文章编号: 1001-0920(2003)03-0290-05

具有不确定未知界的相似组合系统的鲁棒自适应跟踪控制

刘粉林, 宋明武, 吴 灏, 李静波
(解放军信息工程大学 信息工程学院, 河南 郑州 450002)

摘 要: 讨论一类具有相似结构的不确定组合系统的鲁棒自适应跟踪问题。针对系统的不确定性界和扰动界完全未知的情形,首先从理论上证明了可设计鲁棒自适应分散跟踪控制器,确保受控系统的输出渐近跟踪参考模型的输出;进而从工程实际的角度,给出了确保受控系统输出实用跟踪参考模型输出的鲁棒自适应分散跟踪控制器的设计方案。

关键词: 自适应跟踪; 渐近跟踪; 实用跟踪; 相似组合系统; 未知界
中图分类号: TP273 文献标识码: A

Robust adaptive tracking control for a class of similar composite systems with unknown bounds of uncertainties

LIU Fen-lin, SONG Ming-wu, WU Hao, LI Jing-bo
(Information Engineering Institute, The PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: The problem of robust adaptive tracking control for a class of similar composite systems with uncertainties and disturbance is considered. The bounds of the disturbance and uncertainties are assumed to be completely unknown. For such uncertain dynamical systems, a robust adaptive decentralized tracking controller is proposed. The controller ensures theoretically that the outputs of the controlled system asymptotically track the outputs of the reference model. Furthermore, an adaptive control scheme is given to guarantee the controlled system practically track the reference model for practical engineering.

Key words: Adaptive tracking; Asymptotical tracking; Practical tracking; Similar composite system; Unknown bounds

1 引 言

跟踪控制在机器人轨迹跟踪、飞行器导航和工业过程控制中有着广泛的应用。由于建模时被控系统的模型不可避免地带有某种不确定性并受其影响,因此,研究系统的鲁棒输出跟踪问题是十分有益的。

随着跟踪控制问题研究的深入,鲁棒跟踪的结果已有很多[1~7]。文献[1,2]给出了线性多变量系统调解问题的可解性条件;[3]研究了时不变不确定线性系统的鲁棒渐近跟踪控制;[4,5]探讨了时变不确定线性系统的鲁棒跟踪控制,并得到了实际跟踪的结果;[6]则研究了带时变参数的线性组合系统的常值跟踪问题。然而,以上研究大都是假设不确定项的界是已知的,且控制器的设计也是基于这样的界。但实际系统此界难以精确地估计,且随着时间、地点等因素的变化,系统的不确定性本身也在不断变化

收稿日期: 2002-01-29; 修回日期: 2002-07-22。
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(79970114); 河南省高校杰出科研人才创新工程资助项目(2001KYCX008); 河南省自然科学基金资助项目(0111060100); 河南省软科学资助项目(0113011800)。
作者简介: 刘粉林(1964—),男,江苏溧阳人,教授,博士,从事复杂系统结构分析、鲁棒控制的研究; 宋明武(1962—),男,安徽来安人,副教授,从事系统工程、教学管理的研究。

的。若不确定性的实际界超过了设计者所估计的界，仅利用估计界所得到的控制器(如[1～6])就难以达到预期的性能指标，甚至导致系统的不稳定；但若估计界过于保守，比实际界要大得多，则如[1～5]所设计的控制器虽能满足设计者的要求，但控制器保守性较大，控制增益较高，系统的性能指标就难以得到保证。针对系统的不确定性界和扰动界完全未知的情形，文献[7]探讨了含时变不确定线性系统的自适应鲁棒跟踪控制问题，并得到了渐近跟踪结果，但此结果仅是关于一般系统的，且所设计的控制器很难应用于实际。

本文主要考虑具有相似结构的不确定组合系统的鲁棒自适应跟踪控制问题。其不确定性和扰动满足通常的匹配条件且有界，但此界是未知的，甚至可以任意大。通过自适应方法，基于Riccati方程，首先从理论上证明了可设计鲁棒自适应分散跟踪控制器，确保受控系统的输出渐近跟踪参考模型的输出；进而从工程实际应用的角度，给出了确保受控系统输出实用跟踪参考模型输出的鲁棒自适应分散跟踪控制器的设计方案。研究结果表明，分散控制器的结构与系统的相似结构是密切相关的，相似条件的运用简化了分析与设计。与系统不确定性界和扰动界已知的情形相比，本文的设计方法更有效。

2　系统描述

考虑如下不确定线性组合大系统

$$\begin{cases}\dot{x}_i(t) = [A_i + \Delta A_i(t)]x_i(t) + \\ \quad [B_i + \Delta B_i(t)]u_i(t) + \\ \quad \sum_{j\neq i}^{N} H_{ij}(t)x_j(t) + q_i(t) \\ y_i(t) = C_i x_i(t), \quad i = 1,2,\cdots,N\end{cases} \tag{1}$$

其中：$x_i(t)\in R^n, u_i(t)\in R^m, y_i(t)\in R^p$ 和 $q_i(t)\in R^n$ 分别为第 i 个子系统的状态、控制输入、量测输出和加性扰动；$\Delta A_i(t)$ 和 $\Delta B_i(t)$ 为 i 个子系统的时变不确定性，且关于时间 t 是分段连续的；$H_{ij}(t)$ 描述了第 j 个子系统对 i 个子系统的关联和关联不确定性；A_i, B_i 和 C_i 是具有相应维数的系统矩阵。

这里要解决的问题是，对系统(1)设计自适应控制器，使系统(1)的输出 $y_i(t)$ 鲁棒跟踪参考模型的输出 $y_{mi}(t)$。假定 $y_{mi}(t)$ 是如下参考模型的输出

$$\dot{x}_{mi} = A_{mi}x_{mi}, \quad y_{mi} = C_{mi}x_{mi} \tag{2}$$

其中：$x_{mi}\in R^{n_{mi}}, y_{mi}\in R^p$，并假定系统(2)的状态有界。这个假设是合理的，因为系统要实现稳定跟踪，参考模型的状态必须有界。

为跟踪模型(2)，我们有如下假设：

假设 1[2～4]　对于系统(1)和欲跟踪模型(2)，存在矩阵 $G_i\in R^{n\times n_m}, H_i\in R^{m\times n_m}$，满足如下矩阵方程

$$\begin{bmatrix}A_i & B_i\\ C_i & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}G_i\\ H_i\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}G_iA_{mi}\\ C_{mi}\end{bmatrix} \tag{3}$$

关于系统(1)有如下假设：

假设 2　矩阵对$(A_i\quad B_i)$是可控的。

由假设 2，根据文献[8]中定义 2.2.1 知，系统(1)是相似组合系统，其相似参量为$(T_i, F_iT_i^{-1})$ $(i=1,2,\cdots,N)$，其中：T_i 是非奇异变换，F_i 是配置矩阵。即

$$x_i = T_iz_i, \quad u_i = F_iT_i^{-1}x_i + v_i \tag{4}$$
$$i = 1,2,\cdots,N$$

从而使系统(1)的孤立标称子系统在 z_i 坐标下变为如下形式

$$\dot{z}_i(t) = Az_i(t) + Bv_i(t) \tag{5}$$

$$\begin{cases}A = T_i^{-1}A_iT_i + T_i^{-1}B_iF_i, \\ B = T_i^{-1}B_i, \quad i = 1,2,\cdots,N\end{cases} \tag{6}$$

事实上，能控标准形就是上述一种变换形式[9]。

假设 3　关于系统(1)的不确定性和加性扰动，存在分段连续函数矩阵 $D_i(t), E_i(t), h_{ij}(t)$ 和分段连续函数向量 $\bar{q}_i(t)$，使得

$$\begin{cases}\Delta A_i(t) = B_iD_i(t)\\ \Delta B_i(t) = B_iE_i(t)\\ H_{ij}(t) = B_ih_{ij}(t)\\ q_i(t) = B_i\bar{q}_i(t)\end{cases} \tag{7}$$

且存在非负连续函数$\xi_i(t), \eta_i(t), \xi_{ij}(t)$ 和 $\theta_i(t)$ 及非负常数 $\xi_i^*, \eta_i^*, \xi_{ij}^*$ 和 θ^*，使得

$$\begin{cases}\|D_i(t)\| \le \xi_i(t) \le \xi_i^*\\ \|E_i(t)\| \le \eta_i(t) \le \eta_i^* < 1\\ \|h_{ij}(t)\| \le \xi_{ij}(t) \le \xi_{ij}^*\\ \|\bar{q}_i(t)\| \le \theta_i(t) \le \theta_i^*\end{cases} \tag{8}$$

其中：函数 $\xi_i(t), \eta_i(t), \xi_{ij}(t), \theta_i(t)$ 和常数 $\xi_i^*, \eta_i^*, \xi_{ij}^*, \theta_i^*$ 都是未知的。

由式(5)，(6)和假设2知，系统(1)在 z_i 坐标下可写成如下形式

$$\begin{aligned}\dot{z}_i(t) = &(A + \Delta\bar{A}_i(t))z_i(t) + \\ &B(I + E_i(t))v_i(t) + \\ &B\sum_{j\neq i}^{N} h_{ij}^0(t)z_j(t) + B\bar{q}_i(t)\end{aligned} \tag{9}$$

其中

$$\Delta\bar{A}_i(t) = B(D_i(t)T_i + E_i(t)F_i) \stackrel{\wedge}{=} B\bar{D}_i(t)$$

$$h_{ij}^0(t) = h_{ij}(t)T_j$$

则存在非负连续函数 $\bar{\xi}_i(t)$, $\bar{\xi}_{ij}(t)$ 及非负常数 $\bar{\xi}_i^*$, $\bar{\xi}_{ij}^*$, 使得

$$\|\bar{D}_i(t)\| \le \bar{\xi}_i(t) \le \bar{\xi}_i^*$$

$$\|h_{ij}^0(t)\| \le \bar{\xi}_{ij}(t) \le \bar{\xi}_{ij}^*$$

由文献[9] 知, 矩阵对$(A \quad B)$ 仍是可控的, 由此可知, 对任何正数 α, β, γ, 下列 Riccati 方程

$$\begin{aligned}&(A + \alpha I)^{\mathrm{T}}P + P(A + \alpha I) - \\ &\beta PBB^{\mathrm{T}}P + \gamma I = 0\end{aligned} \tag{10}$$

有正定解。

由式(6) 并令

$$\bar{G}_i = T_i^{-1}G_i, \quad \bar{H}_i = H_i - F_iT_i^{-1}G_i$$

则式(3) 可改写为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C_iT_i & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{G}_i \\ \bar{H}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{G}_iA_{mi} \\ C_{mi} \end{bmatrix} \tag{11}$$

为论述方便, 引入误差变量 $e_i = z_i - \bar{G}_ix_{mi}$, 并令 $\bar{u}_i = v_i - \bar{H}_ix_{mi}$。由系统(2) 和系统(9) 可得如下误差方程

$$\begin{aligned}\dot{e}_i = &(A + \Delta\bar{A}_i(t))e_i + \\ &B(I + E_i(t))\bar{u}_i + \\ &B\sum_{j\neq i}^{N}h_{ij}^0(t)e_j + B\bar{F}_i(t)\end{aligned} \tag{12}$$

其中

$$\begin{aligned}\bar{F}_i(t) = &(\bar{H}_i + \bar{D}_i(t))\bar{G}_ix_{mi} - \\ &\sum_{j\neq i}^{N}h_{ij}^0(t)\bar{G}_jx_{mj} + \bar{q}_i(t)\end{aligned}$$

可视为误差系统(12) 的第 i 个子系统的集中加性扰动。根据假设 2 和关于系统(2) 状态的约束知, 存在连续函数 $f_i(t)$ 和常数 f_i^*, 使得

$$\begin{aligned}&\|\bar{F}_i(t)\| \le f_i(t) \le \\ &[\|\bar{H}_i\| + \xi_i(t)\|T_i\bar{G}_i\| + \\ &\eta_i(t)\|F_i\bar{G}_i\|]\|x_{mi}(t)\| + \\ &\sum_{j\neq i}^{N}\xi_{ij}(t)\|T_j\bar{G}_j\|\|x_{mj}(t)\| + \theta(t) \le \\ &[\|\bar{H}_i\| + \xi_i^*\|T_i\bar{G}_i\| + \\ &\eta_i^*\|F_i\bar{G}_i\|](\max_t\|x_{mi}(t)\|) + \\ &\sum_{j\neq i}^{N}\xi_{ij}^*\|T_j\bar{G}_j\|(\max_t\|x_{mj}(t)\|) + \theta_i^* \hat{=} f_i^*\end{aligned} \tag{13}$$

且非负连续函数 $f_i(t)$ 和非负常数 f_i^* 仍是未知的。

3 鲁棒自适应渐近跟踪控制器的设计

基于以上假设, 关于误差系统(12) 构造如下自适应鲁棒渐近跟踪控制器

$$u_i = \bar{u}_i^1 + \bar{u}_i^2 \tag{14}$$

其中

$$\bar{u}_i^1 = -w_{i1}(t)B^{\mathrm{T}}Pe_i(t) \tag{15a}$$

$$\bar{u}_i^2 = \begin{cases} -w_{i2}(t)\dfrac{B^{\mathrm{T}}Pe_i(t)}{\|B^{\mathrm{T}}Pe_i(t)\|} \\ \qquad B^{\mathrm{T}}Pe_i(t) \neq 0 \\ 0, \quad B^{\mathrm{T}}Pe_i(t) = 0 \end{cases} \tag{15b}$$

控制增益中的 $w_{i1}(t)$ 和 $w_{i2}(t)$ 是关于参数

$$\begin{aligned}w_{i1}^* = &[\beta + \frac{N}{\gamma}(\bar{\xi}_i^*)^2 + \\ &\sum_{j\neq i}^{N}\frac{N}{\gamma}(\xi_{ij}^*)^2]/2(1 - \eta_i^*)\end{aligned}$$

$$w_{i2}^* = f_i^*/(1 - \eta_i^*)$$

的估计, 它们分别采用下列自适应律

$$\begin{cases} \dot{w}_{i1}(t) = \gamma_{i1}\|B^{\mathrm{T}}Pe_i(t)\|^2 \\ w_{i1}(0) \hat{=} w_{i10} \ge 0 \\ \dot{w}_{i2}(t) = \gamma_{i2}\|B^{\mathrm{T}}Pe_i(t)\| \\ w_{i2}(0) \hat{=} w_{i20} \ge 0 \end{cases} \tag{16}$$

其中: γ_{i1} 和 γ_{i2}($i = 1, 2, \cdots, N$) 是正常数, w_{i10} 和 w_{i20} 是非负有限数。

因此, 我们有下述结论:

定理 1 考虑系统(1) 和参考模型(2) 满足假设 1 ～ 3, 则系统(1) 和参考模型(2) 构成的误差系统(12) 在控制器(14) 和自适应律(16) 下, 误差系统(12) 的状态将渐近趋于零, 自适应变量保持有界, 且自适应变量的变化率也随时间趋于零。即 $\lim_{t\to+\infty}\dot{w}_{ij}(t) = 0$, 其中 $i = 1, 2, \cdots, N$; $j = 1, 2$。

证明略。

4 鲁棒自适应指数实用跟踪控制器的设计

上节给出了系统(1) 渐近跟踪参考模型(2) 的自适应控制设计方案, 但并没有给出能否实现指数跟踪的判定, 而这一点在工程实际中是十分重要的问题。本节试图解决这一问题, 同时要求所设计的控制器结构上具有相似特性以简化系统的分析和设计, 并使跟踪误差在有限时间内进入允许的误差范围。为讨论方便, 记

$$\begin{cases} w_{i1}(t) = \dfrac{1}{1 - \eta_i^*}[\beta + \dfrac{N}{\gamma}(\bar{\xi}_i(t))^2 + \\ \qquad \sum_{j\neq i}^{N}(\bar{\xi}_{ij}(t))^2)] \\ w_{i2}(t) = \dfrac{1}{1 - \eta_i^*}f_i(t) \end{cases} \tag{17}$$

可视 $w_{i1}(t)$ 为误差系统(12) 的每个子系统的集中不确定性, $w_{i2}(t)$ 为误差系统(12) 的每个子系统的加性扰动。由假设 3 知 $w_{i1}(t)$ 和 $w_{i2}(t)$ 对 $\forall t \in R^+$ 也

是连续有界函数, 且有

$$\begin{cases} w_{i1}(t) \le w_{i1}^* = \left(\beta + \dfrac{N}{\gamma}(\bar{\xi}_i^*)^2 + \displaystyle\sum_{j \ne i}^{N} \dfrac{N}{\gamma}(\bar{\xi}_{ij}^*)^2\right) / (1 - \eta_i^*) \\ w_{i2}(t) \le w_{i2}^* = f_i^* / (1 - \eta_i^*) \end{cases} \tag{18}$$

因此, 关于误差系统(12), 给出如下自适应指数实用跟踪控制器

$$\bar{u}_i(t) = -\frac{1}{2}k_i(t)B^{T}Pe_i(t) \tag{19}$$

其中: 控制增益函数 $k_i(t)$ 为

$$k_i(t) = \hat{w}_{i1}(t) + \sigma_i^2 \hat{w}_{i2}^2(t) \tag{20}$$

$P \in R^{n\times n}$ 由 Riccati 方程(10) 给出, $\sigma_i (i = 1, 2, \cdots, N)$ 是正的设计参数, $\hat{w}_{i1}(t)$ 和 $\hat{w}_{i2}(t)$ 分别是关于未知参数 w_{i1}^* 和 w_{i2}^* 的估计, 且满足下列自适应律

$$\begin{cases} \dot{\hat{w}}_{i1} = -\delta_{i1}\gamma_{i1}\hat{w}_{i1} + \dfrac{1}{2}\gamma_{i1}\| B^{\mathrm{T}}Pe_i \|^2 \\ \dot{\hat{w}}_{i2} = -\delta_{i2}\gamma_{i2}\hat{w}_{i2} + \gamma_{2i}\| B^{\mathrm{T}}Pe_i \| \end{cases} \tag{21}$$

其中: δ_{ij} 和 $\gamma_{ij}(i = 1, 2, \cdots, N; j = 1, 2)$ 是任意的非负常数, $\hat{w}_{i1}(t_0)$ 和 $w_{i2}(t_0)$ 是式(21) 的初值, 且大于等于零, 可视为设计参数。

对误差系统(12) 应用式(19), 可得到下列闭环系统

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) = {} & \left[A - \frac{1}{2}k_i(t)BB^{\mathrm{T}}P\right]e_i(t) + \\ & \left[\Delta\bar{A}_i(t) - \frac{1}{2}k_i(t)BE_i(t)B^{\mathrm{T}}P\right]e_i(t) + \\ & B\sum_{j \ne i}^{N} h_{ij}^0(t)e_j(t) + B\bar{F}_i(t) \end{aligned} \tag{22}$$

另一方面, 设

$$\Psi_{i1} = \hat{w}_{i1} - w_{i1}^*, \quad \Psi_{i2} = \hat{w}_{i2} - w_{i2}^* \tag{23}$$

则可将式(21) 改写成下列误差方程

$$\begin{cases} \dot{\Psi}_{i1}(t) = -\delta_{i1}\gamma_{i1}\Psi_{i1}(t) + \dfrac{1}{2}\gamma_{i1}\| B^{\mathrm{T}}Pe_i(t) \|^2 - \delta_{i1}\gamma_{i1}w_{i1}^* \\ \dot{\Psi}_{i2}(t) = -\delta_{i2}\gamma_{i2}\Psi_{i2}(t) + \dfrac{1}{2}\gamma_{i2}\| B^{\mathrm{T}}Pe_i(t) \| - \delta_{i2}\gamma_{i2}w_{i2}^* \end{cases} \tag{24}$$

则误差系统(22) 和(24) 构成的闭环系统将终极一致有界, 并可被下述定理所证实。

定理 **2**　若系统(1) 满足假设 2 和 3, 系统(1) 和参考模型(2) 满足假设 1, 则误差系统(22) 和(24) 构成的闭环系统的解 $(e_i, \Psi_{i1}, \Psi_{i2})(t; t_0, e_i(t_0), \Psi_{i1}(t_0), \Psi_{i2}(t_0))(i = 1, 2, \cdots, N)$ 是终极一致有界的。

证明略。

5　仿真算例

考虑如下有加性扰动的双摆互联系统

$$\begin{cases} \dot{x}_i = (A_i + \Delta A_i(t))x_i + (B_i + \Delta B_i(t))u_i + \displaystyle\sum_{j \ne i}^{N} H_{ij}(t)x_j + q_i(t) \\ y_i = C_ix_i, \quad i = 1, 2 \end{cases} \tag{25}$$

其中

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta A_i(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -w_i(t) & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \Delta B_i(t) = B_ig_i(t)$$

$$H_{ij}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ w_i(t) & 0 \end{bmatrix}, \quad q_i(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ h_i(t) \end{bmatrix}$$

$$C_1 = (1, 1), \quad C_2 = (1, 0)$$

不确定性参数为 $w_i(t)$ 和 $g_i(t)$, 扰动参数为 $h_i(t)$。经验证, 系统(25) 满足假设 2 和假设 3, 且是相似组合系统。

欲跟踪模型为

$$\dot{x}_{mi} = A_{mi}x_{mi}, \quad y_{mi} = C_{mi}x_{mi}, \quad i = 1, 2 \tag{26}$$

其中

$$A_{m1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{m2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{m1} = (0, -1), \quad C_{m2} = (1, -1)$$

取矩阵

$$G_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad G_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = (0, 1), \quad H_2 = (-2, 2)$$

知假设 3 被满足。下面用数值仿真来说明自适应控制器(19) 的有效性。取参数 $\alpha = 0.2, \beta = 2, \gamma = 1$, 由式(10) 可得 Riccati 方程的正定解

$$P = \begin{bmatrix} 4.269\,8 & 2.925\,6 \\ 2.925\,6 & 2.825\,1 \end{bmatrix}$$

当系统(25) 的不确定性取 $w_i(t) = 0.25 + 0.25\sin(5t)$, $g_i(t) = 0.2\sin(5t)$, $h_1(t) = 5\sin t$, $h_2(t) = 2\cos t$; 初始条件取 $x_1(0) = (2, 0)$, $x_2(0) = (-2, 0.5)$, $x_{m1}(0) = (1, -2)$, $x_{m2}(0) = (1, 0.5)$, $\hat{w}_{ij}(0) = 0(i, j = 1, 2)$; 控制器设计参数取 $\delta_{11} = 0.2$, $\delta_{21} = 0.3$, $\gamma_{11} = \gamma_{21} = 0.3$, $\delta_{12} = \delta_{22} = 0.3$, $\gamma_{12} = 0.8$, $\gamma_{22} = 0.9$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 5$ 时, 系统(25) 的输出跟踪参考模型(26) 输出的跟踪结果和自适应变量的变化情况如图 1 ～图 3 所示。

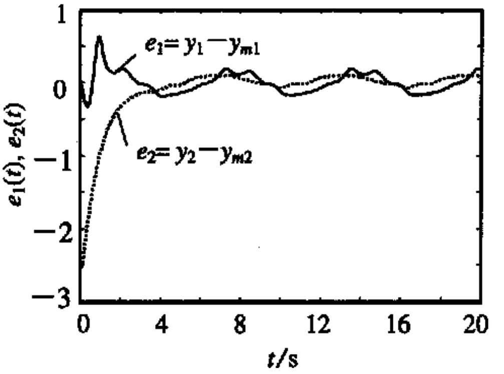

图 1 跟踪误差

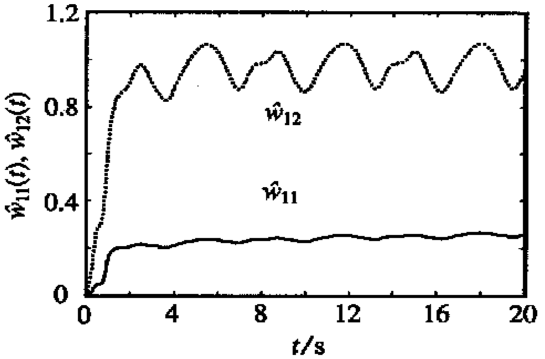

图 2 自适应变量 $\hat{w}_{11}$ 和 $\hat{w}_{12}$

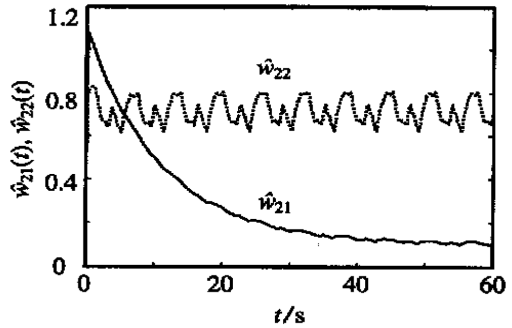

图 3 自适应变量 $\hat{w}_{21}$ 和 $\hat{w}_{22}$

6 结 语

本文研究了一类不确定相似组合系统的鲁棒跟踪控制问题, 控制器的设计只要求系统的不确定性和扰动满足匹配条件且有界, 但界可以是未知的。设计方案中并未涉及到系统不确定性和扰动的界。可见本文的方法更具广泛性且有效, 能够处理的不确定性的扰动参数变化范围更广, 控制器具有较强的鲁棒性。相似条件的运用简化了系统的分析与设计。

参考文献(References):

[1] Davison E J. The robust control of a servomechanism for linear time invariant multivariable systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1976, 21(1): 25-34.

[2] Francis B A. The linear multivariable regulator problem[J]. *SIAM J on Control and Optimization*, 1977, 15(3): 486-505.

[3] Hopp T H, Schmitendorf W E. Design of a linear controller for robust tracking and model following[J]. *ASME J on Dynamic Syst Meas and Control*, 1990, 112(4): 552-558.

[4] 倪茂林, 谌颖. 含时变不确定性线性系统的鲁棒跟踪控制[J]. 自动化学报, 1993, 19(5): 513-519.
(Ni M L, Chen Y. Robust tracking control for linear systems with time-varying uncertainties [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1993, 19(5): 513-519.)

[5] 彭晓红, 宁永臣, 张福恩. 时变不确定线性系统的鲁棒跟踪控制器的设计[J]. 自动化学报, 1996, 22(3): 357-360.
(Peng X H, Ning Y C, Zhang F E. Design of robust tracking controllers for time-varying linear systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1996, 22(3): 357-360.)

[6] Ni M L, Chen Y. Decentralized stabilization and output tracking of large-scale uncertain systems[J]. *Automatica*, 1996, 32(7): 1077-1080.

[7] 刘粉林, 刘媛, 黎阳生, 等. 含时变不确定线性系统的自适应鲁棒跟踪控制[J]. 控制与决策, 2001, 16(3): 322-325.
(Liu F L, Liu Y, Li Y S, et al. Adaptive robust tracking control for a class of linear systems with time-varying uncertainties[J]. *Control and Decision*, 2001, 16(3): 322-325.)

[8] 严星刚. 复杂非线性相似组合大系统的鲁棒控制与结构全息控制[D]. 沈阳: 东北大学, 1996.