

文章编号: 1001-0920(2003)04-0445-04

非线性不确定系统的直接自适应输出反馈模糊控制

王 涛, 佟绍成

(辽宁工学院 数理系, 辽宁 锦州 121001)

摘要: 针对一类单输入单输出非线性不确定系统, 基于状态观测器并结合自适应模糊系统和滑模控制, 提出一种稳定的直接自适应模糊输出反馈控制算法。该算法不需要系统状态可测的条件, 并能保证闭环系统稳定。仿真结果表明了该方法的有效性。

关键词: 非线性系统; 模糊自适应; 输出反馈控制; 稳定性分析

中图分类号: TP273.4

文献标识码: A

Direct adaptive fuzzy output feedback control for uncertain nonlinear systems

WANG Tao, TONG Shao-cheng

(Department of Mathematics and Physics, Liaoning Institute of Technology, Jinzhou 121001, China)

Abstract: By combining fuzzy adaptive logic system with sliding mode, direct adaptive fuzzy output feedback controller is developed for a class of SISO uncertain nonlinear systems. The proposed approach does not need the availability of the state variables, and can guarantee the stability of the whole closed-loop systems and obtain good tracking performance as well. The numerical simulation shows the effectiveness of the proposed approach.

Key words: Nonlinear systems; Adaptive fuzzy; Output feedback control; Stability analysis

1 引言

王立新^[1]首先提出非线性自适应模糊控制算法, 并基于李亚普诺夫方法给出了闭环系统的稳定性分析, 从而为研究非线性系统的模糊控制问题开辟了新的途径。国内外众多学者提出许多非线性直接和间接自适应模糊控制算法^[2~4]。但在这些自适应模糊控制算法和系统稳定性分析中, 都假设非线性系统的状态是可测的, 因此这些自适应模糊控制算法难以用于状态不可测的非线性系统的控制。

本文针对状态变量不完全可测的单输入单输出非线性系统, 提出一种基于观测器的直接自适应模糊输出控制方法。整个控制器由两部分构成: 一部分

是模糊自适应系统; 另一部分是由跟踪误差估计的反馈控制与滑模控制所合成的补偿项。基于李亚普诺夫函数方法, 证明了所提出的直接自适应模糊输出控制算法能保证闭环系统稳定, 并取得良好的控制性能。

2 模型描述及控制问题

考虑如下非线性系统^[1,2]

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + bu \\ y = x \end{cases} \quad (1)$$

其中: f 是未知的连续函数, b 是已知常数, $x = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in R^n$ 是系统的状态向量, 假设它不是完全可测的, $u \in R$ 和 $y \in R$ 分别是系统的输入和输

收稿日期: 2002-04-08; 修回日期: 2002-06-24。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60274019); 国家 973 规划基金资助项目(2002CB312200)。

作者简介: 王涛(1965—), 女(蒙古族), 黑龙江太康人, 副教授, 硕士生, 从事模糊控制等研究; 佟绍成(1960—), 男(满族), 辽宁锦州人, 副校长, 教授, 博士, 从事模糊控制、自适应控制等研究。

出。

系统(1) 等价于

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B(f(x) + g(x)u) \\ y = C^T x \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

假设 y_m 是有界的参考信号, 并且具有 $1 \sim n-1$ 阶导数。设 $e = y_m - y$ 是系统的跟踪误差, \hat{x} 是 x 的估计。引入记号

$$\underline{y}_m = [y_m, \dot{y}_m, \dots, y_m^{(n-1)}]^T$$

$$e = \underline{y}_m - \underline{x} = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T$$

$$\hat{e} = \underline{y}_m - \hat{\underline{x}} = [\hat{e}, \dot{\hat{e}}, \dots, \hat{e}^{(n-1)}]^T$$

$$\tilde{e} = e - \hat{e}$$

控制目标是在系统状态不可测的条件下, 利用 $e = y_m - y$ 和模糊逻辑系统, 设计直接模糊自适应控制, 使得闭环系统稳定, 跟踪误差 $e = y_m - y$ 尽可能小。

3 自适应输出反馈控制的设计与分析

如果系统(1) 的状态向量 x 是完全可测的, 则由文献[1, 2] 知, 可设计直接自适应模糊状态反馈控制

$$u = \hat{u}(x|\theta) - u_s \quad (3)$$

其中: $\hat{u}(x|\theta) = \theta^T \psi(x)$ 是模糊逻辑系统, 它可用于在线逼近下列模糊控制器

$$u^*(x) = \frac{1}{b}[-f(x) + y_m^{(n)} + K_c^T e] \quad (4)$$

u_s 是一个滑模控制项。如果参数自适应律为

$$\dot{\theta} = \gamma e^T P B \psi(x) \quad (5)$$

则整个模糊控制方案(4) 和(5) 能保证闭环系统稳定^[2]。

如果系统的状态变量 x 不可测, 则设计模糊控制器

$$u = \hat{u}(x|\hat{\theta}) - u_a - u_s \quad (6)$$

其中: $\hat{u}(x|\hat{\theta}) = \hat{\theta}^T \psi(x)$, u_a 是跟踪误差估计的线性

组合, u_s 是滑模控制项。关于 u_a 和 u_s 将在后面给出。

把式(6) 代入(2), 经过简单的运算得到

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= y_m^{(n)} + K_c^T e - b u_a - \\ & b u_s + b(\hat{u}(x|\hat{\theta}) - u^*(x)) \end{aligned} \quad (7)$$

或等价于

$$\begin{cases} \dot{e} = A e - B K_c^T \hat{e} + B b [u_a + \\ u_s + (u^*(x) - \hat{u}(x|\hat{\theta}))] \\ e = C^T e \end{cases} \quad (8)$$

设计跟踪误差的观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{e}} = A \hat{e} - B K_c^T \hat{e} + K_0(e - \hat{e}) \\ \hat{e} = C^T \hat{e} \end{cases} \quad (9)$$

其中 $K_0^T = [k_1^0, k_2^0, \dots, k_n^0]$ 是观测器增益矩阵。选择 K_0 使得 $A - K_0 C^T$ 是稳定的矩阵。

定义观测误差 $\tilde{e} = e - \hat{e}$, 由式(8) 和(9) 得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{e}} = (A - K_0 C^T) \tilde{e} + B b [u_a + \\ u_s + (u^*(x) - \hat{u}(x|\hat{\theta}))] \\ \tilde{e} = C^T \tilde{e} \end{cases} \quad (10)$$

定义优化参数向量 θ^* 和模糊逼近误差 w 分别为

$$\begin{cases} \theta^* = \arg \min_{\theta} \inf_x \sup_{U_1, U_2} |u^*(x) - u(x|\theta)| \\ w = u^*(x) - \hat{u}(x|\theta^*) \end{cases} \quad (11)$$

把 $\hat{u}(x|\hat{\theta}) = \theta^T \psi(x)$ 代入式(10), 得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{e}} = (A - K_0 C^T) \tilde{e} + B b \times \\ [\tilde{\theta}^T \psi(x) + u_a + u_s + w] \\ \tilde{e} = C^T \tilde{e} \end{cases} \quad (12)$$

其中 $\tilde{\theta} = \theta^* - \theta$ 是参数误差向量。对式(12) 进行拉氏变换, 得

$$\tilde{e} = H(s) [\tilde{\theta}^T \psi(x) + u_a + u_s + w] \quad (13)$$

其中

$$H(s) = C^T (sI - (A - K_0 C^T))^{-1} B$$

是稳定的传递函数。选择传递函数 $L(s)$, 使得 $L^{-1}(s)$ 是严格稳定的, 并且保证 $H(s)L(s)$ 是严格正实的。

把式(13) 进一步写成等价的形式

$$\tilde{e} = H(s)L(s) [\tilde{\theta}^T \psi(x) + \tilde{\theta}_e^T \psi(x) u + u_{a1} + u_{s1} + w_1] \quad (14)$$

其中: $\psi_1(x) = L^{-1}(s)\psi(x)$, $u_{a1} = L^{-1}(s)u_a$, $u_{s1} = L^{-1}(s)u_s$, $w_1 = L^{-1}(s)w$ 。设

$$L(s) = s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_0$$

则式(13)的状态空间实现为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{e}}_s = A_s \tilde{e}_s + B_s [\tilde{\Theta}^T \Psi_1(\hat{x}) + bu + u_{a1} + u_{s1} + w_1] \\ \tilde{e} = C_s^T \tilde{e}_s \end{cases} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{e}_s &= [\tilde{e} \quad \dot{\tilde{e}} \quad \dots \quad \tilde{e}^{(n-1)}]^T \\ A_s &= A - K_0 C^T \\ B_s &= [1 \quad b_1 \quad \dots \quad b_m]^T \\ C_s &= [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T \end{aligned}$$

假设 P_1 和 P_2 是满足下面矩阵方程的正定解

$$(A - BK_c^T)^T P_1 + P_1 (A - BK_c^T) = -Q_1 \quad (16)$$

$$\begin{cases} A_s^T P_2 + P_2 A_s^T = -bQ_2 \\ P_2 B_s = C_s \end{cases} \quad (17)$$

注意到 $\tilde{e}_s^T P_2 B_s = C_s^T \tilde{e}_s = \tilde{e}$, $\tilde{e} = y_m - y - \hat{e}$ 是可以利用的,并且矩阵方程(1)和(17)存在正定矩阵,因此设计 u_{a1} , u_{s1} 和 $\hat{\Theta}$ 的自适应律

$$u_{a1} = -K_0^T P_1 \hat{e} \quad (18)$$

$$u_{s1} = -k \operatorname{sgn}(B_s^T P_2 \tilde{e}_s) = -k \operatorname{sgn}(\tilde{e}) \quad (19)$$

$$\dot{\hat{\Theta}} = \mathcal{Y} \tilde{e}_s^T P_2 B_s \Psi_1(\hat{x}) = \mathcal{Y} \tilde{e} \Psi_1(\hat{x}) \quad (20)$$

整个模糊自适应控制方案具有如下性质:

定理 1 对于非线性系统(1),假设 $|w| \leq k$,

如果采用模糊控制器(6),(18)和(19),参数向量的自适应律为式(20),则如下性质成立:

- 1) $\hat{x}, \underline{x}, \hat{e}, \underline{e} \in L$;
- 2) $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e} = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e} = 0$ 。

证明 选择李亚普诺夫函数

$$V = \frac{1}{2} \hat{e}^T P_1 \hat{e} + \frac{1}{2b} \tilde{e}_s^T P_2 \tilde{e}_s + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\Theta}^T \tilde{\Theta} \quad (21)$$

求 V 对时间的导数,并由式(9)和(15)及 $\dot{\hat{\Theta}} = -\dot{\hat{\Theta}}$ 得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} \hat{e}^T [(A - BK_c^T)^T P_1 + P_1 (A - BK_c^T)] \hat{e} + \hat{e}^T P_1 K_0 C^T \tilde{e}_s + \\ &\quad \frac{1}{2b} \tilde{e}_s^T [(A - K_0 C^T)^T P_2 + P_2 (A - K_0 C^T)] \tilde{e}_s + \tilde{e}_s^T P_2 B_s u_{a1} + \\ &\quad \tilde{e}_s^T P_2 B_s w_1 + \tilde{e}_s^T P_2 B_s u_{s1} + \\ &\quad \tilde{e}_s^T P_2 B_s \tilde{\Theta}^T \Psi_1(\hat{x}) - \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{\Theta}}^T \tilde{\Theta} \end{aligned} \quad (22)$$

把 u_{a1} , u_{s1} 和 $\dot{\hat{\Theta}}$ 的表达式代入式(22),进一步得

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \hat{e}^T [(A - BK_c^T)^T P_1 + P_1 (A - BK_c^T)] \hat{e} + \\ &\quad \frac{1}{2} \tilde{e}_s^T [(A - K_0 C^T)^T P_2 + P_2 (A - K_0 C^T)] \tilde{e}_s + \tilde{e}_s^T P_2 B_s |w_1| + \tilde{e}_s^T P_2 B_s u_{s1} \end{aligned} \quad (23)$$

由式(16),(17)和(19)得

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} \hat{e}^T Q_1 \hat{e} - \frac{1}{2} \tilde{e}_s^T Q_2 \tilde{e}_s \quad (24)$$

记 $Q = \operatorname{diag}[Q_1, Q_2]$, $E^T = [\hat{e}^T, \tilde{e}_s^T]$, 则 $\dot{V} < 0$ 。所以 $\hat{e}, \underline{x}, \underline{x}, u \in L$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e} = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e}_s = 0$ 。进而得 $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e} = 0$ 。

4 仿真研究

考虑非线性系统^[2]

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -0.1x_2 - x_1^3 + 12\cos t + u + d \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

首先对变量 x_1 和 x_2 , 定义区间 $[-\pi/3, \pi/3]$ 上的模糊集 $N_1, N_2, N_3, Z, P_1, P_2, P_3$, 相应的模糊隶属函数为

$$\begin{aligned} \mu_{N_1}(x_i) &= 1/[1 + \exp(5(x_i + 0.6))] \\ \mu_{N_2}(x_i) &= \exp[-(x_i + 0.4)^2] \\ \mu_{N_3}(x_i) &= \exp[-(x_i + 0.2)^2] \\ \mu_Z(x_i) &= \exp[-x_i^2] \\ \mu_{P_1}(x_i) &= \exp[-(x_i - 0.2)^2] \\ \mu_{P_2}(x_i) &= \exp[-(x_i - 0.4)^2] \\ \mu_{P_3}(x_i) &= 1/[1 + \exp(-5(x_i - 0.6))] \end{aligned}$$

令 $L(s) = 1/(s + 2)$, 给定正定矩阵 $Q_1 = Q_2 = \operatorname{diag}[10, 10]$, $K_c^T = [100, 10]$, $K_0^T = [40, 700]$ 。通过解矩阵方程(16)和(17),得到使得系统稳定的正定矩阵 P_1 和 P_2 。

定义参考信号为 $y_m = \sin t$, $\mathcal{Y} = 0.5, k = 0.85$ 。初始条件为 $x_1(0) = x_2(0) = 0.2, \hat{x}_1(0) = \hat{x}_2(0) = 1.5, \hat{\Theta}(0) = 0$ 。仿真结果如图 1 和图 2 所示。

5 结论

本文针对一类非线性不确定系统,提出一种直接自适应模糊输出反馈控制算法。该算法与现有算法的根本区别在于:不需要系统的状态变量可测的条件,而是通过观测器获得它的估计值。理论和仿真结果证明了所提出的模糊自适应控制算法可保证闭环系统稳定,跟踪误差渐近趋向于零。

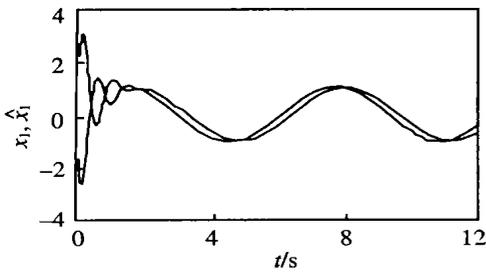
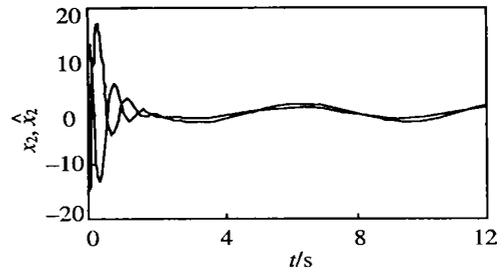
(a) x_1 及其估计 \hat{x}_1 (b) x_2 及其估计 \hat{x}_2

图 1 系统的状态和估计

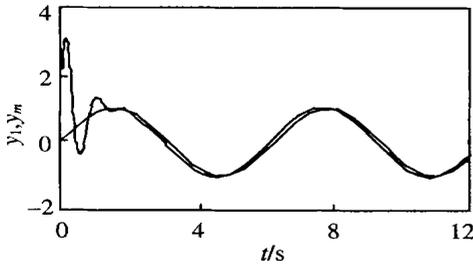
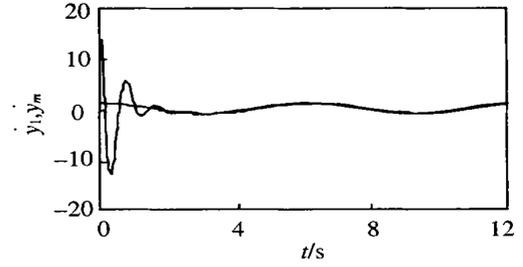
(a) 输出 y 和 y_m (b) y_1 和 y_m

图 2 输出跟踪及其参考信号

参考文献(References):

- [1] Wang L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems[J]. *IEEE Trans Fuzzy Systems*, 1993, 1(2): 146-155.
- [2] Chen B S, Lee C H, Chang Y C. H_∞ tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: Adaptive fuzzy approach[J]. *IEEE Trans Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 32-43.
- [3] Tong S C, Chai T Y. Fuzzy adaptive control for a class of nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 101(1): 31-39.
- [4] Chai T Y, Tong S C. Fuzzy direct adaptive control for a class of nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 103(3): 379-389.
- [5] 佟绍成. 基于观测器非线性不确定系统的自适应模糊控制[J]. *控制与决策*, 2002, 17(4): 391-396. (Tong S C. Fuzzy adaptive output tracking control of nonlinear systems[J]. *Control and Decision*, 2002, 17(4): 391-396.)
- [4] Jin K H. Genetic approach with a new representation for base station placement in mobile communications[A]. *Proc IEEE VTC 01*[C]. Atlantic, 2001. 860-864.
- [5] Zitzler E. *Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications*[M]. Shaker Verlag, 1999. 11-12.
- [6] Deb K, Agrawal S, Pratap A, et al. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II[A]. *Proc of the Parallel Problem Solving from Nature VI Conf*[C]. Paris, 2000. 849-858.
- [7] Srinivas N, Deb K. Multi-objective function optimization using non-dominated sorting genetic algorithms[J]. *Evolutionary Computation*, 1995, 2(3): 221-248.
- [8] Goldberg D E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*[M]. Massachusetts: Addison-Wesley, 1983.
- [9] Hancock P J B. An empirical comparison of selection methods in evolutionary algorithm[A]. *Evolutionary Computing: A ISB Workshop*[C]. Berlin: Springer-Verlag, 1994. 80-94.
- [10] 王凌. 智能优化算法及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.

(上接第 444 页)