

文章编号: 1001-0920(2003)04-0385-07

## 系统控制和信号处理中的 Delta 算子方法

张瑞金<sup>1</sup>, 王忠勇<sup>1</sup>, 吴捷<sup>2</sup>

(1. 郑州大学 信息工程学院, 河南 郑州 450052; 2. 华南理工大学 电力学院, 广东 广州 510640)

**摘要:** 对 Delta 算子方法在高速信号处理与控制领域的最新进展进行综述, 其内容包括 Delta 算子系统的鲁棒性与  $H_\infty$  控制, 基于 Delta 算子的 PIP 控制与 GPC 控制, 信号处理中的 Delta 算子方法, 基于有限字长的控制器和滤波器的实现等。最后介绍了 Delta 算子方法的若干应用成果。

**关键词:** 离散系统; Delta 算子; 高速采样; 高速信号处理

中图分类号: TP273

文献标识码: A

## Survey on system control and signal processing using the delta operator

ZHANG Duan-jin<sup>1</sup>, WANG Zhong-yong<sup>1</sup>, WU Jie<sup>2</sup>

(1. College of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450052, China;

2. Electric Power College, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** New development of high speed signal processing and control based on the delta operator is reviewed, which includes the delta operator based proportional-integral-plus (PIP) control and generalized predictive control (GPC), robust control and  $H_\infty$  control, filtering and parameter estimation, realizations of controller and filter with finite word length consideration. Some typical application results of delta operator approach are given, and open issues on it are also pointed out.

**Key words:** Discrete time system; Delta operator; Fast sampling; High speed signal processing

### 1 引言

Delta 算子的概念最早是在进行算法的数值特性分析时, 以 Euler 逼近方式提出的, 并应用于数字滤波<sup>[1]</sup>, 但当时并未引起足够的重视。直到 1986 年, Goodwin 教授等发表了开创性论文<sup>[2,3]</sup>, 从不同角度阐述了 Delta 算子方法的优点, 有关 Delta 算子的研究才受到广泛的关注。1990 年, Goodwin 和 Middleton 出版了第一本关于 Delta 算子方法的专著<sup>[4]</sup>, 不久又发表了综述性论文<sup>[5]</sup>, 系统地总结了 Delta 算子方法在控制与估计中的应用成果。

Delta 算子定义为  $\delta = (q - 1)/T$ , 其中:  $q$  为移

位算子,  $T$  为采样周期。它是一种离散化方法, 具有以下特点<sup>[2,4]</sup>: 1) 在高速采样时(采样周期趋于零), Delta 算子离散化模型趋近于原来的连续模型, 所得结果也趋于连续情形的相应结果; 2) Delta 算子实现时具有较好的数字特性, 其有限字长特性和系数灵敏度等优于常规的移位算子。Delta 算子方法能有效克服移位算子方法在高速采样时引发的系列难题, 在高速信号处理与控制领域具有广阔的应用前景。

我国关于 Delta 算子的研究始于 20 世纪 90 年代。陈宗基等<sup>[6]</sup>发表了国内第一篇 Delta 算子的论

收稿日期: 2002-03-25; 修回日期: 2002-04-27。

基金项目: 中国博士后科学基金资助项目([2000]31); 河南省自然科学基金资助项目(0311011600)。

作者简介: 张瑞金(1966—), 男, 湖北荆州人, 副教授, 博士后, 从事高速信号处理、鲁棒控制的研究; 吴捷(1937—), 男, 河北乐亭人, 教授, 博士生导师, 从事自适应控制、电力系统优化与控制的研究。

文,对 Delta 算子的有限字长问题进行研究。此后,李渭华等<sup>[7]</sup>探讨了 Delta 算子格形滤波在故障检测中的应用。张端金和杨成梧<sup>[8]</sup>发表了国内第一篇 Delta 算子方法的综述论文。其他工作还有:Delta 算子在自适应控制<sup>[9]</sup>和电力系统<sup>[10]</sup>中的应用,有限字长控制器的实现等<sup>[11-13]</sup>。

近年来,Delta 算子方法的研究进展很快,在神经网络<sup>[14]</sup>、参数估计<sup>[15]</sup>、信号处理<sup>[16]</sup>、PWM 调速<sup>[17]</sup>、电力控制<sup>[18]</sup>、滑模控制<sup>[19]</sup>、 $H$  控制<sup>[20]</sup>、PIP 控制<sup>[21]</sup>、2D 系统<sup>[22]</sup>和图像处理<sup>[23]</sup>等方面不断取得新的成果。

本文综述了 Delta 算子方法的最新进展,以期引起国内控制和信号处理学科人员的研究兴趣,推动 Delta 算子方法的研究与发展。

## 2 Delta 算子系统的鲁棒性与 $H_\infty$ 控制

系统鲁棒性与  $H$  控制是控制领域的重要研究内容,也是近 20 年来的热点研究课题。基于 Delta 算子模型,可将连续系统和离散系统的许多结果纳入到 Delta 算子的统一框架。Delta 算子描述的系统分析和综合方法,不仅建立了连续模型与离散模型之间的联系,而且具有更好的数字特性,在稳定性、鲁棒性和  $H$  控制方面取得了较大的进展。

Fan<sup>[24]</sup> 基于线性变换,将  $Z$  域 LBKT 判据和 SCT 判据推广到 Delta 算子模型,给出了 Delta 算子多项式稳定性检验的  $\delta$ -LBKT 判据和  $\delta$ -SCT 判据;当采样周期趋于零时,得到 Routh 判据的类似结果,并将该结果推广到复系数多项式<sup>[25]</sup>和算法奇异情形<sup>[26]</sup>,在极限情形下导出了新的连续系统稳定性判据。文献[27] 建立 Delta 离散域的稳定性与 Hurwitz 稳定性的对应关系,为判定 Delta 域多项式的稳定性提供了简单方法。[28] 讨论离散区间多项式的鲁棒稳定性,当采样周期趋于零时,可得到连续 Kharitonov 顶点检验的结果。[29] 研究连续模型的参数扰动对采样系统稳定性的影响,给出了 Delta 算子描述的采样系统鲁棒稳定界。[30] 基于 Lyapunov 稳定性理论和矩阵测度方法,分别给出了 Delta 算子系统在非结构摄动下具有稳定鲁棒性<sup>[31]</sup>和结构摄动下具有性能鲁棒性<sup>[32]</sup>的判别条件。[33] 采用矩阵测度方法,研究了 Delta 算子时变系统的鲁棒稳定性。最近,张端金和吴捷研究 Delta 算子不确定系统的鲁棒性能设计问题,提出了 Delta 算子系统在区域极点约束<sup>[34]</sup>下具有性能鲁棒性的判别条件,状态反馈综合算法和 Delta 算子鲁棒  $H$  控制器的设计方法<sup>[35]</sup>。

Delta 算子  $H$  控制与优化也取得了较大进展。Erwin 等研究基于 Delta 算子离散系统  $H_2$  控制<sup>[36]</sup>和  $H_2/H$  混合控制<sup>[37]</sup>问题,导出了控制器存在的必要条件,并采用拟牛顿算法对 Delta 算子和  $q$  算子方法进行仿真,结果表明 Delta 算子方法在数值稳定性和收敛速度方面均优于  $q$  算子方法。Shim 等研究奇异摄动系统的  $H$  控制<sup>[38]</sup>和线性二次型(LQ)设计<sup>[39]</sup>,基于时标分解原理给出了控制器的综合算法,并将结果推广到带有时滞的奇异摄动情形<sup>[40]</sup>。Song<sup>[41]</sup>利用 Popov 乘子分析 Delta 算子系统的鲁棒性,降低了估计的保守性。基于 Delta 算子的 LTR 设计<sup>[42]</sup>,Riccati 方程求解<sup>[43]</sup>与定界估计<sup>[44]</sup>等,也有一些新的结果。基于 Delta 算子的不确定系统鲁棒控制和  $H$  控制的线性矩阵不等式(LMI)方法<sup>[45,46]</sup>,将成为 Delta 算子方法的发展方向之一。

## 3 基于 Delta 算子的 PIP 控制与 GPC 控制

基于 Delta 算子的 PIP 控制是由 Young 等人<sup>[21]</sup>提出的,该方法的特点是基于非最小状态空间(NMSS)模型进行反馈设计。在 NMSS 模型中,状态向量全部由输入输出采样值和误差状态的积分项等可测变量组成,不需要状态重构滤波器或观测器。PIP 控制可视为常规 PI 控制和 PID 控制的自然发展。对于一阶系统,PIP 控制等价于 PI 控制;对于高阶系统,PIP 控制中的附加控制项能有效提供隐式的高阶微分,从而获得比 PI 和 PID 更好的控制效果。

文献[21] 推导了 Delta 算子 NMSS/PIP 控制具有完全能控性的充要条件,给出了基于状态变量反馈(SVF)的极点配置算法和线性二次型最优 PIP 控制(PIP-LQ)算法。[47] 引入滤波多项式对状态进行预滤波,提出一种新的 Delta 算子 NMSS 模型,提高了系统设计的自由度,并应用于伺服系统的稳态解耦控制。[48] 研究基于 NMSS 模型的 SVF 设计问题,证明 PIP-LQ 控制在一定条件下与 GPC 控制和常规 LQG 控制是等价的,且 NMSS/PIP 控制在鲁棒性、算法实现和设计的自由度等方面优于 GPC 和 LQG 算法。

关于 Delta 算子的 GPC 控制,已取得一些研究成果。文献[49] 提出 ARMAX 模型的 Delta 算子广义预测控制(DGPC)的状态空间方法,其算法复杂性低于常规预测控制。[50] 提出两种基于 Delta 算子的广义预测控制算法:一种是直接采用连续系统理论的 Delta 算子广义预测控制(DCGPC),当采样周期趋于零时,DCGPC 控制器趋于连续广义预测控

制(CGPC);另一种是基于 $q$ 算子离散模型变换的Delta算子广义预测控制(DQGPC),仿真结果表明,DQGPC控制器几乎与常规的离散GPC控制等价。[51]研究带有滤波器的预测控制算法,提出了基于Delta算子的输出加权广义预测控制器(DEWGPC),利用输出状态加权的方法来保证稳定性,基于Kalman滤波实现系统在随机扰动下的跟踪精度,并将理论结果应用于柔性机械传输系统的控制。可以预见,基于 $H$ 理论( $H$ 滤波和 $H$ 控制)的DGPC方法有望成为Delta算子广义预测控制的研究热点。

#### 4 信号处理中的Delta算子方法

建模与系统参数估计属于信号处理和系统理论的交叉学科,是根据对象的输入输出数据建立系统模型的方法。Delta算子作为连续模型与离散模型的统一描述,为连续系统辨识提供了新的途径,且算法的数字特性优于传统的移位算子方法。

Li和Fan<sup>[52]</sup>研究基于Delta算子的自适应信号处理算法,证明在处理病态条件问题时,Delta算子信息矩阵的条件数在极限和非极限情形下均优于移位算子,并研究了采样周期对自适应算法的影响。Li等<sup>[53]</sup>基于后向差分算子,提出自回归模型(AR)参数估计的Levinson型和Schur型最小二乘法(LS),并将研究结果推广到带噪声的AR过程,对前向差分和后向差分Delta算子的性能进行比较。文献[54]提出Delta算子最小二乘格形(LSL)算法,其计算复杂性小于Delta算子Levinson型LS算法,数字特性优于 $q$ 算子LSL算法。Fan等<sup>[55]</sup>采用离散差分代替连续偏差,提出了基于离散数据估计连续AR模型参数的直接方法;为克服普通LS带来的有偏估计,给出了偏差补偿和辅助变量法等改进措施。Gessing<sup>[56]</sup>研究在高速采样时 $q$ 算子和Delta算子离散传函模型的辨识精度问题,当忽略信息处理算法引起的误差,而假设辨识误差来源于测量精度时,则两种模型的辨识精度几乎相同。Guo等<sup>[57]</sup>提出采用Delta算子与 $q$ 算子的组合( $d$ 算子)来估计未知参数,结果表明,基于 $d$ 算子的信息矩阵条件数明显小于 $q$ 算子或Delta算子的估计算法。Kuznetsov等<sup>[15]</sup>基于信息压缩阵的UD分解,导出了Delta算子AR模型阶次和参数同时估计的递推算法。张端金和吴捷<sup>[58]</sup>研究Delta算子ARMA模型的参数估计,并分析了算法的性能<sup>[59]</sup>。Delta算子参数估计还局限于AR模型,可考虑将其推广到一般模型的辨识。

Delta算子描述的滤波理论也得到一定的发展。

文献[60]利用最小二乘几何投影方法,提出Delta算子的滑动窗自适应格形滤波算法,并讨论了在系统辨识和参数检测中的应用。[61]研究了Delta算子滤波器实现过程中的舍入误差分析、采样周期优化及无限冲激响应(IIR)滤波器的硬件实现。[62]提出在舍入噪声最小化时IIR滤波器的一般结构,给出了滤波器系数和采样周期的选择方法。

关于奇异摄动系统Kalman滤波<sup>[63]</sup>,连续滤波与离散滤波的比较<sup>[64]</sup>,也有部分研究结果。基于奇异值分解的Delta算子滤波还有待研究。关于Delta算子鲁棒 $H$ 滤波<sup>[65]</sup>、非平稳信号处理<sup>[16]</sup>、自适应算法的鲁棒性<sup>[66,67]</sup>等,已成为高速信号处理的热点课题<sup>[68]</sup>。

#### 5 基于有限字长的滤波器和控制器实现

数字滤波器和控制器都是在有限字长的计算机中实现的。有限字长(FWL)使系统性能下降,甚至失去稳定性;FWL还将引入非线性,导致极限环振荡。文献[69]提出绝对灵敏度和相对灵敏度的概念,研究Delta算子和移位算子参数化的有限字长效应,取得了较好的结果。[70]对Delta算子和 $q$ 算子描述的数字滤波器在系数量化、滤波器阶次、过采样率、滤波逼近等方面进行比较,给出了滤波器参数选择的一般原则。[71,72]的研究表明,高速采样时Delta算子滤波器在零极点灵敏度、系数舍入误差和幅值灵敏度等方面优于 $q$ 移位算子。

采用定点运算的控制器在速度、存储空间、成本等方面优于浮点运算的控制器。但当采用定点处理器实现控制算法时,由于FWL效应可能导致原来稳定的系统变得不稳定,因此研究定点实现的数字控制器在参数摄动情形下,如何保证闭环系统具有稳定鲁棒性是一个重要课题。文献[73]研究基于Delta算子的定点运算控制器实现问题,采用解析方法和数值仿真方法证明,在一定条件下(采样周期小于1)Delta算子FWL控制器具有比移位算子更好的性能,并且建立了Delta算子与移位算子最优控制律实现的映射关系。Chen等<sup>[12,13]</sup>研究有限精度控制器实现的最优闭环稳定界,提出FWL稳定性相关测度和稳定裕度的概念,采用自适应模拟退火(ASA)算法,给出了Delta算子的FWL控制器和PID控制器的最优实现;仿真结果表明,Delta算子FWL控制器比移位算子具有更好的稳定鲁棒性。Wu等<sup>[11]</sup>研究基于输出反馈和观测器反馈的数字控制器实现问题,利用ASA算法对Delta算子和 $q$ 算子的FWL控制器进行比较;理论分析表明,Delta算

子实现算法与采样周期的选择有关,而  $q$  算子实现与采样周期无关。

## 6 Delta 算子方法的若干工程应用

Delta 算子方法在理论研究方面取得了丰富的成果,并渗透到控制和信号处理学科的许多分支。Delta 算子方法在工程应用领域也取得了较大进展,一些典型的应用成果如表 1 所示。

表 1 Delta 算子方法的若干应用成果

序号	应用对象	采用方法	发表时间	文献
1	伺服系统	MARC	1989, 1990	[74, 75]
		GPC	1993	[76]
		多速率 MRAC	1996	[77]
		PIP 控制	1998	[47]
2	飞行控制	鲁棒自适应控制	1990	[78]
		奇异摄动方法	1998	[79]
3	故障检测	格型滤波方法	1994	[7]
4	电力控制	模型转换方法	1994	[18]
		自校正控制	1998	[10]
5	化工过程	MRAC	1996	[80]
6	锁相控制	滤波方法	1997	[81]
7	感应电机	前馈控制	1997	[82]
		参数控制	2000	[17]
8	图像处理	2D 格型滤波	1999	[23]
9	机车离合器控制	最小时间控制	1999	[83]
		零极点抵消控制		
10	柔性机械传输	GPC	2001	[51]

## 7 结 论

本文评述 Delta 算子方法在系统控制和信号处理中的研究现状,介绍了 Delta 算子方法取得的主要成果,指出当前的研究热点课题,并给出 Delta 算子方法在工程中的应用。

理论和实践已证明,Delta 算子方法在高速信号处理和控制方面比移位算子方法具有很大的优越性。但对于什么是高速采样,并没有确切的定义;对于采样周期的选择,也缺乏一般性的指导原则。多数情况需要根据具体的对象和控制方法来选择采样周期,以便获得最好的控制效果。

Delta 算子方法的应用已取得一定的成果,但还需进一步扩大,特别是研究 Delta 算子方法在高速信号处理和宽带通信中的应用。Delta 算子方法有望为信息处理和提供新的理论基础,在信息产业的发展中发挥更大的作用。

## 参考文献(References):

[1] Agarwal R C, Burrows C S. New recursive digital filter

structures having low sensitivity and round-off noise [J]. *IEEE Trans Circuits & Systems*, 1975, 22(2): 921-927.

[2] Middleton R H, Goodwin G C. Improved finite word length characteristics in digital control using delta operators [J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1986, 31(11): 1015-1021.

[3] Goodwin G C, Leal R L, Middleton R H. Rapprochement between continuous and discrete model reference adaptive control[J]. *Automatica*, 1986, 22(2): 199-207.

[4] Middleton R H, Goodwin G C. *Digital Control and Estimation: A Unified Approach* [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1990.

[5] Goodwin G C, Middleton R H, Poor H V. High-speed digital signal processing and control[J]. *Proc IEEE*, 1992, 80(2): 240-259.

[6] 陈宗基,高金源,张建贵.  $Z$  变换和  $\Delta$  变换的有限字长研究[J]. *自动化学报*, 1992, 18(6): 662-669.

(Chen Z J, Gao J Y, Zhang J G. A study on finite word length characteristics of  $Z$ -transform and  $\Delta$ -transform [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1992, 18(6): 662-669.)

[7] 李渭华,萧德云,方崇智.基于  $\delta$  算子的格形故障检测滤波器[J]. *自动化学报*, 1994, 20(4): 413-418.

(Li W H, Xiao D Y, Fang C Z. Delta operator-based lattice fault detection filter[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1994, 20(4): 413-418.)

[8] 张端金,杨成梧.反馈控制系统 Delta 算子理论的研究与发展[J]. *控制理论与应用*, 1998, 15(2): 153-160.

(Zhang D J, Yang C W. Delta operator theory for feedback control systems: A survey[J]. *Control Theory & Applications*, 1998, 15(2): 153-160.)

[9] 吴捷,邓志.一种基于  $\delta$  算子的自校正滑动极点配置跟踪控制器[J]. *仪器仪表学报*, 1998, 19(5): 454-459.

(Wu J, Deng Z. An pole-shift placement controller and self-tuning regulator with better set-point tracking using  $\delta$ -operator [J]. *Chinese J Scientific Instrument*, 1998, 19(5): 454-459.)

[10] 吴捷,邓志.基于  $\delta$  算子的自校正 SVC 控制器[J]. *电网技术*, 1998, 22(5): 10-13.

(Wu J, Deng Z. A self-tuning SVC controller using  $\delta$ -operator [J]. *Power System Technology*, 1998, 22(5): 10-13.)

[11] Wu J, Chen S, Li G, et al. Shift and delta operator realizations for digital controllers with finite word length considerations[J]. *IEE Proc Part D*, 2000, 147(6): 664-672.

[12] Chen S, Wu J, Istepanian R H, et al. Optimising stability bounds of finite-precision controller structures

for sampled-data systems in the  $\delta$ -operator domain[J]. *IEE Proc Part D*, 1999, 146(6): 517-526.

- [13] Chen S, Istepanian R H, Wu J, et al. Comparative study on optimizing closed-loop stability bounds of finite-precision controller structures with shift and delta operators[J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 40(3): 153-163.
- [14] Reddy H C, Moschytz G S. Unified cellular neural network cell dynamical equation using delta operator [A]. *Proc 1997 IEEE Int Symp on Circuits & Systems [C]*. Hong Kong, 1997. 1: 577-580.
- [15] Kuznetsov A G, Bowyer R O, Clark D W. Estimation of multiple order models in the  $\delta$ -domain[J]. *Int J Control*, 1999, 72(7/8): 629-642.
- [16] Kouame D, Girault J M, Labat V, et al. Delta high order cumulant-based recursive instrumental variable algorithm[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2000, 7(9): 262-265.
- [17] Ribeiro L A S, Jacobina C B, Lima A M N, et al. Real-time estimation of the electric parameters of an induction machine using sinusoidal PWM voltage waveforms [J]. *IEEE Trans Industry Applications*, 2000, 36(3): 743-754.
- [18] Khodabakhshian A, Gosbell V J, Coowar F. Discretization of power system transfer functions [J]. *IEEE Trans Power Systems*, 1994, 9(1): 255-261.
- [19] Chan C Y. Discrete adaptive quasi-sliding mode control[J]. *Int J Control*, 1999, 72(4): 365-373.
- [20] Collins E G, Song T. A delta operator approach to discrete-time  $H_\infty$  control[J]. *Int J Control*, 1999, 72(4): 315-320.
- [21] Young P, Chotai A, McKenna P, et al. Proportional-integral-plus (PIP) design for delta operator systems [J]. *Int J Control*, 1998, 70(1): 123-168.
- [22] Premaratne K, Ekanayake M M, Suarez J I, et al. Two-dimensional delta-operator formulated discrete-time systems: State-space realization and its coefficient sensitivity properties[J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1998, 46(12): 3445-3449.
- [23] Hendekli C M, Ertuzun A. Two-dimensional delta domain lattice filter and its application to adaptive image enhancement[J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1999, 47(1): 266-273.
- [24] Fan H. Efficient zero-location tests for delta-operator-based polynomials [J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1997, 42(5): 722-727.
- [25] Fan H. On delta-operator Schur-Cohn zero-location tests for fast sampling[J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1998, 46(7): 1851-1860.
- [26] Fan H. Singular root distribution problem for delta-operator based real polynomials [J]. *Automatica*, 1999, 35(5): 791-807.
- [27] Mori T, Kokame H. A note on the stability of delta-operator-induced systems[J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 2000, 45(10): 1885-1886.
- [28] Feuer A, Zeheb E. Robust stability of interval polynomial sets in discrete-time [A]. *Proc 36th IEEE Conf on Decision & Control [C]*. San Diego, 1997. 1: 902-907.
- [29] 翟长连, 吴智铭. 基于  $\delta$  算子的采样控制系统的鲁棒稳定界[J]. 上海交通大学学报, 1999, 33(4): 499-500. (Zhai C L, Wu Z M. Robust stability bounds for sampled-data control systems of a delta-operator-based model[J]. *J of Shanghai Jiaotong University*, 1999, 33(4): 499-500.)
- [30] 张端金. Delta 算子系统的建模与控制[D]. 南京: 南京理工大学, 1998.
- [31] 张端金, 杨成梧. 基于 Delta 算子的线性不确定离散系统稳定鲁棒性分析[J]. 中国科学技术大学学报, 1998, 28(S1): 25-28. (Zhang D J, Yang C W. Stability robustness analysis of linear uncertain discrete time systems using delta operator[J]. *J of University of Science & Technology of China*, 1998, 28(S1): 25-28.)
- [32] 张端金, 杨成梧, 吴捷. Delta 算子系统的鲁棒性能分析[J]. 自动化学报, 2000, 26(6): 848-852. (Zhang D J, Yang C W, Wu J. Robust performance analysis of delta operator systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000, 26(6): 848-852.)
- [33] Molchanov A P, Bauer P H. Robust stability of linear time-varying delta-operator formulated discrete-time systems[J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1999, 44(2): 325-327.
- [34] 张端金, 吴捷, 杨成梧. Delta 算子系统圆形区域极点配置的鲁棒性[J]. 控制与决策, 2001, 16(3): 337-340. (Zhang D J, Wu J, Yang C W. Robustness of pole assignment in a circular region for delta operator systems[J]. *Control & Decision*, 2001, 16(3): 337-340.)
- [35] 张端金, 吴捷, 杨成梧. Delta 算子系统的状态反馈鲁棒镇定与鲁棒  $H_\infty$  控制[J]. 控制理论与应用, 2001, 18(5): 732-736. (Zhang D J, Wu J, Yang C W. Robust stabilization and robust  $H_\infty$  control for the delta operator system via state feedback[J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(5): 732-736.)
- [36] Erwin R S, Bernstein D S. Fixed-structure discrete-

time  $H_2$ -optimal controller synthesis using the delta operator [A]. *Proc 1997 American Control Conf* [C]. Albuquerque, 1997. 5: 3185-3189.

- [37] Erwin R S, Bernstein D S. Fixed-structure discrete-time mixed  $H_2/H_\infty$  controller synthesis using the delta-operator [A]. *Proc 1997 American Control Conf* [C]. Albuquerque, 1997. 5: 3526-3530.
- [38] Shim K H, Loescharataramdee C, Sawan E M, et al.  $H_\infty$ -infinity design for two-time-scale systems by unified approach using delta operators [A]. *Proc IEEE Thirtieth Southeastern Symp on System Theory* [C]. Morgantown, 1998. 263-267.
- [39] Shim K H, Sawan E M. LQ design for two-time scale systems by unified approach using delta operators [A]. *Proc 1998 American Control Conf* [C]. Philadelphia, 1998. 1: 639-643.
- [40] Shim K H. A unified approach using delta operators for singularly perturbed control systems [D]. Wichita: Wichita State University, 1999.
- [41] Song T L. Robust control and estimation for discrete-time systems with applications to finite word length design and robust fault detection [D]. Tallahassee: Florida State University, 1999.
- [42] Tadjine M, Saad M, Dugard L. Discrete-time compensators with loop transfer recovery [J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1994, 39(6): 1259-1262.
- [43] Erwin R S, Bernstein D S. Extended matrix pencils for the delta-operator Riccati equation [A]. *Proc 1998 American Control Conf* [C]. Philadelphia, 1998. 5: 3091-3095.
- [44] Zhang D J, Yang C W, Wu J. Delta domain Riccati equation: A unified approach [J]. *Control Theory & Applications*, 1999, 16(3): 430-432.
- [45] Van Antwerp J G, Braatz R D. A tutorial on linear and bilinear matrix inequalities [J]. *J Process Control*, 2000, 10(4): 363-385.
- [46] De Oliveira M C, Geromel J C, Hsu L. LMI characterization of structural and robust stability: The discrete-time case [J]. *Linear Algebra & Its Applications*, 1999, 296(1-3): 27-38.
- [47] McKenna P G, Chotai A, Young P C, et al. Two applications of multivariable delta operator PIP control [A]. *UKACC Int Conf Control 98* [C]. Swansea, 1998. 1546-1551.
- [48] Taylor C J, Chotai A, Young P C. State space control system design based on non-minimal state-variable feedback: Further generalization and unification results [J]. *Int J Control*, 2000, 73(14): 1329-1345.
- [49] Rostgaard M, Lauritsen M B, Poulsen N K. A state-space approach to the emulator-based GPC design [J]. *Systems & Control Letters*, 1996, 28(5): 291-301.
- [50] Lauritsen M B, Rostgaard M, Poulsen N K. GPC using a delta-domain emulator-based approach [J]. *Int J Control*, 1997, 68(1): 219-232.
- [51] Ebert W. Optimal filtered predictive control: A delta operator approach [J]. *Systems & Control Letters*, 2001, 42(1): 69-80.
- [52] Li Q, Fan H. On properties of information matrices of delta operator based adaptive signal processing algorithms [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1997, 45(10): 2454-2467.
- [53] Li Q, Fan H, Karlsson E. A delta MYWE algorithm for parameter estimation for noisy AR processes [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1996, 44(5): 1300-1303.
- [54] De P, Fan H. A delta least squares lattice algorithms for fast sampling [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1999, 47(9): 2396-2406.
- [55] Fan H, Soderstrom T, Mossberg M, et al. Estimation of continuous-time AR process parameters from discrete-time data [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1999, 47(5): 1232-1244.
- [56] Gessing R. Identification of shift and delta operator models for small sampling periods [A]. *Proc 1999 American Control Conf* [C]. San Diego, 1999. 1: 346-350.
- [57] Guo L, Tomizuka M. Parameter identification with derivative shift operator parameterization [J]. *Automatica*, 1999, 35(6): 1073-1080.
- [58] 张端金, 吴捷. Delta 算子描述的离散系统参数估计 [A]. 2001 中国控制与决策学术年会论文集 [C]. 沈阳: 东北大学出版社, 2001. 269-273.
- [59] 张端金, 吴捷. Delta 算子模型辨识的性能分析 [A]. 2000 年中国博士后学术大会论文集 (计算机与信息分册) [C]. 北京: 科学出版社, 2001. 109-112.
- [60] Li W H, Xiao D Y. Sliding window delta operator-based adaptive lattice filters [J]. *Control Theory & Applications*, 1998, 15(4): 610-614.
- [61] Kauraniemi J, Laakso T I, Hartimo I, et al. Delta operator realizations of direct-form IIR filters [J]. *IEEE Trans Circuits Systems - Analog & Digital Signal Processing*, 1998, 45(1): 41-52.
- [62] Wong N, Ng T S. Round-off noise minimization in a modified direct-form delta operator IIR structure [J]. *IEEE Trans Circuits Systems - Analog & Digital Signal Processing*, 2000, 47(12): 1533-1536.

- [63] Shim K H, Sawan E M. Kalman filter design for singularly perturbed systems by unified approach using delta operators[A]. *Proc 1999 American Control Conf [C]*. San Diego, 1999. 6: 3873-3877.
- [64] Ferrera P J. The connection between continuous and discrete lattice filters[A]. *Proc 1998 IEEE Int Conf on Acoustics, Speech & Signal Processing [C]*. Seattle, 1998. 3: 1321-1323.
- [65] Palhares R M, Peres P L D. Robust  $H$  filter design with pole constraints for discrete-time systems[J]. *J of Franklin Institute*, 2000, 337(6): 713-723.
- [66] Rupp M, Cezanne J. Robustness conditions of the LMS algorithm with time-variant matrix step-size [J]. *Signal Processing*, 2000, 80(9): 1787-1794.
- [67] 杨然, 许晓鸣, 张卫东. LMS 算法的二次稳定性及鲁棒 LMS 算法[J]. *电子学报*, 2001, 29(1): 124-126.  
(Yang R, Xu X M, Zhang W D. The quadratic stability property of LMS algorithm and robust LMS algorithm [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2001, 29(1): 124-126.)
- [68] 张端金, 吴捷. 基于 Delta 算子的自适应信号处理[J]. *系统工程与电子技术*, 2001, 23(5): 4-7.  
(Zhang D J, Wu J. Delta operator based adaptive signal processing[J]. *Systems Engineering & Electronics*, 2001, 23(5): 4-7.)
- [69] Li G, Gervers M. Comparative study of finite word length effects in shift and delta operator parameterizations [J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1993, 38(5): 803-807.
- [70] Holdercroft D, Moniri M, Hashimi B M. Comparative study of recursive digital filters using  $z$  and  $\delta$  operators[A]. *IEE Colloquium on Digital, Analogue Filters & Filtering Systems [C]*. London, 1996. 1-6.
- [71] Khoo I H, Reddy H C, Moschytz G S. Study of low sensitivity property of delta operator based sampled-data filters[A]. *Proc 1998 IEEE Int Conf on Electronics, Circuits & Systems [C]*. Lisboa, 1998. 3: 23-26.
- [72] Naumovic M B, Stojic M R. Comparative study of finite word length effects in digital filter design via the shift and delta transforms[J]. *Electrical Engineering*, 2000, 82(3): 213-216.
- [73] Song T, Collins E G, Istepanian R H. Improved close-loop stability for fixed-point controller realizations using the delta operator[J]. *Int J Robust & Nonlinear Control*, 2001, 11(1): 41-57.
- [74] Hori N, Pannata A S, Ukrainetz P R, et al. Design of an electrohydraulic positioning system using a novel model reference control scheme[J]. *J of Dynamic Systems, Measurement & Control*, 1989, 111: 292-298.
- [75] Hori N, Ukrainetz P R, Nikiforuk P N, et al. Simplified adaptive control of an electrohydraulic servo system[J]. *IEE Proc Part D*, 1990, 137(2): 107-111.
- [76] Neumann R, Dumur D, Boucher P. Applications of delta-operator generalized predictive control[A]. *Proc 32nd IEEE Conf on Decision & Control [C]*. San Antonio, 1993. 3: 2499-2504.
- [77] Tanaka K, Kurigami M, Zhao G, et al. Multi-rate MRAC using delta-operator for electro-pneumatic servo system[A]. *Proc 35th IEEE Conf on Decision & Control [C]*. Kobe, 1996. 1: 39-44.
- [78] Hori N, Kanai K, Nikiforuk P N. Robustly stable discrete-time adaptive flight control using the Euler operator [A]. *Proc 11th IFAC World Congress [C]*. Tallinn, 1990. 3: 75-80.
- [79] Shim K H, Sawan E M. Near optimal state feedback design for singularly perturbed systems by unified approach with an aircraft application[A]. *Proc 37th IEEE Conf on Decision & Control [C]*. Tampa, 1998. 3: 3177-3182.
- [80] Saad M, Miklovcova E, Hejda L, et al. Partial state reference model control of chemical reactors[A]. *Proc 35th IEEE Conf on Decision & Control [C]*. Kobe, 1996. 4: 4825-4830.
- [81] Kauraniemi J, Vuori J. Narrowband digital phase-locked loop using delta operator filters [A]. *Proc IEEE 47th Vehicular Technology Conf [C]*. Phoenix, 1997. 3: 1734-1737.
- [82] Guo L, Tomizuka M. High-speed and high-precision motion control with an optimal hybrid feedforward controller [J]. *IEEE/ASME Trans Mechatronics*, 1997, 2(2): 110-122.
- [83] Xi G, Chen L, Huang W G, et al. Discrete control of electrical controllable clutches using delta operators [A]. *Proc 1999 IEEE Int Vehicle Electronics Conf [C]*. Changchun, 1999. 1: 86-89.