

文章编号: 1001-0920(2003)04-0500-04

正则化广义逆 ERT 图像重建算法的研究

魏 颖¹, 于海斌¹, 王 师²

(1. 中国科学院 沈阳自动化研究所, 辽宁 沈阳 110016; 2 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘 要: 提出一种正则化广义逆 ERT 图像重建算法, 利用 ERT 仿真软件得到的数据进行图像重建。与常用的 ERT 图像重建算法进行比较, 重建出的图像经过统一的门限滤波后, 反投影算法、灵敏度系数算法和正则化广义逆 ERT 图像重建算法重建图像的 CSIE 平均值分别为 12%, 9% 和 6%。研究表明, 正则化广义逆 ERT 图像重建算法重建速度快, 能显著提高重建图像的质量, 适合于工业过程应用。

关键词: 电阻层析成像; 图像重建算法; 广义逆; 正则化

中图分类号: TP26 **文献标识码:** A

Image reconstruction in electrical resistance tomography based on general inverse and regularization

W E I Y i n g¹, Y U H a i - b i n¹, W A N G S h i²

(1. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China; 2 School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: A new ERT reconstruction algorithm based on regularized general inverse method is presented. Images are reconstructed using data got from ERT simulation software. They are compared with other two algorithms. After filtering the images by identical bound for the same medium distribution, the average values of cross session image error (CSIE) are 12%, 9% and 6% reconstructed by linear back project algorithm, sensitivity coefficient algorithm and regularized general inverse algorithm respectively. The result shows that the image quality reconstructed by regularized general inverse algorithm is improved in evidence than that of others.

Key words: Electrical resistance tomography; Image reconstruction algorithm; General inverse; Regularization

1 引 言

电阻层析成像(ERT)是一种极具潜力的两相流/多相流检测技术。它能实现对封闭的管道或过程容器设备内部多相组分物质参数的可视化测量, 适用于两相流/多相流中以液相为连续相的生产过程^[1]。ERT 技术实际上是根据测量数据进行图像重建的过程, 该技术的关键是采用快速、准确的图像重

建算法。但由于 ERT 问题本身的病态性, 使得现有的图像重建算法存在成像质量差, 计算时间长等问题。

本文对 ERT 研究中常用的图像重建算法进行研究, 提出一种新的正则化广义逆 ERT 图像重建算法(RGI)。该算法利用基于统计模型的多元线性回归方法确定正问题的观测算子矩阵, 采用广义逆

收稿日期: 2002-03-22; 修回日期: 2002-05-21。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60084001)。

作者简介: 魏颖(1968—), 女, 辽宁本溪人, 博士后, 从事检测技术、过程层析成像等研究; 于海斌(1964—), 男, 黑龙江密山人, 研究员, 博士生导师, 从事工业自动化、智能生产调度等研究。

的思想确定其逆问题的最小二乘最小范数解, 施加 3 个约束条件确定最优稳定解。研究结果表明: 正则化的广义逆 ERT 图像重建算法重建速度较快, 计算量较小, 能显著地提高重建图像的质量。

2 ERT 问题数学描述

ERT 技术是根据敏感场的电导率分布获得物场的媒质分布信息。在敏感场边界施加激励电流, 当场内电导率分布变化时, 导致场内电势分布变化, 从而使场域边界上的测量电压发生变化, 通过一定的图像重建算法可重建出场内的电导率分布。ERT 的敏感场可用静态场的理论来描述和求解, 它满足麦克斯韦方程组, ERT 敏感场可描述为

$$\nabla(\sigma \nabla \phi = 0), \quad \text{在敏感场域 } \Omega \text{ 内} \quad (1a)$$

$$\sigma \frac{\partial \phi}{\partial n} \Big|_{\partial \Omega} = J, \quad \text{在激励电极} \quad (1b)$$

$$\phi \Big|_{\partial \Omega} = U^0, \quad \text{在测量电极} \quad (1c)$$

其中: ∇ 为梯度算子, $\phi_{(x,y)}$ 为场域内各点电压分布函数, Ω 为敏感场区域, $\partial \Omega$ 为其边界, $\sigma(x,y)$ 为未知电导率分布函数, J 为在边界电极上施加的激励电流密度, U^0 为相应的边界电势分布函数, $\frac{\partial \phi}{\partial n}$ 为沿边界的法线方向导数。

当 $\sigma(x,y)$ 已知时, 求解场域内任一点 $\phi_{(x,y)}$ 是 ERT 正问题, 即由式 (1a), (1c) 或式 (1a), (1b) 求解 $\phi_{(x,y)}$ 问题是 Laplace 方程的 Dirichlet 问题和 Neumann 问题, 它的解在 Hadamard 意义下是适定的。作者采用有限元法建立了 ERT 仿真软件, 可以方便地获得正问题的解。由已知边界条件 U^0 反演 $\sigma(x,y)$ 是 ERT 逆问题, 也是 ERT 的最终目标, 它的解是不适定和非线性的。克服非线性和不适定性是 ERT 图像重建的关键和难点, 必须采用适当的重建算法以获得精度高的解。在实际问题中, 求解 ERT 逆问题的精确解是极其困难的, 甚至是不可能的, 一般只能求得其最小二乘解。因此, 图像重建就是求 ERT 逆问题的最小二乘解。

3 正则化广义逆 ERT 图像重建算法

3.1 广义逆图像重建算法模型

在 ERT 系统中, 由已知场域电阻率分布求解边界测量电压为 ERT 正问题, 其观测模型可表示为

$$U = AR + E \quad (2)$$

其中: R 为 n 维矢量, 代表剖分为 n 个单元的场域内电阻率分布; U 为 m 维矢量, 代表 m 个独立测量电压值; E 为 m 维矢量, 代表 m 个测量噪声信号; A 为 $m \times n$ 观测矩阵算子, 决定这两个空间的映射。在多数情况下, 独立测量电压数目少于场域剖分的像素个数, 即 $m < n$, 因此 ERT 系统正问题是丢失原信号

的观测。

在 ERT 系统中, 由边界测量电压反求场域电阻率分布为 ERT 逆问题。对于丢失信息观测而言, 由于算子 A 的零空间非空, 并且测量噪声信号不可避免, 这便使得算子 A 无逆。广义逆可解决 A^{-1} 不存在问题以及非唯一性问题^[1], 因此可求得测量电压重建场域内电阻率分布的 ERT 逆问题的最小二乘解, 可表示为

$$R^+ = A^+ U = (A^T A)^{-1} A^T U \quad (3)$$

其中: R^+ 为重建场域内电阻率分布矢量, U 为测量电压向量, A 为两个信号空间的转换矩阵算子。式 (3) 即为广义逆 ERT 图像重建算法的模型, 其关键是正问题观测算子 A 的确定, 由此必须确定 ERT 正问题的线性化模型。作者采用基于回归分析的多元线性回归法, 建立了 ERT 正问题的线性化模型。

由于 ERT 逆问题的不适定性, 用广义逆作为重建算法将不可避免地发生数值不稳定现象, 从而导致不可接受的结果。测量数据 U 的微小变化会引起解 R^+ 的极大变化, 即最小二乘解对测量误差很敏感, 不是稳定解, 因此应采用正则化方法来解决^[2,3]。

3.2 正则化的算法改进

图像重建过程中的不适定性是普遍存在的, 如果不能对数值的不稳定性加以克服, 势必导致重建信号失去实际意义。消除这种数值不稳定性的有效方法是正则化法。正则化在求解过程中将观测数据与先验知识综合考虑, 可解释为对观察数据的置信度和对先验知识的置信度之间的某种折中。

作者对上述求解逆问题过程加入适合的约束条件, 以寻求恰当优化的最小二乘解。引入如下 3 个约束条件^[3,4]:

1) 图像能量约束。其物理意义是: ERT 系统重建场域电阻率分布值是有界而波动的, 即场域能量是有限的, 在所有可能重建图像估计中, 选取图像能量 $\frac{1}{2} \|R\|^2$ 最小的为最佳估计。

2) 图像光滑特性约束。对于多种介质分布的情况, 图像光滑性是指图像灰度分布 (电阻率分布) 具有连续性, 各像素间的灰度 (电阻率值) 彼此贴近, 即认为重建图像具有局部或整体的光滑性, 以最光滑的图像 (即 $\|CR\|^2 \rightarrow \min, C$ 为光滑矩阵) 为重建图像的最佳估计。

3) 最小二乘约束。将图像的噪声压至最小, 可表示为 $\frac{1}{2} \|U - AR\|^2 \rightarrow \min$ 。

引入上述 3 个约束条件的图像可认为是重建图

像的最佳估计。由此构造辅助函数

$$J = \frac{1}{2} \|R\|^2 + \frac{1}{2} \varphi \|CR\|^2 + \frac{1}{2} \|U - AR\|^2 \quad (4)$$

由

$$\frac{\partial J}{\partial R} = \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{1}{2} (R^T R + \varphi CR)^T (CR) + \frac{1}{2} (U - AR)^T (U - AR) \right] = 0 \quad (5)$$

可求得电阻率估计值

$$\hat{R} = [I + A^T A + \varphi C^T C]^{-1} A^T U = M U \quad (6)$$

其中: 参数 φ 称为最优化重建因子, 其值可通过多次实验确定, 以保证最佳的重建效果; 矩阵 $M = [I + A^T A + \varphi C^T C]^{-1} A^T$ 称为最优化重建矩阵, 可预先计算出来。

采用正则化广义逆 ERT 图像重建算法, 重建图像只需一次矩阵乘法, 计算量与一步灵敏度系数算法^[3,5]相当, 重建速度快, 实时性好。

4 仿真研究

本文采用正则化广义逆 ERT 图像重建算法进

行图像重建, 并与反投影算法和灵敏度系数算法进行对比。利用所建立的 ERT 有限元仿真软件设定电导率分布, 计算相应的测量电压, 用仿真得到的测量数据进行图像重建。设连续相 (颜色深的区域) 的电导率为 1.0 mS/cm , 离散相 (颜色浅的区域) 的电导率为 0.1 mS/cm , 采用 16 电极, 激励电流 $I = 1 \text{ mA}$ 。

考察多种介质的分布情况, 仿真结果如图 1 所示。场域剖分为 512 个像素, 图中重建图像未经任何处理。由仿真实验结果对比可以看出, 对于反投影算法和灵敏度系数算法重建困难的流型^[5,6], 正则化的广义逆 ERT 图像重建算法能较真实地反映出被测介质的分布情况, 重建图像质量得到明显的改善。

为了对各种图像重建算法进行比较, 采用文献 [3] 定义的横截面图像误差 (CSIE) 作为重建图像质量的评判标准, 对于 7 种典型流型设置, 重建出的图像经过统一的门限滤波处理后, 3 种算法重建图像的 CSIE 值如表 1 所示。通过数值上的对比同样可以说明, 正则化的广义逆 ERT 图像重建算法有效地提

表 1 3 种算法的 CSIE 值及平均值

算 法	流型 1	流型 2	流型 3	流型 4	流型 5	流型 6	流型 7	平均值
反投影算法	9.35	16.27	8.56	8.74	13.14	15.76	14.62	12.34
灵敏度系数算法	9.51	13.88	6.21	6.52	6.39	12.63	11.56	9.53
正则化广义逆算法	10.02	5.33	5.68	5.54	4.42	3.96	7.19	6.02

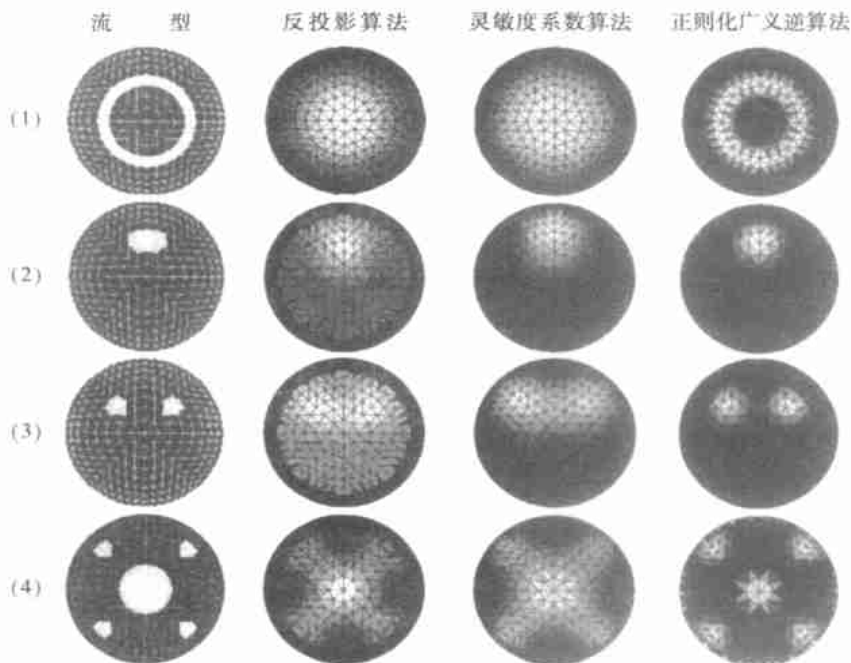


图 1 3 种算法重建结果对比

高了重建图像的质量。

5 结 语

本文提出一种正则化广义逆 ERT 图像重建算法, 并与反投影算法和灵敏度系数算法进行对比。重建出的图像经过统一的门限滤波后, 反投影算法、灵敏度系数算法和正则化广义逆 ERT 图像重建算法重建图像的 CSIE 平均值分别为 12%, 9% 和 6%。由此说明, 正则化广义逆 ERT 图像重建算法能显著地提高重建图像的质量, 而其计算量与一步灵敏度系数算法相当, 重建速度较快, 适合于工业过程应用, 是一种较好的 ERT 图像重建算法。

参考文献(References):

[1] Dickin F J, Wang M. Electrical resistance tomography

for process application[J]. *Meas Sci Tech*, 1996, 7(3): 247-260

[2] 何旭初. 广义逆矩阵的基本理论和计算方法[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1985

[3] 魏颖. 电阻层析成像技术(ERT)及其在两相流测量中的应用研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2001

[4] 李海青, 黄志尧. 特种检测技术及应用[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2000

[5] Tadakuni Murai, Yukio Kagawa. Electrical impedance computed tomography based on a finite element model [J]. *IEEE Trans Biom Eng*, 1985, 32(3): 177-184

[6] Thomas J Y, John G W, Willis J T. Comparing reconstruction algorithms for electrical impedance tomography [J]. *IEEE Trans Biom Eng*, 1987, 34(11): 843-852

(上接第 496 页)

[4] 袁小红, 王钰. 基于事例的推理: 综述与分析[J]. 模式识别与人工智能, 1995, 8(12): 19-31

(Yuan Xiaohong, Wang Yu. Case-based reasoning: Outline and analysis[J]. *Pattern Recognize and Artificial Intelligence*, 1995, 8(12): 19-31.)

[5] 周凯波, 魏莹, 冯珊. 基于案例推理的金融危机预警支持系统[J]. 计算机工程与应用, 2001, 14(1): 18-21

(Zhou Kaibo, Wei Ying, Feng Shan. Case-based reasoning for financial crisis predicting support system [J]. *Computer Engineering and Application*, 2001, 14(1): 18-21.)

[6] Watson. Case based reasoning is a methodology not a

technology [J]. *Knowledge-based System*, 1999, 10(12): 303-308

[7] Kyung-ahik Shin, Ingoo Han. Case-based reasoning supported by genetic algorithms for corporate bond rating [J]. *Expert System with Applications*, 1999, 13(16): 85-95

[8] 王莲芬, 许树柏. 层次分析法引论[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1990 80-126

[9] Huges. *The Complete Database Marketer: Second Generation Strategies and Techniques for Tapping the Power of Your Customer Database* [M]. Chicago: Irwin Professional, 1996 232-245

(上接第 499 页)

5 结 语

本文以 agent 技术作为整个系统建模的基础, 在信息搜索中引入了并行搜索资源的主动协调和负载自平衡机制。在信息的评价筛选机制中, 利用社会选择理论的多准则决策模型, 建立了一个基于偏好的评价模型。

参考文献(References):

[1] Gerhard Weiss. *A Modern Approach to Distributed Artificial Intelligence: Multi-agent Systems* [M]. Boston:

M IT Press, 1999

[2] Nils J Nilsson. *An New Synthesis, Artificial Intelligence* [M]. Vermont: Morgan Kaufmann Publishers, 1998

[3] Danny Blange. *Social Choice and Individual Values* [M]. London: Cowles Foundation of Yale University, 1970

[4] Shoubong Wang. *Social Choice and Multicriterion Decision Making* [M]. Boston: M IT Press, 1986

[5] Dennis C Mueller. *Public Choice- II* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1989