

文章编号: 1001-0920(2003)04-0468-03

## 多输入不确定系统离散变结构控制设计

宋立忠, 陈少昌, 姚琼荃

(海军工程大学 电气工程系, 湖北 武汉 430033)

**摘要:** 研究基于离散趋近律方法的变结构控制设计问题, 提出一种新型的离散趋近律。其特点是可以稳定于原点, 能有效消除由传统离散趋近律参数引起的抖振。针对不确定因素的影响设计扰动预估器, 它对变化率较慢的外干扰和参数摄动具有很高的估计精度。仿真结果表明了所提出设计方法的有效性。

**关键词:** 多输入系统; 离散变结构控制; 趋近律; 鲁棒性

中图分类号: TP273

文献标识码: A

## Discrete variable structure control design for multi-input uncertain systems

SONGLI-zhong, CHEN Shao-chang, YA O Qiong-hui

(Department of Electric Engineering, Navy University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** A new approach in the design of discrete-time variable structure control is presented based on the reaching law approach. First, a discrete reaching law, which is stable at the origin and can eliminate the chattering caused by conventional discrete reaching law parameters, is proposed. Subsequently, an algorithm for uncertainty estimation is developed. The estimator has perfect performances, especially for slowly changing disturbances or parameter perturbations. Simulation results show the effectiveness of the proposed approach.

**Key words:** Multi-input system; Discrete variable structure control; Reaching law; Robustness

### 1 引言

变结构控制(VSC)以其鲁棒性强的优点而受到普遍重视。随着计算机技术在控制领域的广泛应用, 离散时间系统的变结构控制日益引起人们的关注<sup>[1-5]</sup>。对多输入离散时间系统建立变结构控制, 目前比较简单而有效的是离散趋近律方法<sup>[1]</sup>。传统设计方法存在两方面不足: 一是由于趋近律自身参数的影响, 即使对于名义系统, 系统状态轨迹也只能稳定于原点邻域的某个抖动, 而不能期待原点的稳定性<sup>[2]</sup>; 二是根据不确定性的上界设计控制器, 大的反馈增益将使抖振加剧。

本文提出一种新型的离散趋近律, 并针对系统

不确定部分设计扰动预估器。理论分析及仿真结果均表明, 本文方法可有效减弱抖振并增强系统的鲁棒性。

### 2 离散时间系统 VSC 设计

考虑如下多输入不确定离散时间系统

$$x(k+1) = (A + \Delta A)x(k) + Bu(k) + f(k) \quad (1)$$

式中:  $x \in R^n$ ,  $u \in R^m$ ,  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times m}$ ;  $\Delta A$  和  $f$  分别代表参数不确定性及外部干扰。假设  $(A, B)$  可控且不确定部分满足匹配条件<sup>[3]</sup>, 则式(1)可写成

$$x(k+1) = Ax(k) + B[u(k) + h(k)] \quad (2)$$

收稿日期: 2002-04-15; 修回日期: 2002-07-15。

作者简介: 宋立忠(1969—), 男, 山东章丘人, 博士生, 从事变结构控制、智能控制等研究; 陈少昌(1962—), 男, 陕西韩城人, 副教授, 博士, 从事非线性系统、智能控制等研究。

式中  $h(k) \in R^m$ 。定义线性切换函数

$$s(k) = [s_1(k) \ \dots \ s_m(k)]^T = Cx(k) \quad (3)$$

矩阵  $C \in R^{m \times n}$  的选择应使  $CB$  非奇, 并保证准滑动模态运动具有渐近稳定性和良好的动态品质<sup>[1]</sup>。

现提出如下形式的离散趋近律

$$s(k+1) = \mu s(k) - \rho(s(k)) \epsilon T \operatorname{sgn}(s(k)) \quad (4)$$

$$\rho(s_i(k)) = \begin{cases} 1, & |s_i(k)| > \Delta_i \\ \frac{2\mu_i |s_i(k)|}{\epsilon T}, & |s_i(k)| \leq \Delta_i \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $T$  为采样周期,  $\mu, \epsilon, \rho(\bullet)$  和  $\operatorname{sgn}(\bullet)$  皆为  $m$  维对角阵,  $\Delta_i = \epsilon T / (1 + \mu_i), 0 < \mu_i < 1, \epsilon > 0, i = 1, 2, \dots, m$ 。由式(2) ~ (4) 可求得变结构控制律

$$u(k) = -h(k) - (CB)^{-1} [CAx(k) - \mu s(k) + \rho(s(k)) \epsilon T \operatorname{sgn}(s(k))] \quad (6)$$

**定理 1** 对于离散趋近律(4), 任意初始值  $s_i(0) = 0, i = 1, 2, \dots, m$ , 当  $k \rightarrow \infty$  时,  $|s_i(k)| \rightarrow 0$ 。易证式(4) 始终满足收敛条件  $|s_i(k+1)| < |s_i(k)|$  (具体证明略)。

**定理 2** 在控制律(6) 可实现的情况下, 对于任意非零初始值  $x(0)$ , 当  $k \rightarrow \infty$  时, 系统(2) 的状态轨迹将到达并稳定于滑模面  $s_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, m$ 。

**证明** 在控制律(6) 的作用下, 系统(2) 的运动方程为

$$x(k+1) = [I - B(CB)^{-1}C]Ax(k) + B(CB)^{-1} \times [\mu s(k) - \rho(s(k)) \epsilon T \operatorname{sgn}(s(k))] \quad (7)$$

由定理 1 知, 当  $k \rightarrow \infty$  时, 式(7) 中第 2 项趋于零, 此时式(7) 即为滑动方程。

由定理 2 知, 对于确定性系统, 控制律(6) 可使系统状态到达切换面并转为滑动运动, 不会出现抖振; 对于不确定系统, 由于  $h(k)$  未知, 控制律(6) 无法实现。

### 3 控制律的实现

设计扰动估计器如下

$$\hat{h}(k) = \hat{h}(k-1) + (I + \lambda(CB)^{-1}) \times [s(k) - \mu s(k-1) + \rho(s(k-1)) \epsilon T \operatorname{sgn}(s(k-1))] \quad (8)$$

式中:  $\hat{h}(k) \in R^m$  是  $h(k)$  的估计值,  $\lambda = \operatorname{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m), 0 < \lambda_i < 1$ 。以预估值  $\hat{h}(k)$  代替式(6) 中的  $h(k)$ , 可得可实现的离散变结构控制律

$$u(k) = -\hat{h}(k) - (CB)^{-1} [CAx(k) - \mu s(k) + \rho(s(k)) \epsilon T \operatorname{sgn}(s(k))] \quad (9)$$

定义估计误差  $e(k) = h(k) - \hat{h}(k)$ , 则有如下

定理:

**定理 3** 对于不确定系统(2), 选取扰动估计律和变结构控制律分别为式(8) 和(9), 则闭环系统滑模动态和估计误差动态满足

$$s(k+1) = \mu s(k) - \rho(s(k)) \epsilon T \operatorname{sgn}(s(k)) + CB e(k) \quad (10)$$

$$e(k+1) = h(k+1) - h(k) - \lambda e(k) \quad (11)$$

**证明** 由式(2), (3) 和(9) 可得式(10)。将式(10) 代入扰动预估器(8), 可得

$$\hat{h}(k) = \hat{h}(k-1) + e(k-1) + \lambda e(k-1) \quad (12)$$

将关系式  $\hat{h}(k) = h(k) - e(k)$  代入式(12) 即得式(11)。

由式(12) 知, 扰动预估值由前一时刻实际值及根据前一时刻估计误差而确定的修正量组成。

**引理 1** 对于估计误差动态方程(11), 如果存在某个正数  $\sigma$ , 使得对于所有的  $k, |h_i(k+1) - h_i(k)| < \sigma$  均成立, 则一定存在某个时刻  $k_0$ , 当  $k >$

$k_0$  时,  $|e_i(k)| < \frac{\sigma}{1 - \lambda_i}$  恒成立, 而与初值  $e_i(0)$  无关。

**证明**  $e_i(k)$  可看作由  $e_{i1}(k) + e_{i2}(k)$  两部分构成, 且  $e_{i1}(0) = 0, e_{i2}(0) = e_i(0)$ 。于是有

$$e_{i1}(k+1) = h_i(k+1) - h_i(k) - \lambda e_{i1}(k) \quad (13)$$

$$e_{i2}(k+1) = -\lambda e_{i2}(k) \quad (14)$$

若  $|e_{i1}(k)| < \frac{\sigma}{1 - \lambda_i}$ , 则由式(13) 及假设条件  $|h_i(k+1) - h_i(k)| < \sigma$ , 可得

$$-\frac{\lambda \sigma}{1 - \lambda_i} - \sigma < e_{i1}(k+1) <$$

$$\frac{\lambda \sigma}{1 - \lambda_i} + \sigma \Rightarrow$$

$$|e_{i1}(k+1)| < \frac{\sigma}{1 - \lambda_i} \quad (15)$$

由于  $e_{i1}(0) = 0$ , 故对于任意的  $k > 0$ , 式(15) 恒成立。由于式(14) 中  $0 < \lambda < 1$ , 故存在某个  $k_0$ , 使得当  $k > k_0$  时,  $|e_{i2}(k)|$  可以任意小。从而引理得证。

由引理 1 知, 常值干扰 ( $\sigma = 0$ ) 或变化率较慢干扰 ( $\sigma$  较小) 的估计误差, 可以收敛到零或一个很小的值。

定义向量  $v(k) = [v_1(k) \ \dots \ v_m(k)]^T = CB e(k)$ , 则  $v_i(k) = \sum_{l=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} b_{jl} e_l(k)$ 。由引理 1 知

$|e_i(k)|$  收敛于某个正数, 因而  $|v_i(k)|$  也必收敛于

某个正数.不妨设  $|v_i(k)| < \zeta$  则有如下定理:

**定理 4** 对于不确定系统(2),将式(5)中的  $\Delta_i$  调整为  $\Delta_i = \frac{\epsilon T + \zeta}{1 - \mu_i}$ ,则由式(10)和(11)构成的闭环系统稳定,且稳定域为

$$S^A: |s_i(k)| < \frac{\zeta}{1 - \mu_i}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

定义  $\Delta_i = \frac{\zeta}{1 - \mu_i}$ , 分为  $|s_i(k)| > \Delta_i, \Delta_i < |s_i(k)| < \Delta_i$  和  $|s_i(k)| > \Delta_i$  三种情况进行证明(具体证明略),可得以下结果

$$\begin{cases} |s_i(k+1)| < |s_i(k)|, & |s_i(k)| > \frac{\zeta}{1 - \mu_i} \\ |s_i(k+1)| < \frac{\zeta}{1 - \mu_i}, & |s_i(k)| < \frac{\zeta}{1 - \mu_i} \end{cases} \quad (16)$$

**定理 5** 对于不确定系统(2),采用变结构控制律(9)及扰动预估器(8),则闭环系统的状态轨迹将到达并稳定于切换面的某个邻域,该邻域为

$$S^A: |s_i(k)| < \Delta_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

由定理 4 及式(3)易得此结论(具体证明略)。

由定理 4 和定理 5 易知,由于估计误差的存在,不确定系统的变结构控制只能产生准滑模运动。

### 4 数值仿真

采用文献[3]中的例子进行仿真,参数如下

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & 6 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 10 & 9 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.356 & 5 & 3 & 0.341 & 7 & 0.215 & 7 \\ 0.091 & 8 & 0.215 & 7 & 1.076 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} -0.080 & 4 & -0.103 & 4 & -0.063 & 1 & -0.024 & 0 \\ 0.060 & 1 & -0.114 & 5 & -0.139 & 1 & -0.132 & 4 \end{bmatrix}$$

$$x(0) = [1 \quad 2 \quad 3 \quad 4]^T$$

$$\epsilon T = 2, \quad \mu_i = 0.3, \quad \lambda = 0.1$$

$$d_1(k) = 0.2 + 0.02\sin(0.05(k-1)\pi)$$

$$d_2(k) = -0.3 - 0.03(k-1) + 0.3\sin(0.05(k-1)\pi) - 0.04\cos(0.1(k-1)\pi)$$

仿真结果如图 1~ 图 3 所示.由图 1 和图 2 可以看出,所提出方法较好地消除了抖振,在同时存在参数摄动和外干扰  $h(k) = Px(k) + d(k)$  时,闭环

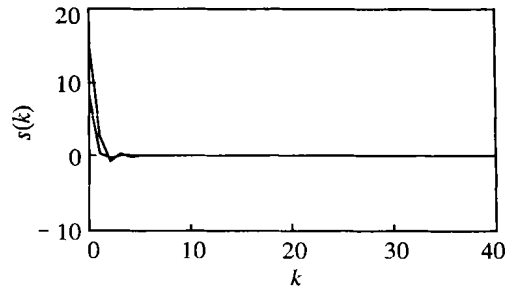


图 1 名义系统响应

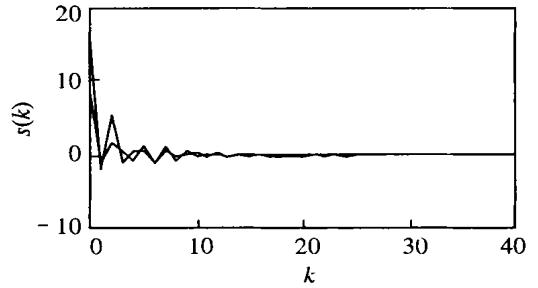


图 2 不确定系统响应

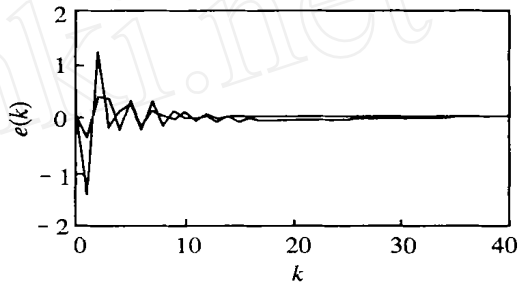


图 3 估计误差动态响应

系统仍能保持较好的性能,显示了控制器的强鲁棒性.图 3 则表明所设计的扰动估计器具有较高的估计精度。

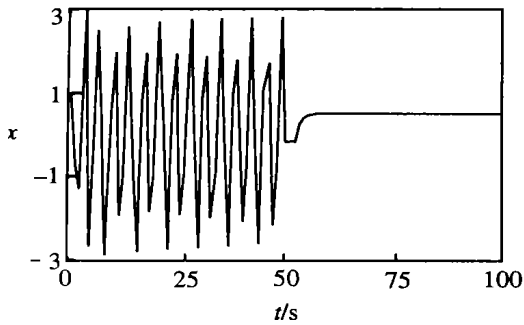
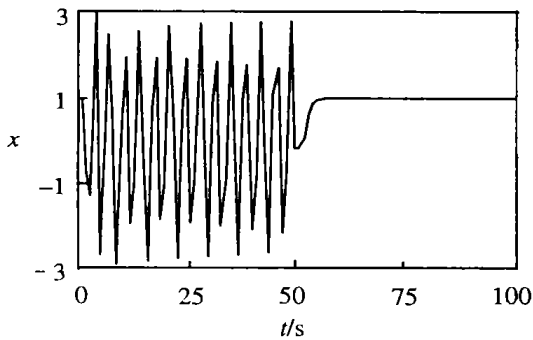
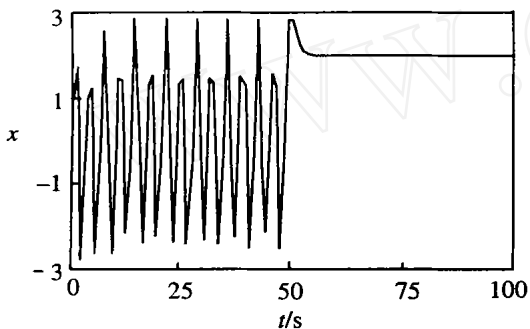
### 5 结 语

本文主要探讨多输入不确定离散时间系统的变结构控制设计问题,提出一种新型的离散趋近律,其特点是可以期待原点的稳定性.针对系统不确定性设计了扰动预估器,对常值或变化率较慢的扰动具有很高的估计精度.仿真结果表明,所提出的设计方法可降低不确定因素对系统的影响,并有效地减弱抖振。

### 参考文献(References):

[1] 高为炳 变结构控制的理论及设计方法[M] 北京: 科学出版社, 1998 278-300  
[2] 姚琼荃, 宋立忠, 温洪 离散变结构控制系统的比例-等速-变速控制[J] 控制与决策, 2000, 15(3): 329-332

(下转第 474 页)

图2 跟踪目标  $x = 0.5$  的系统仿真曲线图3 跟踪目标  $x = 1$  的系统仿真曲线图4 目标位置  $x = 2$  的系统响应曲线

真结果表明,所提出的控制策略对部分参数已知的不确定混沌系统能进行有效控制,对参数变化和噪声存在具有不敏感性。

## 5 结 论

本文结合回归最小二乘法 and 梯度下降法,提出一种模糊建模及其自适应模糊控制方法。用Duffing系统进行仿真实验,结果表明模糊建模精度高,系统响应速度快,跟踪稳定性强,且具有良好的鲁棒性。这为混沌系统的模型辨识及消除混沌现象提供了有价值的方法。

## 参考文献(References):

- [1] Chen G. *Controlling Chaos and Bifurcation in Engineering Systems* [M]. Boca Raton: CRC Press, 1999.
- [2] Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos[J]. *Phys Rev Lett A*, 1990, 64(11): 1196-1199.
- [3] Chen G, Dong X. On feedback control of chaotic continuous-time systems[J]. *IEEE Trans Circ Syst*, 1993, 40(9): 591-601.
- [4] Gonzalez G A. Controlling chaos of an uncertain Lozi system via adaptive techniques[J]. *Int J Bifurc Chaos*, 1995, 5(2): 559-562.
- [5] Liang Chen, Guanrong Chen, Yangwoo Lee. Fuzzy modeling and adaptive control of uncertain chaotic system [J]. *Inforsci*, 1999, 121(1): 27-37.
- [6] Jang J S R. Adaptive network based fuzzy inference system [J]. *IEEE Trans Syst Man Cybern*, 1993, 23(3): 665-685.
- [7] Goldberg R R. *Methods of Real Analysis* [M]. New York: Wiley, 1976.
- [8] Cowan C F N, Grant P M. *Adaptive Filters* [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1985.

(上接第470页)

- (Yao Qionghui, Song Lizhong, Wen Hong. Proportional-constant-variable rate control for discrete-time variable structure systems[J]. *Control and Decision*, 2000, 15(3): 329-332.)
- [3] Gao Weibing, Wang Yufu, Homaifa A. Discrete-time variable structure control systems[J]. *IEEE Trans Ind Electr*, 1995, 42(2): 117-122.
- [4] Eun Y, Cho D D. Robustness of multivariable discrete-

- time variable structure control[J]. *Int J Control*, 1999, 72(12): 1106-1115.
- [5] 于双和, 强文义, 傅佩琛. 无抖振离散准滑模控制[J]. *控制与决策*, 2001, 16(3): 380-382.
- (Yu Shuanghe, Qiang Wenyi, Fu Peichen. Chattering-free discrete quasi-sliding mode controller [J]. *Control and Decision*, 2001, 16(3): 380-382.)