

文章编号: 1001-0920(2003)04-0471-04

不确定混沌系统的模糊自适应控制

谭文^{1,2}, 王耀南², 刘祖润¹, 周少武¹

(1. 湘潭工学院 信息与电气工程系, 湖南 湘潭 411201; 2. 湖南大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘要: 根据动态系统的输入输出数据, 研究不确定混沌系统的建模及控制问题。利用高斯模糊隶属函数和最小二乘法, 提出一种新的不确定混沌系统的智能模糊建模及其自适应控制策略。理论分析和仿真结果表明, 采用所提出的控制方法建模拟合精度高, 控制响应速度快, 且具有良好的鲁棒性。

关键词: 自适应控制; 混沌; 模糊逻辑; 建模; 鲁棒性

中图分类号: TP13

文献标识码: A

Fuzzy adaptive control for uncertain chaotic system

TAN Wen^{1,2}, WANG Yao-nan², LIU Zu-run¹, ZHOU Shao-wu¹

(1. Department of Information and Electrical Engineering, Xiangtan Polytechnic University, Xiangtan 411201, China;

2. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Based on input-output data obtained from the dynamical system, modeling and its control problem of an uncertain chaotic system are studied. Using Gaussian fuzzy membership functions in conjunction with the least-squares principle, a novel approach is developed for intelligent fuzzy modeling and adaptive control strategy of uncertain chaotic system. The theoretical analyses and simulation results show that the forecasting error is minimal with the proposed methodology to model, and the controlled system is of rapid response and robustness.

Key words: Adaptive control; Chaos; Fuzzy logic; Modeling; Robustness

1 引言

自 20 世纪 60 年代 Lorenz 发现非线性系统的混沌现象以来, 混沌系统及混沌现象的识别和控制引起了工程、数学、生物、医学等众多领域科研人员的广泛注意^[1]。基于控制理论方法镇定混沌运动已有许多文献。OGY 提出严密而系统的参数扰动方法, 使 Henon 系统从混沌状态转变成规则运动状态^[2]; Chen 等利用反馈线性化方法实现了混沌系统的控制^[3]; Gonzalez 运用自适应控制方法对 Lorenz 系统的混沌运动进行有效控制^[4]; Liang Chen 等采用模糊控制技术使不确定混沌系统回到期望目标的位置^[5]。

本文提出一种基于未知混沌系统输入输出数据的智能模糊建模及自适应控制混沌运动的新方法, 利用高斯模糊隶属函数和最小二乘法, 无需求解系统的不动点, 将混沌运动镇定到任意指定的目标位置, 实现了混沌运动控制。

2 模糊建模

受控不确定混沌系统可用微分方程描述为 $\dot{X} = f(X, t)$, 模糊建模及自适应控制原理如图 1 所示。其中: X_d 为目标位置, u 为自适应控制律, X 是系统实际输出, G 是误差及其各阶导数函数, f 表示系

收稿日期: 2001-05-22; 修回日期: 2003-03-24。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60075008); 湖南省自然科学基金资助项目(00JJY20113)。

作者简介: 谭文(1968—), 男, 湖南沅江人, 博士生, 从事智能控制、混沌系统的研究; 王耀南(1957—), 男, 云南昆明人,

教授, 博士生导师, 博士后, 从事非线性系统、智能控制等研究。

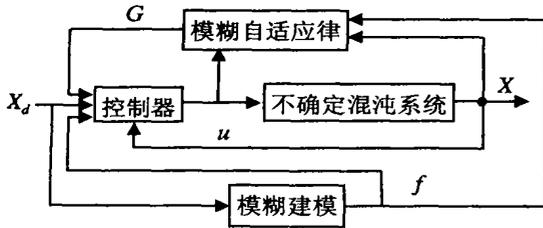


图 1 模糊自适应控制系统原理

统建模后的模糊近似模型, $\mu_j(x)$ 是定义在有界集合 U 上的高斯隶属函数, 即

$$\mu_j(x) = \exp\left(-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

其中: \bar{x} 是隶属函数中心值, 此处隶属度为 1; $\sigma > 0$ 是隶属函数宽度; $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 是系统输出向量. 定义模糊基函数

$$p_j(x) = \frac{\mu_{ij}(x_i)}{\sum_{i=1}^n \mu_{ij}(x_i)} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

其中: $\mu_{ij}(x_i)$ 是模糊集上用来建模的高斯隶属函数, 其形式同式 (1); m 为模糊规则数. 集合

$$F = \{f(x) | f(x) = \sum_{j=1}^m p_j(x)\theta_j, x \in U\} \quad (3)$$

满足 Stone-Weierstrass^[6,7] 定理的 3 个条件. 则有界集 U 上任一连续函数

$$f(x) = \sum_{j=1}^m p_j(x)\theta_j \quad (4)$$

可作为不确定系统识别的近似模糊模型, 其中 θ 为需通过建模确定的常数向量.

式(4) 经去模糊化处理后, 即可作为实际系统进行控制. 去模糊化过程采用中位方法, 即

$$y(x) = \frac{\sum_{i=1}^m \theta_i \left(\prod_{j=1}^n \mu_{ij}(x_i) \right)}{\sum_{i=1}^m \left(\prod_{j=1}^n \mu_{ij}(x_i) \right)} \quad (5)$$

将式(5) 变为向量形式, 有

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (6)$$

其中

$$\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)^T \quad (7)$$

$$\xi(x) = (\xi^1(x), \dots, \xi^m(x))^T \quad (8)$$

是由下式定义的回归向量

$$\xi^j(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{ij}(x_i)}{\sum_{i=1}^m \left(\prod_{i=1}^n \mu_{ij}(x_i) \right)}$$

$$j = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

由此可知, 建模过程除了确定向量 θ 外, 还有一个参数 $\xi(x)$ 需要确定. 结合式(1) 和(9) 易知, $\xi(x)$ 的确定可转化为对高斯隶属函数的两个参数(中心和宽度) 的确定. 一旦求出这些参数, 则式(6) 作为系统的辨识模型便可建立起来. 然后在此基础上设计自适应控制器, 按图 1 原理将不确定混沌系统状态镇定到指定的目标位置. 现令待识别系统 $g(x, \dot{x}, t)$ 的模糊近似模型为 $\hat{g}(x, \dot{x}, t)$, 且

$$\hat{g} = \theta^T \xi(x) \quad (10)$$

结合式(7) ~ (9), 将式(10) 变为式(5) 的形式, 有

$$\hat{g} = \theta^T \xi(x) = \frac{\sum_{j=1}^m \theta_j \left(\prod_{i=1}^n \mu_{ij}(x_i) \right)}{\sum_{j=1}^m \left(\prod_{i=1}^n \mu_{ij}(x_i) \right)} = \frac{\sum_{j=1}^m \theta_j \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x}_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2}\right]}{\sum_{j=1}^m \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x}_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2}\right]} \quad (11)$$

最后确定上式中的 θ_j 及中心 \bar{x}_{ij} 和宽度 σ_{ij} . 对 θ_j 进行在线调整时, 先固定高斯隶属函数宽度 σ_{ij} 和中心 \bar{x}_{ij} , 即 $\xi(x)$ 不变, 每次调整后, 利用 θ 新的估算量 $\hat{\theta}$ 得到新的近似模型 \hat{g} . 这里采用回归最小二乘误差公式调整 $\hat{\theta}$ ^[8], 具体步骤如下:

- 1) $k = 1$, 选取 $\lambda \in (0, 1]$ 的遗忘因子及正的常数 β , 并令 $\Phi(0) = \beta I$, I 是 $m \times m$ 单位矩阵;
- 2) 定义代价函数

$$J = \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} [y(i) - \hat{y}(i)]^2 \quad (12)$$

其中: $y(i)$ 表示实际模型输出, $\hat{y}(i)$ 表示估算模型输出;

- 3) 计算

$$\Phi_k = \frac{1}{\lambda} [\Phi_{k-1} - \Phi_{k-1} \xi(x(k)) \times (\lambda + \xi^T(x(k)) \Phi_{k-1} \xi(x(k)))^{-1} \times \xi^T(x(k)) \Phi_{k-1}] \quad (13)$$

$$\mathcal{Q}_k = \Phi_{k-1} \xi(x(k)) [\lambda + \xi^T(x(k)) \Phi_{k-1} \xi(x(k))]^{-1} \quad (14)$$

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \mathcal{Q}_k \times [g - \xi^T(x(k)) \hat{\theta}(k-1)] \quad (15)$$

- 4) 将式(15) 代入式(11), 得到新的近似模型

\hat{g} ;

- 5) 计算 $J, k = k + 1$;

6) 如果 $J < \epsilon_1$, 则转 7), 否则转 3), 其中 ϵ_1 为系统代价函数的最大容许值;

7) 结束。

此时可得到最佳的 θ , 固定其不变, 用梯度下降法求取最佳 $\xi(x)$, 即调整 σ_{ij} 和 \bar{x}_{ij} 。具体算法如下:

1) $p = 1, k = 1$;

2) 定义指标函数

$$E = \sum_{s=1}^p (\hat{g} - g)^2 \quad (16)$$

3) 修正 σ_{ij} 和 \bar{x}_{ij} , 即

$$\sigma_{ij}(k+1) = \sigma_{ij}(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial \sigma_{ij}(k)} \quad (17)$$

$$\bar{x}_{ij}(k+1) = \bar{x}_{ij}(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial \bar{x}_{ij}(k)} \quad (18)$$

其中 η 是学习率;

4) 计算 $E, p = p + 1, k = k + 1$;

5) 如果 $E < \epsilon$, 则转 6), 否则转 3), 其中 ϵ 为模型估算精度;

6) 停止。

离线学习时, 每调整一次 σ_{ij} 和 \bar{x}_{ij} , 并在线调整 θ , 交替训练过程, 直至误差达到所需精度为止。这样求出 θ 和 $\xi(x)$ 的最优估算值, 原系统的模糊近似模型 $\hat{g}(x, \hat{x}, t)$ 也就确定, 即建模过程结束。

3 模糊自适应控制器设计

3.1 函数的傅里叶级数描述

满足 Dirichlet 条件的任一连续函数 $f(t)$ 均可在 $[0, T]$ 时间间隔内变成傅里叶级数, 即

$$f(t) = a_0 + \sum_{n_f=1}^N (a_{n_f} \cos \omega_{n_f} t + b_{n_f} \sin \omega_{n_f} t) \quad (19)$$

其中: $\omega_{n_f} = 2n_f \pi / T$ ($n_f = 1, \dots, N$) 是正弦函数频率; a_0, a_{n_f}, b_{n_f} 为傅里叶系数。令

$$z(t) = [1 \quad \cos \omega t \quad \sin \omega t \quad \dots \quad \cos \omega_{n_f} t \quad \sin \omega_{n_f} t]^T$$

$$w = [a_0 \quad a_1 \quad b_1 \quad \dots \quad a_{n_f} \quad b_{n_f}]^T$$

$$\epsilon(t) = \sum_{l=1}^{n_f+1} (a_l \cos \omega_l t + b_l \sin \omega_l t)$$

当 n_f 时, 误差 $\epsilon(t) \rightarrow 0$ 。因此只要 n_f 足够大, 则任一连续函数便可用傅里叶级数的有限项近似, 即

$$f(t) \cong w^T z(t) \quad (20)$$

3.2 控制器设计

现用实例设计模糊自适应控制器。Duffing 系统可用微分方程描述为

$$\ddot{x} + a\dot{x} + bx + cx^3 = d \sin(\omega t) \quad (21)$$

其中: d 和 ω 已知; $a, b, c(=0) \in R$ 未知。本文目标是设计控制器 $u = u(t)$, 并加到式(21) 右边, 使系统从混沌状态回到目标位置, 即

$$\ddot{x} = -ax - bx - cx^3 + d \sin(\omega t) + u \quad (22)$$

令 $x_1 = x, x_2 = \dot{x}_1 = \dot{x}$, 则 $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -ax_1 - bx_1 - cx_1^3 + d \sin(\omega t) + u_0$ 。系统任务是使状态 x 跟踪目标位置 x_d , 跟踪误差为

$$e(t) = x(t) - x_d(t) \quad (23)$$

令 $g(x, \hat{x}, t) = -ax - bx - cx^3 + d \sin(\omega t)$, 则

$$\dot{x} = g(x, \hat{x}, t) + u \quad (24)$$

定义滑动面 $\sigma = (d/dt + \mathcal{Y})^{n-1} e$, 滑模系数 $\mathcal{Y} > 0$ 。将式(23) 和(24) 代入其导函数, 得

$$\dot{\sigma} = \dot{x} - \dot{x}_d + F(e) = g + u - \dot{x}_d + F(e) \quad (25)$$

其中

$$F(e) = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(n-1)! \mathcal{Y}^{n-k}}{(n-k)! (k-1)!} e^{(k)}$$

n 是系统维数, 本例取 $n = 2$ 。定义符号函数

$$\text{sgn}(\sigma) = \begin{cases} 1, & \sigma > 0 \\ 0, & \sigma = 0 \\ -1, & \sigma < 0 \end{cases}$$

控制器最终输出为

$$u = -\dot{g} + \dot{x}_d - F(e) - \rho \text{sgn}(\sigma) \quad (26)$$

式中 ρ 为可调整的增益。

可以证明, 式(26) 的控制律能保证输出误差收敛, 准确地跟踪目标位置, 实现混沌系统的控制。

4 数值仿真

选用 Duffing 模型做了大量仿真实验。当 $\omega = 1.8, a = 0.05, b = 0.2, c = 2, d = 7$ 时, 系统处于混沌状态。仿真过程中令 $\beta = 0.001, \rho = 10, \epsilon_1 = \epsilon = 0.0001, \lambda = 0.7, T = 200, \mathcal{Y} = 2, \eta = 0.1, Q_g = 0.002I$ (I 为单位矩阵)。

仿真结果如图 2 ~ 图 4 所示。其中: 图 2 和图 3 是处于混沌状态的系统在控制器作用下被镇定到目标位置的仿真曲线; 图 4 是混沌系统加噪声(均值为零, 标准方差为 1) 的目标跟踪曲线。由图可见, 混沌系统在控制器的作用下, 目标位置即状态 x 经过短暂的过渡过程后(3 s 之内), 均可使系统状态响应进入 5% 的误差范围, 而后快速回到任意指定的目标位置, 最终跟踪误差在 0.2% 的范围内。即使存在噪声干扰, 混沌系统在控制输入作用下, 目标跟踪结果仍能令人满意。当系统参数 a, b, c 在一定范围内变化时, 对混沌系统目标跟踪结果并无明显的影响。仿

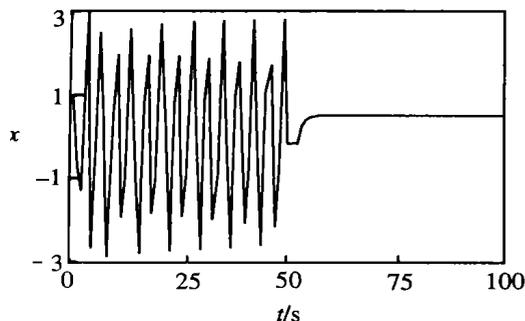


图 2 跟踪目标 $x = 0.5$ 的系统仿真曲线

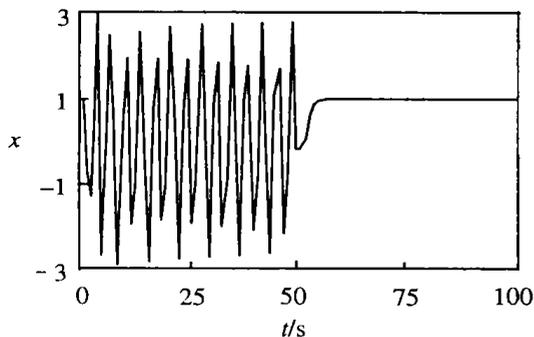


图 3 跟踪目标 $x = 1$ 的系统仿真曲线

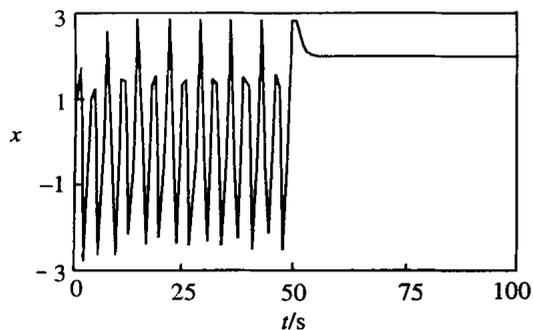


图 4 目标位置 $x = 2$ 的系统响应曲线

真结果表明, 所提出的控制策略对部分参数已知的不确定混沌系统能进行有效控制, 对参数变化和噪声存在具有不敏感性。

5 结 论

本文结合回归最小二乘法和梯度下降法, 提出一种模糊建模及其自适应模糊控制方法。用 Duffing 系统进行仿真实验, 结果表明模糊建模精度高, 系统响应速度快, 跟踪稳定性强, 且具有良好的鲁棒性。这为混沌系统的模型辨识及消除混沌现象提供了有价值的方法。

参考文献(References):

- [1] Chen G. *Controlling Chaos and Bifurcation in Engineering Systems*[M]. Boca Raton: CRC Press, 1999.
- [2] Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos[J]. *Phys Rev Lett A*, 1990, 64(11): 1196-1199.
- [3] Chen G, Dong X. On feedback control of chaotic continuous-time systems[J]. *IEEE Trans Circ Syst*, 1993, 40(9): 591-601.
- [4] Gonzalez G A. Controlling chaos of an uncertain Lozi system via adaptive techniques[J]. *Int J Bifurc Chaos*, 1995, 5(2): 559-562.
- [5] Liang Chen, Guanrong Chen, Yangwoo Lee. Fuzzy modeling and adaptive control of uncertain chaotic system[J]. *Inf Sci*, 1999, 121(1): 27-37.
- [6] Jang J S R. Adaptive network based fuzzy inference system[J]. *IEEE Trans Syst Man Cybern*, 1993, 23(3): 665-685.
- [7] Goldberg R R. *Methods of Real Analysis*[M]. New York: Wiley, 1976.
- [8] Cowan C F N, Grant P M. *Adaptive Filters*[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1985.

(上接第 470 页)

(Yao Qionghui, Song Lizhong, Wen Hong. Proportional-constant-variable rate control for discrete-time variable structure systems[J]. *Control and Decision*, 2000, 15(3): 329-332.)

[3] Gao Weibing, Wang Yufu, Homaifa A. Discrete-time variable structure control systems[J]. *IEEE Trans Ind Electr*, 1995, 42(2): 117-122.

[4] Eun Y, Cho D D. Robustness of multivariable discrete-

time variable structure control[J]. *Int J Control*, 1999, 72(12): 1106-1115.

[5] 于双和, 强文义, 傅佩琛. 无抖振离散准滑模控制[J]. *控制与决策*, 2001, 16(3): 380-382.

(Yu Shuanghe, Qiang Wenyi, Fu Peichen. Chattering-free discrete quasi-sliding mode controller[J]. *Control and Decision*, 2001, 16(3): 380-382.)