为

$$F(0) = 0 \quad (4)$$

$$F(v^*) = v^* - I \quad (5)$$

$$F'(v^*) = 1 \quad (6)$$

式(4)表示当项目价值 $v = 0$ 时,投资该项目不会产生任何收益,所以期权价值 $F(0) = 0$;式(5)给出在现时点,即 $T = 0$ 时,推迟或实施项目的临界值 v^* , 因在临界值上 $v = v^*$, 则有 $F(v^*) = v^* - I$; 式(6)

给出了 Smooth-pasting 条件,对临界值 v^* , 有 $F'(v^*) = 1$ 。

实物期权价值的二阶常微分方程(3)的解^[1],即

$$v^* = \frac{\beta - 1}{\beta - 1} I \quad (7)$$

$$F(v) = \frac{(\beta - 1)^{\beta - 1} v^\beta}{\beta I^{\beta - 1}} \quad (8)$$

$$\beta = \frac{1}{2} - \frac{(\rho - \delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{\rho - \delta}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2\rho}{\sigma^2}} \quad (9)$$

式(7)给出了项目实施的临界条件,即 $v = v^*$; 式(8)描述了当投资 I 在一定条件下,实物期权价值 $F(v)$ 与项目价值 v 之间的关系;式(9)是 $F(v)$ 中参数 β 的描述, β 为由投资该项目的期望收益率 ρ 、现金流收益率 δ 、项目价值波动标准差 σ 组成的常数项。

3 委托代理框架下实物期权最优投资模型

3.1 委托人与代理人的价值模型

实物期权就是项目投资优化及管理决策。在委托代理框架下,从所有权与经营权相分离的角度,项目的投资者为委托人,项目的经营者为代理人。此时,实物期权的投资与管理就构成一个非对称信息条件下的委托代理问题,投资优化即为在信息隐匿下,委托人与代理人各自价值函数的联合最优问题。

实物期权委托人的价值函数可表示为

$$z_0 = p(v) + v \quad (10)$$

$$I(v) = v \quad (11)$$

式中: p 为经营者对于投资者的转移价值; I 为投资者对项目的投资额; p, I 均为项目价值 v 的函数, v 代表项目的所有权。式(10)描述了实物期权经营中委托人的价值函数,式(11)为投资者的理性投资约束。

实物期权代理人的价值函数可表示为

$$z_2 = F(v, I) - p(v) \quad (12)$$

式中: $F(v, I)$ 为实物期权价值,见式(7); $F(v, I)$ 代表项目的经营权。

3.2 实物期权最优投资模型

为处理问题方便,这里将理性约束式(11)变为一个等价的二次型函数,即 $1/2b(v - I(v))^2$, b 为权重参数,将委托人价值函数推广为

$$z_1 = z_0 - \frac{1}{2}b(v - I(v))^2 =$$

实物期权投资经营作为一个典型的委托代理问题,存在项目价值信息的非对称性。作为实物期权经营者的代理人直接参与项目的经营,了解项目的价值。而其委托人不直接参与项目的经营,观察不到项目的真实价值,但是其变动区间 $v \in [v_1, v_2]$ 已知,概率密度 $g(v)$ 已知,在委托代理框架下,这是一个项目价值信息隐匿的逆向选择问题^[7,8]。问题的核心是委托人如何设计一个激励合同,使代理人在实物期权经营中尽量给出接近真实的项目价值 v 。该问题可描述为

$$\max z_1 = \int_{v_1}^{v_2} [p(v) + v - \frac{1}{2}b(v - I(v))^2]g(v)dv \quad (14)$$

$$\arg \max_v z_2 = F(v, I(\hat{v})) - p(\hat{v}) = \frac{(\beta - 1)v^{\beta-1}}{\beta^\beta I(v)^{\beta-1}} - p(\hat{v}) \quad (15)$$

式(14)描述了实物期权投资者的价值函数,即在数学期望条件下,使投资的价值最大,这是一个项目价值 v 被经营者隐匿的逆向选择问题,其决策变量是项目投资 I 和转移价值 p 。

在式(15)中,期权价值 $F(v, I(\hat{v}))$ 的投资 $I(\hat{v})$ 隐含隐匿信息,而该隐匿信息是投资者采取激励策略时使经营者给出的接近真实的项目价值 v , $F(v, I(\hat{v}))$ 中直接表示的项目价值 v 对经营者是已知的。同理,转移价值写为信息隐匿形式 $p(\hat{v})$ 。

下面讨论价值函数式(14)和(15)的优化问题。将经营者价值函数式(15)转化为一阶条件作为激励相容约束,注意到对式(15)的一阶条件是对于项目价值逼近值 v 进行的,即

$$\frac{dz_2}{dv} = \frac{dF(v, I(\hat{v}))}{dv} - \frac{dp(\hat{v})}{d\hat{v}} = 0$$

$$\frac{dp(\hat{v})}{d\hat{v}} = - \frac{(\beta - 1)v^{\beta-1}}{\beta^\beta I(v)^\beta} \times \frac{dI(\hat{v})}{d\hat{v}}$$

写成简化形式有

$$\frac{dp}{dv} = - \frac{(\beta - 1)v^{\beta-1}}{\beta^\beta I^\beta} u \quad (16)$$

式中引入投资 I 对项目价值 v 的微分函数作为控制变量,即

$$dI/dv = u \quad (17)$$

于是式(14)和(15)变为以实物期权的转移价值和投资作为状态变量,以投资对于实物期权价值一阶微分函数作为控制变量,以实物期权投资者价值期望最大化为目标函数的最优控制问题。

用极大值原理,问题的哈密顿函数

$$H = - [p + v - \frac{1}{2}b(v - I)^2]g(v) - \lambda_1 \frac{(\beta - 1)v^\beta}{\beta^\beta I^\beta} u + \lambda_2 u \quad (18)$$

其中 λ_1 和 λ_2 为方程的协态变量。

问题的控制方程,为

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} = - \lambda_1 \frac{(\beta - 1)v^\beta}{\beta^\beta I^\beta} + \lambda_2 \quad (19)$$

问题的协态方程为

$$- \frac{d\lambda_1}{dv} = \frac{\partial H}{\partial p} = - g(v) \quad (20)$$

$$- \frac{d\lambda_2}{dv} = \frac{\partial H}{\partial I} = - b(v - I)g(v) + \lambda_1 \frac{(\beta - 1)v^\beta}{\beta^{\beta-1} I^{\beta+1}} \quad (21)$$

由协态方程(20),有

$$\lambda_1 = G(v) - 1 \quad (22)$$

其中 $G(v)$ 为概率密度 $g(v)$ 的分布函数。

由控制方程(19)和协态变量方程(22),有

$$\lambda_2 = \lambda_1 \frac{(\beta - 1)v^\beta}{\beta^\beta I^\beta} = \frac{(\beta - 1)v^\beta}{\beta^\beta I^\beta} (G(v) - 1) \quad (23)$$

$$\frac{d\lambda_2}{dv} = \frac{(\beta - 1)v^{\beta-1}}{\beta^{\beta-1} I^\beta} (G(v) - 1) + \frac{(\beta - 1)v^\beta}{\beta^\beta I^\beta} g(v) \quad (24)$$

比较方程(21)和(24)右端,令

$$Q = \frac{(\beta - 1)v^{\beta-1}}{\beta^{\beta-1} I^\beta} (G(v) - 1) - \frac{(\beta - 1)v^\beta}{\beta^\beta I^\beta} g(v) - b(v - I)g(v) + \frac{(\beta - 1)v^\beta}{\beta^{\beta-1} I^{\beta+1}} (G(v) - 1)$$

取 $A = \frac{(\beta - 1)v^\beta}{\beta^\beta}$, 将上式整理成关于投资 I 的代数方程

$$Q(I) = bg(v)I^{\beta+2} - bvg(v)I^{\beta+1} + [A\beta v^{\beta-1}(G(v) - 1) + Av^\beta g(v)]I + A\beta v^\beta (G(v) - 1) \quad (25)$$

$$Q(I) = 0 \quad (26)$$

式(25)和(26)没有解析解,只能采取数值求解。给定项目价值 v , 在 $Q(I) = 0$ 条件下,由式(25)的变形方程 $\min Q^2(I)$ 近似求解最优投资值 $I = I^*$, 然后通过状态方程(16)和(17)求解转移价值 p 。

4 实物期权的参数分析

在实物投资中,一个掌握投资机会的企业拥有在未来的某一时间内,可根据项目价值的变化来决定行使或放弃投资的权利。因此,持有投资机会就象持有有一个金融看涨期权,投资项目相当于金融期权的标的物,项目价值 v 相当于标的物的市场价值,投资费用 I 相当于期权的执行价格,投资收益 $F(v)$ 相当于期权价格,项目未来收益的不确定性相当于标的物的风险。式(7)~(9)给出了实物期权价值二阶常微分方程的解,下面分析其参数的影响和对应的投资规律。

1) 项目临界值 v^* 大于投资 I 。根据微分方程(3)解的条件,有 $\beta > 1$, 则 $\beta/(\beta-1) > 1$, 由式(7)可知, $v^* > I$ 。因此,实施项目的条件是 $v > \beta I/(\beta-1)$, 而在 NPV 方法中,只要 $v > I$ 即可。

2) 临界值 v^* 随着风险 σ 的增加而变大。由式(9)有 $\frac{d\beta}{d\sigma} < 0$, 因 $\frac{d\beta/(\beta-1)}{d\beta} < 0$, 所以 $\frac{dv^*}{d\sigma} > 0$ 。 σ 越大, v^* 越大, 实施期权的可能性减少或推迟。当风险 $\sigma \rightarrow 0$ 时, v^* 等于投资 I 。

3) 临界值 v^* 随着项目期望收益率 ρ 的增加而增大。因 $\rho = a + \delta$, 当 a 取值一定时, ρ 与 δ 成正比关系, 由式(9)有 $\frac{d\beta}{d\delta} > 0$, $\frac{d\beta}{d\rho} < 0$, 因 $\frac{d\beta/(\beta-1)}{d\beta} < 0$, 所以 $\frac{dv^*}{d\rho} > 0$ 。投资者期望的项目收益率 ρ 越大, v^* 越大, 实施期权的可能性减少或推迟。

5 案例分析

设实物期权问题中,项目价值 v 服从均匀分布, $v \in [v_1, v_2] = [0.2, 0.6]$, 概率密度 $g(v) = 1/(0.6 - 0.2) = 2.5$, $G(v) = 2.5(v - 0.2)$ 。取期权参数 $r = 0.06$, $\delta = 0.04$, $\sigma = 0.07$, 则根据式(9), 计算实物期权参数 $\beta = 5.7900$, 取利润参数 $b = 0.3$ 。运用 MATLAB 非线性无约束优化功能函数——fmin 函数求解式(25)和(26)的变形方程, 即 $\min Q^2(I)$, 结果如图 1 所示。其中, “ \circ ” 为非对称信息条件; “—” 为对称信息条件。由式(16)和(17)计算转移价值 p , 结果如图 2 所示。

图 1 描述了项目价值 v 与投资 I 的关系, 可看出非对称信息条件下的投资大于对称信息条件下的投资, 说明作为项目投资者的委托人不掌握信息所付出的代价。图 2 描述了项目价值 v 与转移价值 p 的对应关系。

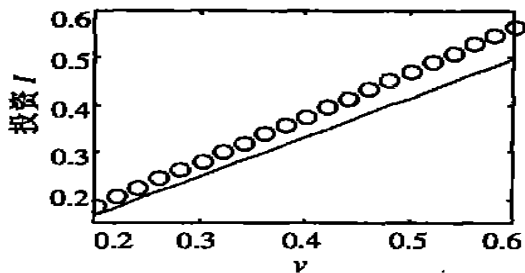


图 1 实物期权投资关系 v

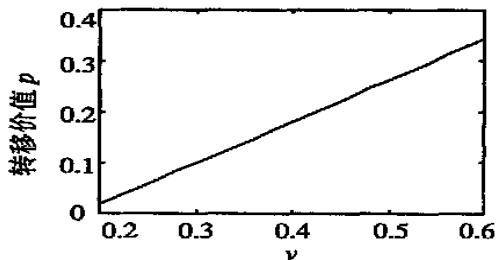


图 2 实物期权转移价值关系 v

6 结 语

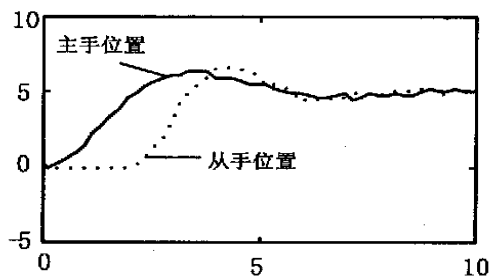
本文在非对称信息条件下, 讨论实物期权定价及其投资优化问题, 在项目投资的所有权与经营权分离的情况下, 根据委托代理理论, 提出实物期权投资者和经营者价值函数, 在实物期权经营者对于项目价值信息隐匿条件下, 应用极大值原理推导了实物期权最优投资和转移价值求解方案, 并分析各主要参数对项目实施决策的影响, 这些参数的估值表现出投资者对规避风险, 追求收益的态度。目前, 与金融期权市场相比, 实物期权的研究较少, 其原因在于实物投资面临的不确定性环境难以有一个量化的基准, 且可利用的数据具有局限性, 这为实物期权理论的发展提出了新的研究课题。

参考文献(References):

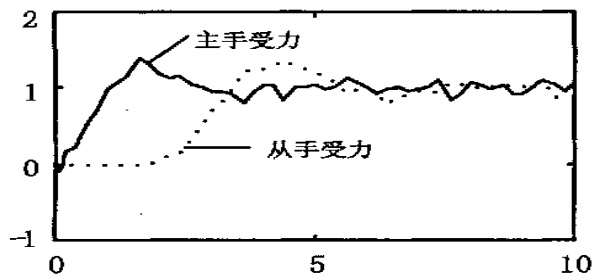
- [1] Meier H G, Christofides N, Salkin G. Capital budgeting under uncertainty — An integrated approach using contingent claims analysis and integer programming[J]. *Operations Research*, 2001, 49(2): 196-206.
- [2] Grenadier S R. Valuing lease contracts: A real-options approach[J]. *J of Financial Economics*, 1995, 38(3): 297-331.
- [3] Paddock J, Siegel D, Smith J. Option valuation of claims on physical assets: The cases of offshore petroleum leases[J]. *Quarterly J of Economics*, 1988, 103(3): 479-508.
- [4] Abel A B. Optimal investment under uncertainty[J]. *American Economic Review*, 1983, 73(2): 228-233.

5 实验结果

临场感系统的实验装置由力矩电机、主从机械手、力和位置传感器、数据采集及控制板和586微机组成。数据采集及控制频率为2 kHz, 通讯时延($T_1 = 1.2\text{ s}$, $T_2 = 0.8\text{ s}$) 通过缓冲技术模拟实现。实验环境为已知的质量-弹簧-阻尼体, 实验结果如图4所示。



(a) 位置跟踪曲线



(b) 力跟踪曲线

图4 预测控制结果

实验表明: 主从机械手工作稳定, 主机械手的位置和力变化情况与2 s后从机械手的情况较为一致, 说明系统预测准确, 具有良好的操作性能。

6 结 语

针对通讯时延对临场感系统稳定性和操作性的影响, 提出了一种预测算法, 分析和实验表明该方法具有以下优点: 1) 在传输时延时变的情况下, 能保证系统的稳定性和良好的操作性能; 2) 不需要事先知道环境模型, 并可适应环境的变化。

参考文献(References):

- [1] Anderson R J, Spong M W. Bilateral control of teleoperators with time delay[J]. *IEEE Trans Automation Control*, 1989, 34(4): 494-501.
- [2] Niemeyer G, Slotine J J E. Stable adaptive teleoperation[J]. *IEEE J of Oceanic Engineering*, 1991, 16(1): 152-162.
- [3] 宋爱国, 黄惟一. 空间遥控作业系统的自适应无源控制[J]. *宇航学报*, 1997, 18(3): 26-32.
(Song A G, Huang W Y. Adaptive passive control of space telemanipulation systems[J]. *J of Astronautics*, 1997, 18(3): 26-32.)
- [4] Munir S, Book W J. Internet based teleoperation using wave variables with prediction[A]. *Proc of IEEE/ASME Int Conf on Advanced Intelligent Mechatronics* [C]. 2001. 43-50.
- [5] Kosuge K, Murayama H, Takeo K. Bilateral feedback control of telemanipulators via computer network[A]. *Proc of the 1996 IEEE/RSJ Int Conf on Intelligent Robots and Systems* [C]. 1996. 1380-1385.
- [6] Park J H, Cho H C. Sliding-mode controller for bilateral teleoperation with varying time delay[A]. *Proc of Int Conf on Advanced Intelligent Mechatronics* [C]. 1999. 311-316.
- [7] Niemeyer G, Slotine J J E. Towards force-reflecting teleoperation over the internet[A]. *Proc of IEEE Int Conf on Robotics & Automation* [C]. 1998. 1909-1915.
- [8] Yokokohji Y, Imaida T, Yoshikawa T. Bilateral teleoperation under time-varying communication delay[A]. *Proc of IEEE/RSJ Int Conf on Intelligent Robots and Systems* [C]. 1999. 1854-1859.
- [9] Sano A, Fujimoto H, Tanaka M. Gain-scheduled compensation for timedelay of bilateral teleoperation systems[A]. *Proc of IEEE Int Conf on Robotics & Automation* [C]. 1998. 1916-1923.
- [10] 舒迪前. 预测控制系统及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 1998. 267-273.

(上接第335页)

- [5] Corbett C J, Groote X D. A supplier's optimal quantity discount policy under asymmetric information[J]. *Management Science*, 2000, 46(3): 445-450.
- [6] Gauder G, Pierre L, Long I V. Real investment decisions under adjustment costs and asymmetric information[J]. *J of Economic Dynamics and Control*, 1998, 23(1): 71-95.

price for coordination and control within a firm[J]. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 2000, 14(2): 161-192.

- [8] Tsay A A, Nahmias S. *Modeling Supply Chain Contracts: A Review*, in *Quantitative Models for Supply Chain Management* [M]. Kluwer Academic Publishers, 2000. 299-336.