

文章编号: 1001-0920(2003)03-0351-04

经济波动谱分析方法的比较研究

徐梅, 梅世强

(天津大学 管理学院, 天津 300072)

摘要: 为解决我国经济序列长度较短及各主周期分量难以同时准确分辨的问题, 提出加窗周期图谱估计与最大熵谱估计相结合的谱估计方法, 并将各主要周期分量单独分辨, 且通过对序列进行三角函数拟合来确定周期长度准确值。从谱估计曲线、主周期分量的分辨和周期长度的准确性 3 个方面与一般的谱分析方法进行了比较, 说明了该方法的可行性和有效性。

关键词: 经济波动; 加窗周期图谱估计; 最大熵谱估计; 分辨; 比较

中图分类号: F224

文献标识码: A

Comparative study of spectral analysis method of business fluctuation

XU Mei, MEI Shi-qiang

(School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: A spectral estimation of combining periodogram windowing spectral estimation and maximum entropy spectral estimation is suggested to solve the problem that the length of economic time series in China is short. A method of determining the accurate value of period length of each main hiding period is put forward to deal with the problem that each main hiding period is difficult to be resolved accurately at the same time. The method resolves hiding period one by one and fitting data with triangular function. The method is shown to be effective and reasonable by comparing with ordinary spectral analysis method in three aspects of spectral estimation curve, resolving of main hiding periods and accuracy of period length to show that it is effective and reasonable.

Key words: Business fluctuation; Periodogram windowing spectral estimation; Maximum entropy spectral estimation; Resolve; Comparison

1 引言

设 $\{X_t\}$ 是一按相等时间间隔观测到的经济序列, 它可分解为 4 个要素^[1], 即长期趋势因子 T_t , 季节波动因子 S_t , 周期波动因子 C_t 和随机波动因子 I_t 。对于增长型经济波动, 可采用乘法模型来描述, 即 $X_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot I_t$ 。对序列 $\{X_t\}$ 进行季节调整并提取长期趋势因子, 所得序列 $C_t \cdot I_t$ 即为反映经济波动本质的周期波动序列, 是平稳的随机序列。

设 $\{x_t\}$ 是平稳随机序列, 在时域中和频域中描述它的二阶统计特性分别采用其自协方差函数 $R(k)$ 和功率谱密度函数 $P(\omega)$, 二者通过傅立叶变换建立对应关系, 即

$$P(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} R(k) e^{-j\omega k} dk, \quad -\pi < \omega < \pi \quad (1)$$

$$R(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P(\omega) e^{j\omega k} d\omega, \quad k = 0, \pm 1, \dots \quad (2)$$

谱分析方法把序列 $\{x_t\}$ 看作是无数具有随机

收稿日期: 2002-01-11; 修回日期: 2002-04-08。

作者简介: 徐梅(1968—), 女, 河北唐山人, 讲师, 博士生, 从事管理科学与工程的研究; 梅世强(1967—), 男, 河南信阳人, 副教授, 博士生, 从事管理科学与工程的研究。

振幅和随机相位的频率在 $[-\pi, \pi]$ 的周期振荡的叠加, 某一频率周期振荡的振幅即振荡强度的均值由序列在该频率处的 $P(\omega)$ 值反映出。因此, 通过观察序列的 $P(\omega)$ 曲线, 若在某频率处有明显的峰点, 则可判定原序列中该频率分量的强度较大, 是序列的一个主要周期分量。对经济周期波动序列进行谱分析可找出其中隐藏的各主要周期分量, 以弥补时域分析中因将序列作为一个整体加以研究而混淆不同周期分量的作用效果的不足, 且为说明经济波动的原因和内在机制以及为经济波动的对策研究提供依据^[2-4]。另外, 根据确定的各主要周期长度的准确值, 可建立周期波动序列的三角函数叠加拟合模型, 并通过该模型实现对经济波动的预测。

2 适合于我国经济周期波动序列特点的谱估计方法

2.1 加窗周期图谱估计^[5]

平稳序列 $\{x_t, t = 1, 2, \dots, n\}$ 的加窗周期图谱估计 $\hat{P}(\omega)$ 为

$$\hat{P}(\omega) = \frac{\sum_{k=-m}^m \lambda(k) \hat{R}(k) e^{-j\omega k}}{\sum_{k=-m}^m \lambda(k) \hat{R}(k) e^{-j\omega k}}, \quad -\pi < \omega < \pi \quad (3)$$

其中: 窗函数 $\lambda(k)$ 以 $k = 0$ 对称, 且随 $|k|$ 的增大平滑和单调地衰减, 宽度为 $2m$, 窗宽 m 可取为 $m = \frac{1}{2n}$ 。 $\hat{R}(k)$ 为 $R(k)$ 的估计。

2.2 最大熵谱估计^[5]

最大熵谱估计是现代谱估计的一种。它通过 AR 谱估计的方法来实现。具体过程为: 用一个 AR 模型

$$x_t + \sum_{k=1}^p \hat{a}_k x_{t-k} = e_t \quad (4)$$

拟合数据 $\{x_t\}$, 其中 e_t 为模型残差。模型参数 $\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_p$ 可按 BURG 算法递推计算, 模型的阶次 p 以最终预报误差 FPE 为准则来确定, $\hat{P}(\omega)$ 可按

$$\hat{P}(\omega) = \frac{\hat{\sigma}_e^2}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p \hat{a}_k e^{-j\omega k} \right|^2}, \quad -\pi < \omega < \pi \quad (5)$$

计算。其中 $\hat{\sigma}_e^2$ 为模型残差的方差。

2.3 加窗周期图与最大熵相结合的谱估计方法

用谱分析方法研究我国的经济波动问题, 由于周期波动序列长度较短, 使用加窗周期图一般难以获得足够分辨率的谱估计, 如果被估计的谱密度函数有尖锐相互靠近的谱峰, 则难以分辨。为了提高谱估计的分辨率, 采用最大熵谱估计比较合适。但最大

熵谱估计受模型阶次不确定性的影响, 为了减少影响, 可将前述两种谱估计方法结合起来, 以加窗周期图谱估计作为最大熵谱估计的补充, 即先以 AR 模型拟合数据序列 $\{x_t\}$, 得到模型的残差序列 $\{e_t\}$, 检验 $\{e_t\}$ 是否为白噪声序列, 若是, 直接应用最大熵谱估计; 否则, 对序列 $\{e_t\}$ 作加窗周期图谱估计, 得 $\hat{p}_e(\omega)$, 然后由

$$\hat{P}(\omega) = \frac{\hat{p}_e(\omega)}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p \hat{a}_k e^{-j\omega k} \right|^2}, \quad -\pi < \omega < \pi \quad (6)$$

计算谱估计。其中: $\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_p$ 为 AR 模型参数的估计, P 为拟合 AR 模型的阶次。

式(6)所示的谱估计方法也可以将序列拟合 AR 模型得到残差序列这一过程看作周期图分析的一种预处理。这种谱估计方法要比最大熵谱估计更加可靠, 不仅受模型阶次不确定性的影响小, 且与加窗周期图谱估计相比, 具有较高的分辨率。

3 经济周期波动周期长度的确定

经济波动谱分析的目的, 是要找出隐藏在序列中的各主要周期分量。但由于各主周期分量的作用强度不同, 作用强度最大的周期分量即对应谱峰的周期分量, 一般较易分辨, 而某些强度较小的周期分量则易被掩盖。另外受频率点选择的影响, 频率点在低频部分的间隔很大, 极易把真实的低频分量遗漏掉, 使得在一个功率谱密度函数中, 很难将序列的各主要周期分量同时准确地分辨出来。针对此问题, 本文采用各主周期分量单独分辨的办法, 并通过对序列进行三角函数拟合来确定各主要周期长度的准确值。具体步骤是(以零均值的周期波动序列作为数据序列):

1) 用上述谱估计方法估计序列的 $P(\omega)$, 其最大峰值所对应的频率为 ω 则 $T = 2\pi/\omega$ 即为序列最主要周期长度的近似值。以 T 为中心选择一个闭区间 $[T - \alpha, T + \alpha]$ 。

2) 等间隔分割此闭区间, 分点为 T_i 。以各分点对应的正、余弦函数分别拟合序列, 拟合方程为

$$y_i = a_i \cos\left(\frac{2\pi}{T_i}\right) + b_i \sin\left(\frac{2\pi}{T_i}\right) + e_i \quad (7)$$

其中 e_i 为模型残差。选择样本决定系数 R^2 为最大的分点 T_m 作为准确周期长度的近似值。

3) 以 T_m 为中心, 在闭区间 $[T_{m-1}, T_{m+1}]$ 上重复 2), 直到满足精度要求, 则 T_m 就可确定为序列中最主要周期长度的准确值, 记为 T^* 。用以 T^* 为周期的正、余弦函数拟合数据序列, 计算残差序列 $\{e_t\}$ 的

样本方差 σ^2 。

4) 将残差序列 $\{e_t\}$ 作为新序列, 重复 1) ~ 3) 直到满足以下两个条件为止: ① 序列的 $\hat{P}(\omega)$ 中已没有明显的峰点; ② 残差序列的方差 σ^2 与周期波动序列的方差之比小于某一百分数。例如 30%, 这说明已找到的各主周期分量已经解释了周期波动序列方差的 70%, 没有必要再寻找其他的周期分量。

这样, 按作用强度的大小, 各主周期分量可依次被分辨出, 各主周期长度的准确值即可依次确定。此后, 用它们为周期的正、余弦函数对周期波动指标进行三角函数叠加拟合, 若拟合效果好, 则说明所确定的各主周期长度是准确的, 并且还可用该拟合方程对周期波动的未来进行预测。

4 与一般谱估计方法的比较

用本文方法分别对天津 1952 ~ 1996 年的年度国内生产总值指数 (L_1)、一次产业国内生产总值指数 (L_2) 和二次产业国内生产总值指数 (L_3) 3 个序列 (每一指数序列均按可比口径计算) 进行分析。首先进行长期趋势分析, 从各指数序列 L_i 中提取趋势项 TL_i , 可得周期波动序列 $CL_i = L_i / TL_i$ 。从时域上看,

各指数序列的波动都很明显, 是各周期分量综合作用的结果。对各周期波动进行序列谱分析的结果见表 1。其中 t 为时间变量, 1952 年取 0, 以后逐年加 1, 参数下面括号中的数字为相应参数的 T 检验值。各模型的拟合优度指标 R^2 均大于 0.72, 说明模型拟合效果较好, 所确定的各主要周期长度较准确。用这一模型可对周期波动的未来值进行预测。

4.1 谱估计曲线的比较

以 CL_1 拟合第一主周期分量 $T_1^* = 22.0$ 年后得到的残差序列 $\{e_t\}$ 为例进行比较。加窗周期图谱估计曲线与另两条谱估计曲线相比, 前者比较平滑, 谱峰不明显, 这是由于加窗周期图谱估计分辨率较低的缘故。虽然后两条谱估计曲线的谱峰都比较明显, 但最大熵谱估计和本文方法的谱估计的最大峰所对应的周期长度分别为 12.8 年和 16.0 年, 而 CL_1 的第二主周期长度的准确值为 16.9 年, 因此应用本文方法的谱估计曲线的最大峰所对应的周期长度与 16.9 年偏离较小。分析其他序列, 在最大熵谱估计与本文方法的谱估计曲线的最大峰有所偏离的情况下, 一般来说可得到同样的结论。因此, 与一般的谱估计方

表 1 3 个指数周期波动序列谱分析结果

序列号	三角函数叠加拟合方程及其统计检验值	主周期长度 T 与振幅 A
CL_1	$CL_1 = 1.0024 + 0.0984 \sin\left(\frac{2\pi t}{22.0}\right) + 0.0811 \cos\left(\frac{2\pi t}{22.0}\right) + 0.0500 \sin\left(\frac{2\pi t}{16.9}\right) -$	$T_1^* = 22.0$ 年 $A_1 = 0.1275$ $T_2^* = 16.9$ 年 $A_2 = 0.1074$
	$0.0951 \cos\left(\frac{2\pi t}{16.9}\right) + 0.0957 \cos\left(\frac{2\pi t}{7.0}\right) + 0.0414 \sin\left(\frac{2\pi t}{6.2}\right) +$	$T_3^* = 7.0$ 年 $A_3 = 0.0957$ $T_4^* = 6.2$ 年 $A_4 = 0.0757$
	$0.0634 \cos\left(\frac{2\pi t}{6.2}\right) + 0.0475 \cos\left(\frac{2\pi t}{38.9}\right) + e_t$	$T_5^* = 38.9$ 年 $A_5 = 0.0475$
	$R^2 = 0.76 \quad D - W = 1.41 \quad F = 18.4 \quad \sigma_{e_t}^2 / \sigma_{CL_1}^2 = 0.196$	
CL_2	$CL_2 = 0.9964 + 0.1394 \sin\left(\frac{2\pi t}{36.4}\right) + 0.0611 \cos\left(\frac{2\pi t}{36.4}\right) +$	$T_1^* = 36.4$ 年 $A_1 = 0.1522$ $T_2^* = 19.7$ 年 $A_2 = 0.0994$
	$0.0994 \cos\left(\frac{2\pi t}{19.7}\right) - 0.0421 \sin\left(\frac{2\pi t}{9.7}\right) - 0.0540 \cos\left(\frac{2\pi t}{9.7}\right) -$	$T_3^* = 9.7$ 年 $A_3 = 0.0685$ $T_4^* = 4.9$ 年 $A_4 = 0.0683$
	$0.0546 \sin\left(\frac{2\pi t}{4.9}\right) - 0.0412 \cos\left(\frac{2\pi t}{4.9}\right) + e_t$	
	$R^2 = 0.73 \quad D - W = 2.50 \quad F = 18.1 \quad \sigma_{e_t}^2 / \sigma_{CL_2}^2 = 0.225$	
CL_3	$CL_3 = 1.0031 - 0.1030 \cos\left(\frac{2\pi t}{13.1}\right) - 0.0754 \sin\left(\frac{2\pi t}{7.5}\right) - 0.0414 \cos\left(\frac{2\pi t}{5.3}\right) +$	$T_1^* = 13.1$ 年 $A_1 = 0.1030$ $T_2^* = 7.5$ 年 $A_2 = 0.0754$
	$0.0293 \sin\left(\frac{2\pi t}{5.3}\right) + 0.0386 \sin\left(\frac{2\pi t}{18.9}\right) + 0.0349 \cos\left(\frac{2\pi t}{6.5}\right) + e_t$	$T_3^* = 5.3$ 年 $A_3 = 0.0507$ $T_4^* = 18.9$ 年 $A_4 = 0.0386$
	$R^2 = 0.72 \quad D - W = 1.22 \quad F = 19.7 \quad \sigma_{e_t}^2 / \sigma_{CL_3}^2 = 0.244$	$T_5^* = 6.5$ 年 $A_5 = 0.0349$

法相比,本文所提出的方法更适合于分析长度较短的周期波动序列。

4.2 主要周期分量的分辨及其周期长度准确性的比较

用一般的谱估计方法分析周期波动序列,可以分辨的主要周期分量的个数就是序列谱估计曲线的峰值点的个数,主要周期分量的周期长度就是相应的峰值所对应的周期长度。按照该方法分析 CL_1 ,可知其主周期分量的个数为 2 个,而用各主要周期分量单独分辨的方法,却依次分辨出 5 个周期分量并确定了它们的准确值。可见用一般的谱分析方法很难将各主要周期分量同时分辨出来,也无法确定周期长度的准确值。因此本文提出的依次分辨各主要周期分量,并通过三角函数拟合确定周期长度准确值的方法,对于经济波动的谱分析是很有必要的。

5 结 语

本文针对一般谱分析方法研究经济波动时存在的问题,在对古典的加窗周期图谱估计和现代的最大熵谱估计进行比较分析的基础上,提出一种比前者分辨率更高、比后者更为可靠的适合于我国经济周期波动特点的谱估计方法——两者相结合的谱估计方法,较好地解决了我国经济周期波动序列长度较短、采样间隔不能随意改变的问题,并提出各主要

周期分量单独分辨,通过对序列进行三角函数拟合确定周期长度准确值的方法,较好地解决了各主要周期分量难以同时准确分辨的问题。通过对天津经济波动的实证分析,将本文方法与一般的谱分析方法进行比较,说明了该方法的可行性和有效性。但由于经济波动的规律极为复杂,单纯从统计数据的表面分析是不够的,这就要求我们要着眼于我国的现实情况,将定性分析与定量分析相结合来分析和研究经济波动。

参考文献(References):

- [1] 陈文海,顾岚. 谱分析在我国经济波动理论中的应用[J]. 数理统计与管理, 1994, 13(1): 1-8.
- [2] 陈述云. 谱分析在经济预测中的应用[J]. 预测, 1995, 14(6): 49-52.
- [3] 张吉峰. 谱分析在测定时间序列周期中的应用[J]. 预测, 1994, 13(4): 40-45.
- [4] Granger C W J, Hatanaka M. *Spectral Analysis of Economic Time Series*[M]. Princeton University Press, 1964.
- [5] 杨位钦,顾岚. 时间序列分析与动态数据建模[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1988.
- [6] 潘士先. 谱估计和自适应滤波[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1991.

(上接第 350 页)

5 结 语

根据 Markov 性能势理论及其在闭排队网络中的应用,本文设计了一种高效的并行仿真算法,并将其应用于闭排队网络优化问题中。试验结果表明,本文的并行算法具有很好的加速比和较高的效率。

参考文献(References):

- [1] Cao X R, Chen H F. Perturbation realization, potentials, and sensitivity analysis of Markov processes[J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1997, 42(10): 1382-1393.
- [2] 殷保群,周亚平,奚宏生,等. 闭排队网络当性能函数与参数相关时的性能灵敏度分析[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(2): 311-312.
(Yin Baoqun, Zhou Yaping, Xi Hongsheng, et al. Sensitivity analysis of performance with parameter-

dependent performance functions in closed queueing networks [J]. *Control Theory & Application*, 2002, 19(2): 311-312.)

- [3] Yin Baoqun, Zhou Yaping, Xi Hongsheng, et al. Sensitivity formulas of performance in two-server cyclic queueing networks with phase-type distributed service times [J]. *Int Trans Operation Research*, 1999, 6(6): 649-663.
- [4] 周亚平,殷保群,奚宏生,等. 一类闭排队网络基于性能势的优化算法[J]. 中国科学技术大学学报, 2000, 30(2): 151-157.
(Zhou Yaping, Yin Baoqun, Xi Hongsheng, et al. Algorithms of decentralized optimization for a class of closed queueing networks by using performance potentials [J]. *J of China University of Science and Technology*, 2000, 30(2): 151-157.)