第 18 卷 第 3 期　　控　制　与　决　策　　2003 年 5 月
Vol. 18 No. 3　　Control and Decision　　May 2003

文章编号: 1001-0920(2003) 03-0324-04

一类参数未知混沌系统的鲁棒自适应控制

关新平, 何宴辉, 范正平, 王益群
(燕山大学 电气工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘　要: 研究一类含有动态不确定性及未知参数的混沌系统控制问题。基于递推控制方法, 通过自适应机制来在线辨识系统未知参数, 同时在设计控制器的过程中逐步引入镇定因子, 以消除系统不确定性的影响, 最终得到一个鲁棒控制器, 使得闭环系统渐近稳定。仿真结果表明了该控制策略的有效性。

关键词: 混沌系统; 镇定因子; 鲁棒自适应控制
中图分类号: TP13　　　文献标识码: A

Robust control of chaoic systems with unkown parameters

GUAN Xin-ping, HE Yan-hui, FAN Zheng-ping, WANG Yi-qun
(Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: The control problem of chaotic systems containing dynamic uncertainties and unknown parameters is studied. Based on the backstepping method, the unknown parameters of a system are adaptively identified. In each step, a stabilizing factor is used to eliminate effectively the influence of uncertainties. At last, the robust controller renders the closed-loop system stable. Simulation results show the effectiveness of the control strategy.

Key words: Chaotic systems; Stabilizing factor; Robust adaptive control

1 引　言

在开创性的 OGY[1] 方法提出后, 混沌控制日益受到广泛的关注, 许多控制方法不断被推广到混沌系统中去[2~4], 并且在振动工程、航空航天、光学工程等领域得到了广泛的应用。文献[2, 3]用非线性反馈方法实现了混沌系统的控制, 但该方法存在着一定的缺陷: 其控制策略需精确预知系统的参数, 而该条件在实际控制中难以满足。同时, 现实中的混沌系统是复杂动力学系统, 在建模过程中由于不可避免的简化, 得到的数学模型不准确, 存在着多种不确定性因素。正由于混沌系统的'蝴蝶效应'产生的巨大影响, 使设计混沌系统的鲁棒控制器将更具实用价值。文献[4]基于 RBF 神经网络成功设计了一类混沌系统的鲁棒控制器, 但其只考虑了系统一个状态变量受不确定性影响的情况, 而系统多个状态变量都受不确定性影响时, 则未予以讨论。

近年来, 递推控制方法引起了人们的关注, 它通过反向递归设计逐步引入镇定因子, 使控制 Lyapunov 函数和控制器的设计过程系统化、结构化[5, 6]。文献[6]通过递推方法设计了系统的控制器, 但其未考虑系统所受到的不确定性影响。本文用递推方法研究了一类参数未知混沌系统的鲁棒自适应控制问题, 在逐步设计控制器的过程中, 每一步引入的镇定因子中都含有一个连续的抗不确定性项, 使之能分别消除系统每一个状态所受到的不确定性影响, 同时通过自适应机制来辨识系统的未知参数, 得到了一种具有参数估计能力的鲁棒控制器。仿真结果证明了该控制器的有效性。

收稿日期: 2002-01-24; 修回日期: 2002-06-17。
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69872031); 河北省自然科学基金资助项目(601225)。
作者简介: 关新平(1963—), 男(满族), 黑龙江齐齐哈尔人, 教授, 博士生导师, 从事时滞系统鲁棒控制、混沌控制、ATM 网络控制等研究。

2　问题描述

考虑受控连续混沌系统

$$\begin{cases}\dot{x}_i = x_{i+1} + \delta_i(x) \\ \dot{x}_n = f(x,t) + \delta_n(x) + u \\ y = x_1\end{cases} \tag{1}$$

其中: $x \in R^n$ 为系统的状态; $u \in R$ 为控制输入; $\delta_i(x)$, $1 \le i \le n$, 为系统所含有的不确定性; $f(x,t) = \theta^T \phi(x,t)$, $\theta \in R^p$ 是系统的未知常参数向量; $\phi(x,t) \in R^p$ 已知且具有一阶连续导数; y 为系统输出。

注 **1**　有式(1) 形式的系统称为满足"严格反馈条件"或"块严格反馈条件"系统[6]。很多混沌系统都满足这一条件或可通过微分同胚化为这种形式, 如 Duffing 振子、Arneodo 系统、Lorenz 系统、四阶超混沌Rössler 系统和几种不同形式的蔡氏电路。

在设计控制器之前, 定义

$$\varphi_1(x) = \delta_1(x)$$

$$\varphi_i(x) = \delta_i(x) - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \delta_j(x), \quad 2 \le i \le n \tag{2}$$

其中 α_{i-1} 是人为引入的镇定因子。假设 $|\varphi_i(x)| \le \rho_i(x)$, $1 \le i \le n$, $\rho_i(x)$ 及其增长速度已知。

本文所要解决的问题是求解控制律 u。为便于推导, 将受控混沌系统稳定在状态空间的原点处。实际上受控混沌系统可跟踪任意光滑有界函数的轨迹, 只是控制器与前者稍有不同。

3　控制器设计

控制器设计思路如下:

在第 $i(1 \le i \le n-1)$ 步设定镇定因子 α_i, 设定原则是使第 i 阶混沌子系统关于结构化的 Lyapunov 函数 V_i 渐近稳定, 在第 n 步依照上述原则推导出混沌系统的控制器。下面来推导控制器 u。

Step1　定义 $e_1 = x_1$, 子系统 e_1 为

$$\dot{e}_1 = x_2 + \delta_1 \tag{3}$$

引入 $e_2 = x_2 - \alpha_1$, α_1 是人为设定的镇定因子, 代入式(3), 有

$$\dot{e}_1 = e_2 + \alpha_1 + \delta_1$$

选取子系统(3) 的 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2$$

其对时间的导数为

$$\dot{V}_1 = e_1(e_2 + \alpha_1 + \delta_1)$$

令镇定因子

$$\alpha_1 = -k_1 e_1 - e_1 \beta_1 \tag{4}$$

其中: k_1 为事先选定的正常数, 下文的 $k_i(1 < i \le n)$ 都是这样的正常数。$\beta_1 > \rho_1^2$ 且 β_1 对 x 具有 $n-1$ 阶连续导数, 其增长速度大于或等于 ρ_1 增长速度的平方。在式(4) 的定义下, 可得

$$\dot{V}_1 \le -k_1 e_1^2 + \frac{|\varphi_1|^2}{4\beta_1^2} + e_1 e_2 \tag{5}$$

Step2　定义 $e_3 = x_3 - \alpha_2$, 考虑子系统

$$\begin{cases}\dot{e}_1 = e_2 + \alpha_1 + \delta_1 \\ \dot{e}_2 = e_3 + \alpha_2 + \delta_2 - \dot{\alpha}_1\end{cases} \tag{6}$$

此处将 α_2 作为镇定因子, 选取子系统(6) 的 Lyapunov 函数为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2$$

其对时间的导数为

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 \le -k_1 e_1^2 + \frac{|\varphi_1|^2}{4\beta_1} + e_2\left(e_1 + \alpha_2 + \delta_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \delta_1\right) + e_2 e_3$$

令镇定因子

$$\alpha_2 = -e_1 - k_2 e_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 - e_2 \beta_2 \tag{7}$$

其中 $\beta_2 \ge \rho_2^2$, 且 β_2 对 x 具有 $n-2$ 阶连续偏导数, 它的增长速度大于或等于 ρ_2 增长速度的平方。

$$\dot{V}_2 \le -\sum_{j=1}^{2} k_j e_j^2 + \sum_{j=1}^{2} \frac{|\varphi_j|^2}{4\beta_j} + e_2 e_3 \tag{8}$$

Step i　同理定义 $e_{i+1} = x_{i+1} - \alpha_i$, $3 \le i \le n-1$, 考虑子系统

$$\begin{cases}\dot{e}_1 = e_2 + \alpha_1 + \delta_1, \\ \dot{e}_i = e_{i+1} + \alpha_i + \delta_i - \dot{\alpha}_{i-1},\end{cases} \quad 1 \le i \le n-1 \tag{9}$$

选取子系统(9) 的 Lyapunov 函数为

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} e_i^2$$

其对时间的导数为

$$\dot{V}_i = \dot{V}_{i-1} + e_i \dot{e}_i \le -\sum_{j=1}^{i-1} k_j e_j^2 + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{|\varphi_j|^2}{4\beta_j} + e_i(e_{i-1} + \alpha_i + \delta_i - \dot{\alpha}_{i-1}) + e_i e_{i+1}$$

其中　$$\dot{\alpha}_{i-1} = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j}(x_{j+1} + \delta_j)$$

依镇定因子选取原则, 令

$$\alpha_i = -e_{i-1} - k_i e_i + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} x_{j+1} - e_i \beta_i \tag{10}$$

其中 $\beta_i \ge \rho_i^2$, 且 β_i 对 x 具有 $n-i$ 阶连续偏导数, 它

的增长速度大于或等于 ρ_i 增长速度的平方。代入式(10) 得

$$\dot V_i \le -\sum_{j=1}^{i} k_j e_j^2 + \sum_{j=1}^{i}\frac{|\varphi_j|^2}{4\beta_j} + e_i e_{i+1} \tag{11}$$

Step n　在系统中含有未知参数, 可利用自适应机制来在线辨识这些未知参数。

对系统

$$\begin{cases} \dot e_1 = e_2 + \delta_1 + \alpha_1 \\ \vdots \\ \dot e_n = \theta^{T}\phi + \delta_n + u - \alpha_{n-1} \end{cases} \tag{12}$$

选取 Lyapunov 函数为

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2}e_n^2 + \frac{1}{2}(\theta - \hat\theta)^{T}(\theta - \hat\theta)$$

其中 $\hat\theta$ 是对未知常参数向量的估计。

$$\dot V_n = \dot V_{n-1} + e_n\dot e_n - (\theta - \hat\theta)^{T}\dot{\hat\theta} \le$$

$$-\sum_{j=1}^{n-1} k_j e_j^2 + \sum_{j=1}^{n-1}\frac{|\varphi_j|^2}{4\beta_j} + e_n(e_{n-1} + \theta^{T}\phi +$$

$$\delta_n - \dot\alpha_{n-1} + u) - (\theta - \hat\theta)^{T}\dot{\hat\theta}$$

由 Step 1～Step i 推导及文献[7] 中的定理知, 欲达到控制目的, 即 $x_i \to 0$, 控制器应按如下选取:

定理 1　对式(1) 所示的混沌系统, 采用如下控制律

$$\begin{cases} u = -e_n - k_n e_n - \hat\theta^{T}\phi + \\ \qquad \displaystyle\sum_{j=1}^{n-1}\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial x_j}x_{j+1} - e_n\beta_n \\ \dot{\hat\theta} = e_n\phi(x,t) \end{cases} \tag{13}$$

其中 $\beta_n > \rho_n^2$ 具有连续导数, 它的增长速度大于或等于 ρ_n 增长速度的平方。随时间的演化, 系统(1) 被稳定到状态空间的零点处。

当系统(1) 的控制目标为任意光滑有界函数 y_d 时, 在 Step 1 中定义 $e_1 = y - y_d$, Step $i(2 \le i \le n)$ 中仍按上述推导方法, 采用如下控制器, 即可达到控制目的。

$$\begin{cases} u = -e_n - k_n e_n - \hat\theta^{T}\phi + \\ \qquad \displaystyle\sum_{j=1}^{n-1}\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial x_j}x_{j+1} + \sum_{j=0}^{n-1}\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial y_d^{(j)}}y_d^{(j+1)} - e_n\beta_n \\ \dot{\hat\theta} = e_n\phi(x,t) \end{cases} \tag{14}$$

4　仿真研究

首先, 以 Duffing 振子为例对系统进行仿真研究, 考虑存在不确定性影响的混沌振子

$$\begin{cases} \dot x_1 = x_2 + \delta_1 \\ \dot x_2 = -0.3x_1 + 39\cos t + \delta_2 + u \end{cases}$$

假设 $\theta = (0.3, 39)^{T}$ 是未知的, $\phi(x,t) = (-x_1, \cos t)$, u 为控制项, δ_1, δ_2 是不确定性, 此系统中假定 $\delta_1 = \frac{1}{7}x_1^{1/3}\sin x_2$, $\delta_2 = \frac{1}{7}x_2^{1/3}\cos x_1$, 当 $u = 0$ 时系统处于混沌状态, 其相轨迹如图 1 所示。选取 $\hat\theta = (0, 0)^{T}$, $k_1 = k_2 = 40$, 在 $t = 20$ 时加入控制器, 其相轨迹如图 2 所示。由图 3 可看出加入控制器后系统状态很快稳定在状态空间的原点处, 说明该控制器具有很好的控制效果。

考虑混沌系统的跟踪控制, 以存在不确定性影响的 Arneodo 系统为例进行说明, 跟踪目标为 $y_d = 1 + 2\sin t$。

其次, 考虑 Areneodo 系统的状态方程为

$$\begin{cases} \dot x_1 = x_2 + \delta_1 \\ \dot x_2 = x_3 + \delta_2 \\ \dot x_3 = \theta^{T}\phi(x,t) + \delta_3 + u \\ y = x_1 \end{cases}$$

取系统参数 $\theta^{T} = (-5.5, 3.5, 1, -1)$, $\phi(x,t) = (-x_1, -x_2, -x_3, x_1^3)^{T}$, 系统不确定性为 $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = 0.2\sin x_1$, $\delta_3 = 0.5\cos(x_2, x_3)$, $u = 0$, 初始状态为 $(0.5, 0.2, 0.3)$。此时, 系统呈混沌状态, 其相轨迹如图4所示。在控制中不确定性函数及其系统参数 θ^{T} 是未知的, 选取 $\hat\theta^{T} = (0, 0, 0, 0)$, $k_1 = k_2 = 10$, 从 $t = 0$ 时开始施加控制, 由图5(点划线表示期望目标

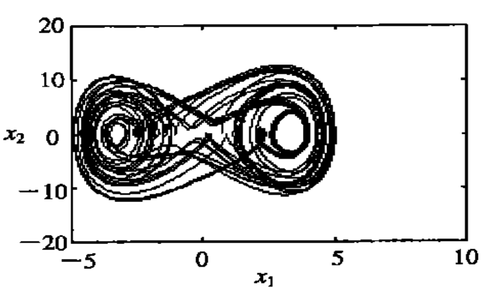


图 1　**Duffing** 系统相图

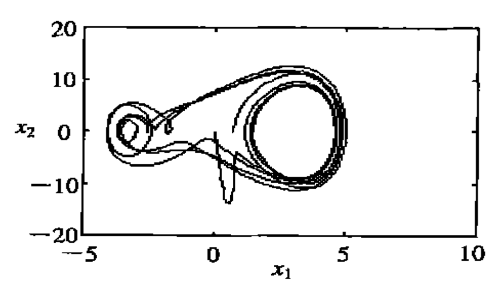
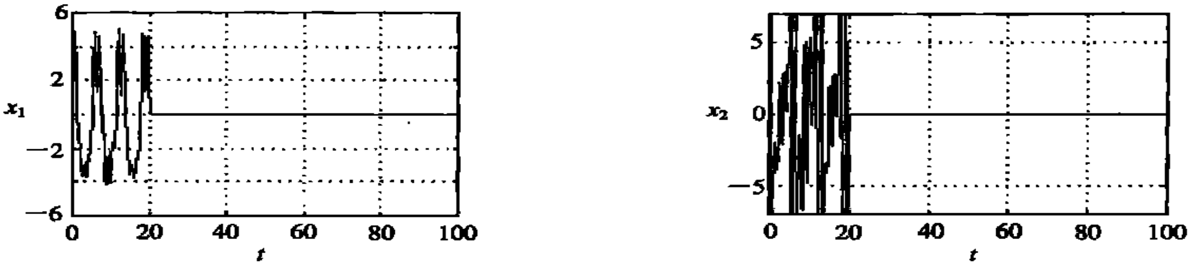


图 2　受控系统相图



(a)　x_1 的状态时域　　　(b)　x_2 的状态时域

图 3　状态时域图

轨道, 实线表示系统输出) 可知系统输出很快跟踪上目标轨道。图 6 是跟踪误差曲线。

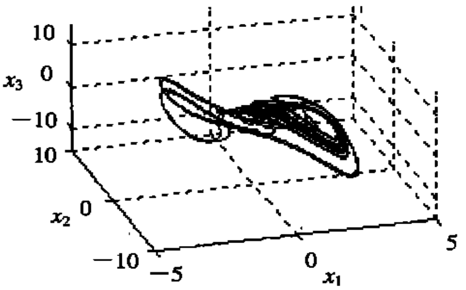


图 4　Areneodo 系统相图

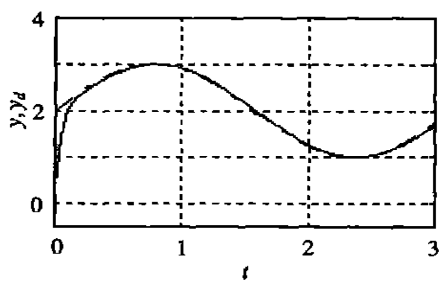


图 5　输出曲线

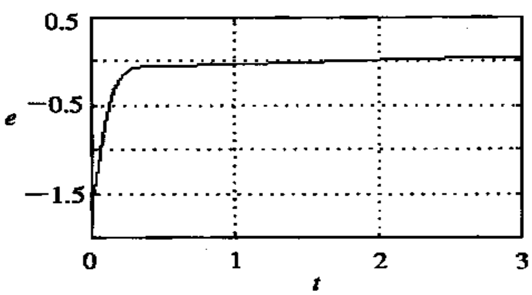


图 6　跟踪误差曲线

5　结　　语

本文运用递推设计方法, 构造了一种连续的鲁棒自适应控制器, 能够很好地将一类含有未知参数的多状态存在不确定性影响的混沌系统控制到预定目标。递推方法使控制 Lyapunov 函数和控制器的设计过程系统化、结构化, 并且它可控制相对阶为 n 的系统, 消除了经典无源性设计中相对阶为 1 的限制[6]。但这种控制方法对混沌系统的结构有一定的局限性, 如何减弱这些限制, 使得递推方法能适用于更广泛的混沌系统是今后的一个研究工作。

参考文献(References):

[1] Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos[J]. *Phys Rev Lett*, 1990, 64(3): 1196-1199.

[2] Ramesh M, Narayanan S. Chaos control by nonliner feedback methods in the presence of noise[J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 1999, 10(9): 1473-1489.

[3] 刘锋, 穆肇骊, 蔡远利, 等. 一类混沌系统的非线性反馈控制[J]. 控制与决策, 2000, 15(1): 15-18.
(Liu F, Mu Z L, Cai Y L, et al. Nonlinear feedback controlling of the chaotic system[J]. *Control and Decision*, 2000, 15(1): 15-18.)

[4] Huaizhou Z, Huashu Q, Guanrong C. Adaptive control of chaotic systems with uncertainties[J]. *Int J Bifurcation and Chaos*, 1998, 8(10): 2041-2056.

[5] Saberi A, Kokotovic P V, Sussmann H J. Global stabilization of partially linear composite systems[J]. *SIAM J Control Opt*, 1990, 28: 1491-1503.

[6] 宫琪, 田玉平. 非线性交叉严格反馈系统的一种构造性设计方法[J]. 自动化学报, 2000, 26(4): 447-453.
(Gong Q, Tian Y P. A constructive design method for nonlinear cross strict feedback systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000, 26(4): 447-453.)

[7] 王强德, 陈卫田, 魏春玲, 等. 一类不确定非线性系统的鲁棒自适应控制[J]. 控制理论与应用, 2000, 17(2): 244-248.
(Wang Q, Chen W T, Wei C L, et al. Robust adative control of a class of uncertain nonlinear systems[J]. *Control Theory and Applications*, 2000, 17(2): 244-248.)