第 18 卷 第 4 期 控 制 与 决 策 2003 年 7 月
Vol. 18 No.4 Control and Decision July 2003

文章编号: 1001-0920(2003) 04-0510-03

关于广义树方法冗余项问题的讨论

李 卫国
(上海电力学院 电力系, 上海 200090)

摘 要: 对生成符号网络函数的重要技术问题——冗余项问题进行深入分析。由于广义树方法已从根本上保证不会出现非树组合项,要讨论的仅是那些树枝导纳积大小相等符号相反的情况。将这种情况分为两种类型: 第一类冗余项可用一个公式加以解决; 对于大多数第二类冗余项, 该方法有自然的消除能力。最后讨论了参考顶点对残留冗余项的影响。

关键词: 冗余项; k-树组; 广义树
中图分类号: TN01 文献标识码: A

Discussion on the redundancy item problem of generalized tree-team method

LI Wei-guo
(Department of Electric Power, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China)

Abstract: The redundancy item problem which is an important technical problem of generating symbolic network function is discussed. Since the generalized tree-team method guarantees none-tree combination, olny branches with equal admittance product and opposite are addressed. The redundancy items are divided into two classes. A formula is used to deal with the first class. Most redundancy items of the second class can be naturally eliminated. The influence of the remnant redundancy items is also analyzed.

Key words: Redundancy item; k-tree teams; Generalized tree-team

1 引 言

根据网络分析理论, 生成网络函数可转化为求网络对应的图的全部树枝导纳积、2-树导纳积、…、k-树导纳积[1]。生成这些导纳积的代表性方法有 k-树组法[2] 等。其指导思想是把一批树枝导纳积之和写成提取公因式后的形式, 这样可以大大减少符号的数量。但是树组法的一个明显不足是它不能解决变压器所产生的冗余项。根据 k-树组法的指导思想, 文献[3, 4] 提出了生成树组广义树法。本文针对广义树法的冗余项问题进行讨论。

一般说, 冗余项是指以下两种情况的组合项: 一是非树组合; 二是那些树枝导纳积大小相等符号相反的情况。由于广义树方法可从根本上保证不会出现非树组合项, 因此本文讨论的冗余项仅是后一种情况。

图1是某混合图G_c中的一部分。1～4号边是4个顶点同混合图G_c其他部分相连的边(当然可能

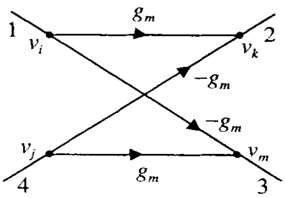

图 1 可能产生冗余项的子图

收稿日期: 2002-02-18; 修回日期: 2002-06-10。
作者简介: 李卫国(1954—), 男, 辽宁黑山人, 教授, 博士生导师, 从事电力系统的运行与控制、电工基础理论等研究。

多于4 条或少于 4 条, 这里为了方便只画4 条)。另4 条权为 g_m 或 $-g_m$ 的边为一个受控电流源的有向图, 用 $g_m(i,k)$, $-g_m(i,m)$, $g_m(j,m)$, $-g_m(j,k)$ 表示。应用有向图求有源网络的全部树, 当有向图中有权相同而符号相反的边时会产生冗余项, 一些有向树的树枝导纳乘积项会对消掉。这些冗余的有向树多半是含对应受控源的有向边的有向树。

定理 1[3]　如果一个有向 j-树含有属于同一受控源的两个有向边, 则一定存在另一个与之具有相同树枝导纳乘积但符号相反的有向 j-树。

混合图中有向 j-树的概念可参阅文献[3]。这里可将上述定理简单地说成: 在一棵树中, 若包含两个以上属于同一受控源的有向边, 则这棵树的树枝导纳积必然是冗余的。

除了定理 1 所指出的冗余项外, 还可能产生另一类冗余项。假设有这样一些树, 这些树除了一条边外, 其他的边都相同, 如果这条边又都属于同一受控源, 那么它们的树相同, 所不同的只是符号, 结果这些树枝导纳积会因符号相反而抵消。

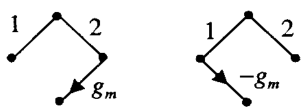

图 2　树枝导纳积符号相反

例如图 2 两棵树的树枝导纳积分别为 $g_m e_1 e_2$ 和 $-g_m e_1 e_2$。如果生成这样的冗余项, 要消去就相当困难。这是因为:

1) 当生成了一项如 $g_m e_1 e_2$ 后, 却不知道何时才生成第 2 个相反项 $-g_m e_1 e_2$;

2) 生成的是树组, 要在这些树组中找到两个相同项, 就要把树集打开, 这样运算量和数据存贮量都要大大增加;

3) 在全部树中找两个相同项, 要进行大量的组合比较, 因此要在这些项生成前将其消除。

2　冗余项的消除

下面对两类冗余项分别进行讨论。

2.1　第 1 类冗余项

第 1 类是定理 1 指出的冗余项, 这类冗余项较易消除, 只要对广义树中的所有有向项树枝都加以识别即可。

设某一广义树的两个广义树枝中有属于同一受控源的有向边, 令一个广义树枝为 $e_1^k = (x \pm g_m)$, 另一个为 $e_2^k = (y \pm g_m)$。其中: e_1^k 和 e_2^k 表示这两个广义树枝; x 和 y 分别对应广义树枝中除 g_m 外的边, g_m 的符号视实际符号而定。则这两个广义树枝可等效为一条边权为 1 和一条边权为 e^k 的广义树枝(见图 3)。这里

$$e^k = e_1^k e_2^k = (x \pm g_m)(y \pm g_m) = g_m(\pm x \pm y) + xy \tag{1}$$

式(1) 应用了改进的王氏代数规则。

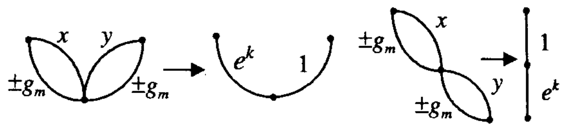

图 3　第 1 类冗余项的两种典型情况

如果广义树中还有属于这一受控源的有向边, 只要继续用上述方法, 就可彻底消除此类冗余项。由于在应用混合图分解定理求出广义树时, 已经确保每条有向边均指向参考顶点, 因此不必担心有向边方向分辨的正确性, 也不必担心会形成回路。在应用上述方法时, 不论这些包含同一受控源对应的有向边的广义边位于广义树的哪个部位, 也不论它们之间的相对位置如何, 均不影响最后结果。

例 1　图 4 是一棵广义树, 有 3 条广义边包含有向边 g_m。设各广义顶点权均为 1, 按照有向树的定义, 可写成

$$T^k = e(g_m + x)(-g_m + y)(g_m + z) = e[g_m(xy - xz + yz) + xyz] \tag{2}$$

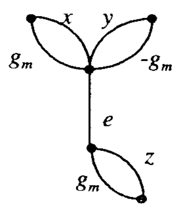

图 4　4 条广义边的子图

同样, 如果再有一条广义边包含 g_m, 令这条广义边的其他边为 w, 则

$$T^k = e[g_m(xyz + xyw - xzw + yzw) + xyzw] \tag{3}$$

类推可得有 n 条广义边的情况

$$T^k = e\left[g_m \sum_{k=1}^{n} \text{sign} \prod_{i=1, i\neq k}^{n} x_i + \prod_{i=1}^{n} x_i\right] \tag{4}$$

式中: x_i 表示广义边除去 g_m 外的那些边; sign 可以这样明确: 如乘积项 $\prod_{i=1, i\neq k}^{n} x_i$ 中不包含权为 $-g_m$ 的有向边的并联项(如例 1 中的 y), 则这个乘积的符号为负, 否则为正。上述确定符号的规则不限符号为负

的有向边的个数。

$$T^k = e(-g_m + x)(-g_m + y)(g_m + z) = e[g_m(-xz + xy - yz) + xyz] \quad (5)$$

可见,凡是不包含 x 或 y 的项均为负,否则为正。

由式(4) 便可彻底消除此类冗余项。

2.2 第 2 类冗余项

第 2 类冗余项的情况较为复杂,现对照图 1 进行分析:

情况 1:如果在图的分解过程中,使得$\{v_i, v_j\}$ 为一个广义顶点 $v_{i,j}$,$\{v_k, v_m\}$ 为另一个广义顶点$v_{k,m}$,4 条有向边都存在,这时连通广义顶点$v_{i,j}$ 和 $v_{k,m}$ 的有向边权之和为

$$g_m - g_m + g_m - g_m = 0$$

这样就自然地消去了一些冗余项。

情况 2:如果v_m,$v_{i,j}$ 和v_k 分别为广义顶点,不论 v_k 还是 v_m 同广义参考顶点相关联或通过一条路径相连通(此路径是指不通过所讨论的 4 条有向边的任何一条),都有 $g_m - g_m = 0$,即消去了冗余项。如果$v_{i,j}$ 通过一条路径同广义参考顶点相连通,按照定理 1 删去射出边,也不存在冗余项。

情况 3:$v_{k,m}$ 在一个广义顶点,v_i 和 v_j 在不同的广义顶点,仍有$g_m - g_m = 0$,即消去了一些冗余项。

情况 4:无论 v_i,v_j,v_k 和 v_m 怎样组合和怎样与广义参考顶点相联,每棵有向树都只有一条有向边存在(指图 3 中的 4 条有向边)。这时产生的冗余项是无法消除的,因为此时还无法判断它是否为冗余项,只有全部树生成后才有可能将其消去。这是本文方法的一个不足之处,但这些冗余项是非常少的,即使留在全部树中,也不至于使表现形式显得臃肿。要想消去它们,利用有向边权的符号,可以缩小寻找范围。

从上面分析可以看出,该方法消去冗余项主要依靠两种手段:一是式(4),二是利用广义边权的性质消去权相等、符号相反的边。

从方便程度考虑,利用广义边权中各边权的正负号消去冗余项最为简便,其次是利用式(4)。因此应尽量使权相等而符号相反的边在同一广义边之中,即通过短路广义无向边(不含有向边的广义边),使权相等而符号相反的边成为并联边。于是,先短路和开路广义无向边,当图中的广义无向边全部处理完毕后,再短路和开路图中的有向边,按照这样的次序处理图中的所有广义边,可使生成的广义树冗余项较少。

3 结 语

所谓冗余项的问题是指:当生成一个边集合或一组边集合时,如果不能确认是否为冗余项,而一定要到全部边集合都生成之后,才能逐项比较并加以消除的情况。好的算法是在生成一个边集合或一组边集合时,就能确认其冗余项并将其消除,或在生成一个边集合的一个子集时,就发现冗余项的问题。本文提出的两种消去冗余项的方法,都是在生成边集合或边集合的子集时就将冗余项消去,因此这些方法是先进而有效的。

参考文献(References):

[1] 仝茂达,朱英辉.符号网络函数与不定导纳矩阵[M].北京:高等教育出版社,1983.43-52.

[2] Shieu S D, Chan S P. Topological formulation of symbolic network functions and sensitivity analysis of acyive networks[J]. *IEEE Trans on Circuit and Systems*, 1974, 21(1): 39-45.

[3] Zhou Lixing, Chen Yan, Li Weiguo. The systematically generating method of symbolic network functions in cohere form[A]. *Proc of ICEE*[C]. Kyongju, 1998. 21-25.

[4] 李卫国.一种生成有向树的拓扑方法——广义树法[J].长沙水电师院学报,1990,5(1):130-136.
(Li Weiguo. A new topological theory of generating direct tree terms: Generalized tree method[J]. *J of Changsha Normal University of Water Resources and Electric Power*, 1990, 5(1): 130-136.)

(上接第 509 页)

[4] 李洪娟,吕渭济,张建军.城市道路交叉口高峰小时流量的灰色预测[J].辽宁工程技术大学学报,2000,19(6):656-658.
(Li Hongjuan, Lu Weiji, Zhang Jianjun. Application of grey prediction model in urban cross peak hour flow[J]. *J Liaoning Tech Univ*, 2000, 19(6): 656-658.)

[5] 李希灿.动态平差灰色预测优化模型[J].测绘工程,1999,8(1):34-40.
(Li Xican. Grey prediction optimal model in dynamic adjustment[J]. *Eng Surveying and Mapping*, 1999, 8(1): 34-40.)