

文章编号: 1001-0920(2003)04-0407-06

多变量模型不确定系统的二阶滑模分解控制方法

郑雪梅, 冯 勇, 陈晓丽

(哈尔滨工业大学 电气工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 提出一种多变量模型不确定系统的二阶终端滑模分解控制方法。通过状态变换和去耦合处理将系统转换为块能控标准型, 它由输入输出子系统和稳定的零动态子系统组成。提出了特殊的二阶终端滑模超曲面和相应的控制策略, 使输入输出子系统状态渐近收敛到平衡点, 零动态子系统随后也渐近收敛到平衡点。所提出方法对于控制维数较高的系统具有较大的意义, 可简化设计, 实现鲁棒分解控制。由于采用了二阶滑模的思想, 可有效地消除系统的高频抖振。仿真实例表明了该方法的有效性。

关键词: 多变量系统; 标准型分解; 终端滑模控制; 变结构系统; 零动态系统

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Terminal sliding mode decomposed control of multivariable uncertain systems

ZHENG Xue-mei, FENG Yong, CHEN Xiao-li

(Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: A second-order sliding mode decomposed control method is presented for multivariable systems with parameter uncertainties and external disturbances. The system is converted to the block controllable form consisting of the input-output subsystem and the stable zero-dynamic subsystem. A special second-order terminal sliding mode and control law are proposed to drive the states of the input-output subsystem converge to the equilibrium points asymptotically. Then the states of the zero-dynamic subsystem converge to the equilibrium points asymptotically. Because of adopting the second order sliding mode, the high frequency chattering of the control signals is eliminated. The simulation results are presented to validate the effectiveness of the design.

Key words: Multivariable systems; Canonical decomposition; Terminal sliding mode control; Variable structure systems; Zero-dynamics

1 引言

对于存在参数不确定性和外部扰动的多变量系统, 常用的控制方法有两种: 状态反馈控制和最优控制。但如果系统的维数较高, 则采用上述两种方法会耗费较长的计算时间, 并且在计算过程中容易出现病态。文献 [1] 提出将系统化为块能控标准型, 然后对块能控标准型进行控制。这种方法能有效地缓解

上述方法存在的不足, 但仅采用状态反馈对系统进行控制, 系统对参数摄动和外部扰动不具有鲁棒性。

滑模控制是实现系统鲁棒控制的一种有效方法, 但在滑模控制中存在抖振问题, 这是制约其应用的一个障碍。抖振是由于高频的开关函数引起的, 以往的解决办法是用平滑函数或饱和函数代替开关函数^[2,3], 但这是以牺牲系统的性能为代价的。如何研

收稿日期: 2002-03-21; 修回日期: 2002-06-18。

基金项目: 哈尔滨工业大学跨学科交叉性研究基金资助项目(HIT MD 2001.18)。

作者简介: 郑雪梅(1969—), 女, 黑龙江齐齐哈尔人, 博士生, 从事变结构控制等研究; 冯勇(1962—), 男, 江苏南京人, 教授, 博士生导师, 从事变结构控制、鲁棒控制等研究。

究一种既能保证系统的鲁棒性,又能使系统是连续的二阶滑模的控制方法,已成为研究的焦点^[4]。

本文利用文献[1]的模型变换思想,在将线性多变量系统转换为块能控标准型的基础上,提出一种二阶滑模分解控制方法。首先确定系统的能控指数,然后通过状态变换将其转化为 r 个块的块能控标准型,最后进行一次状态变换以去掉系统中的耦合项。这样可将系统分为两部分:输入输出子系统和零动态子系统。通过状态反馈使得零动态子系统满足性能要求。对于输入输出子系统,利用终端滑模的思想^[5,6],提出了特殊的二阶终端滑模和相应的控制策略,使该子系统状态渐近收敛到平衡点,稳定的零动态子系统随后也渐近收敛到平衡点。

本文所提出的方法对于控制维数较高的系统具有较大的意义,可以简化设计,实现鲁棒分解控制。由于采用了二阶滑模的思想,可有效地消除系统的高频抖振。仿真实例表明了该方法的有效性。

2 多变量模型不确定系统的模型分解

考虑如下线性多变量模型不确定系统

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + A_{\text{per}}(t) \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$; $A_{\text{per}}(t) \in R^{n \times 1}$ 表示系统的不确定项或非线性项。本文对矩阵 $A, B, A_{\text{per}}(t)$ 作如下假设:

- 1) A, B 为已知常数矩阵;
- 2) A, B 可控;
- 3) $A_{\text{per}}(t)$ 满足如下匹配条件

$$A_{\text{per}}(t) = Bd(t) \quad (2)$$

其中 $d(t) \in R^{m \times 1}$ 为有界的时变函数, $d(t) \in l_\infty$ 。

控制目的是:在系统存在不确定项 $A_{\text{per}}(t)$ 的情况下,选择合适的控制策略,使得系统由初始状态 $x(0) = 0$ 收敛到平衡点。

2.1 块能控标准型

对线性多变量系统(1)作非奇异状态变换

$$x = Fx \quad (3)$$

状态变换矩阵

$$F = [F_1, F_2, \dots, F_{r-1}] \quad (4)$$

其中: F_1, F_2, \dots, F_{r-1} 分别为下述转化为块能控标准型时每步的变换矩阵。

经状态变换(3)将系统(1)变换成如下块能控标准型

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bd(t) + Bu(t) \quad (5)$$

其中: $A = FAF^{-1}$; $B = FB = [0 \ B_{1,0}^T]^T$, $B_{1,0}$ 为 $n_1 \times m$ 矩阵,且 $\text{rank } B_{1,0} = m$ 。

将变换后的系统(5)写成分块的形式

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = A_{r,r}x_r(t) + B_{r,r-1}x_{r-1}(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_i(t) = \sum_{j=i}^r A_{ij}x_j(t) + B_{i,i-1}x_{i-1}(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_1(t) = \sum_{j=1}^r A_{1j}x_j(t) + B_{1,0}d(t) + B_{1,0}u(t) \end{cases} \quad (6)$$

其中: $x^T = [x_1^T \ \dots \ x_r^T]$, $x_i \in R^{n_i}$, $i = 1, \dots, r$; 矩阵 $B_{i,i-1}$ ($i = 1, \dots, r$) 行满秩,即 $\text{rank } B_{i,i-1} = n_i$, $i = 1, \dots, r$, $n_i = n_0$ 。

为将系统(1)转化为块能控标准型(6)并求取变换矩阵 F ,需按以下步骤进行 $r-1$ 步^[11]:

第 1 步 设 $\text{rank } B = n_1, n_1 = m$ 。将 B 中 n_1 个线性无关的行组成子矩阵 $B_{1,0}$,则有

$$\text{rank}(B_{1,0}) = \text{rank}(B) = n_1$$

B 可写成

$$B = \begin{bmatrix} B_{2,1} \\ B_{1,0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中: $B_{2,1} \in R^{(n-n_1) \times m}$, $B_{1,0} \in R^{n_1 \times m}$ 。

对系统(1)作如下非奇异线性变换

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 &= \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_1 \end{bmatrix} = F_1x = \\ &= \begin{bmatrix} I_{n-n_1} & -\tilde{B}_{2,1}B_{1,0}^+ \\ 0 & I_{n_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$F_1 = \begin{bmatrix} I_{n-n_1} & -\tilde{B}_{2,1}B_{1,0}^+ \\ 0 & I_{n_1} \end{bmatrix}$$

$\tilde{x}_1 = x_1, \tilde{x}_2 \in R^{n_1}; \tilde{x}_2 \in R^{n-n_1}$ 为中间过渡变量。令 $x_1 = x_1, x_1 \in R^{n_1}$,则系统(1)可化简为

$$\dot{\tilde{x}}_2(t) = \tilde{A}_{2,2}\tilde{x}_2(t) + \tilde{B}_{2,1}x_1(t) \quad (9)$$

$$\dot{x}_1(t) = A_{1,2}\tilde{x}_2(t) + A_{1,1}x_1(t) + B_{1,0}d(t) + B_{1,0}u(t) \quad (10)$$

其中

$$\text{rank } B_{1,0} = n_1, \quad B_{1,0}^+ = [B_{1,0}^T B_{1,0}]^{-1} B_{1,0}^T$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{2,2} & \tilde{B}_{2,1} \\ A_{1,2} & A_{1,1} \end{bmatrix} = F_1 A F_1^{-1}$$

第 2 步 设 $\text{rank}(\tilde{B}_{2,1}) = n_2$,如果 $n_2 = n - n_1$,则式(9)和(10)已是块能控标准型,变换结束。如果 $n_2 < n - n_1$,则执行第 2 步。即将 $x_1(t)$ 看成式(9)的虚拟控制量,仿照第 1 步对式(9)进行变换,直到化成块能控标准型的分量形式(6)为止。

经过第 1 步变换,式(10) 由于符合式(6) 的标准而被分离出来.进行第 2 步变换时,原系统(1) 已降为 $n - n_1$ 维.因此,状态变换阵 F_2 应在保证系统(6) 不变的基础上,继续化式(9) 为块能控标准型分量表示(6) 的形式.为了体现上述思想,可计算出

$$F_2 = \begin{bmatrix} I_{n-n_1-n_2} & -B_{3,2}B_{2,1}^+ & 0 \\ 0 & I_{n_2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{n_1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

以此类推,有

$$F_{r-1} = \begin{bmatrix} I_{n_r} & -B_{r,r-1}B_{r-1,r-2}^+ & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I_{n_{r-1}} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_{n_2} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & I_{n_1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

2.2 解耦的块能控标准型

从块能控标准型(6) 可以看到,每个子系统的状态方程存在着耦合.为了便于系统设计,可将系统(6) 进一步化简成解耦的块能控标准型.为此,再作一次非奇异变换

$$x = Fz \quad (13)$$

转态变换阵

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -K_{r-1,r} & 1 & \dots & 0 & 0 \\ -K_{r-2,r} & -K_{r-2,r-1} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -K_{2,r} & -K_{2,r-1} & \dots & 1 & 0 \\ -K_{1,r} & -K_{1,r-1} & \dots & -K_{1,2} & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

非奇异变换(13) 可写成分量的形式

$$x^r = z^r \quad (15)$$

$$x_i = - \sum_{\alpha=i+1}^r K_{i,\alpha} \alpha + z_i \quad i = 1, \dots, r-1 \quad (16)$$

对块能控标准型系统(5) 进行式(13) 的变换,得

$$\dot{z}(t) = A z(t) + B d(t) + B u(t) \quad (17)$$

其中: $A = (F)^{-1} A F, B = (F)^{-1} B = [0 \ B_1^T, 0]^T$. 把系统(17) 写成分量的形式

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = N_i z_i(t) + B_{i,i-1} z_{i-1}(t), & i = 2, \dots, r \\ \dot{z}_1(t) = \bar{A}_{1,\alpha} z_\alpha(t) + B_{1,\alpha} d(t) + B_{1,0} u(t) \end{cases}$$

其中: $z = [z_1^T \dots z_r^T]^T, z_i \in R^{n_i}; N_i (i = 2, \dots, r)$ 为设计的常数矩阵,根据系统性能的要求而确定.当 N_i 确定后, F 和 $\bar{A}_{1,\alpha} (\alpha = 1, \dots, r)$ 便可同时确定下来.

3 二阶终端滑模分解控制

对于线性多变量模型不确定系统(1), 经过状态变换(3) 和(13), 可变换成解耦的块能控标准型系统(18). 本文采用二阶终端滑模控制方法对系统(18) 进行设计, 具体步骤如下:

- 1) 设计二阶终端滑模超曲面, 保证输入输出子系统的状态到达平衡点的时间是有限的;
- 2) 设计系统的鲁棒控制, 使系统对参数摄动和外部扰动具有鲁棒性.

为了提出线性多变量模型不确定系统的二阶终端滑模变结构控制, 首先给出如下引理:

引理 1 对于解耦块能控系统(18), 若将 $N_i (i = 2, \dots, r)$ 设计成 $N_i = -\lambda I_{n_i}, -\lambda_2 < -\lambda_3 < \dots < -\lambda_r < 0$, 则其零动态子系统渐近稳定. 即在状态 z_1 到达平衡点后, 系统(18) 的其余状态 z_2, \dots, z_r 将渐近趋于平衡点.

证明 假设在 $t = t_r$ 时状态 z_1 到达平衡点, 即 $z_1(t) = 0, \forall t \geq t_r$. 则当 $t \geq t_r$ 时, 系统(18) 的零动态子系统为

$$\dot{z}_i = N_i z_i + B_{i,i-1} z_{i-1}, \quad i = 2, \dots, r \quad (19)$$

其中 $z_1(t) = 0$. 零动态子系统(19) 的特征根为 $-\lambda_i, \dots, -\lambda_i (i = 1, \dots, n_r)$. 因此, 零动态子系统是渐近稳定的.

针对解耦的块能控系统(18), 本文提出如下线性滑模

$$s(t) = \beta z_1 + \int_0^t z_1 dt \quad (20)$$

其中: $s \in R^m; z_1 \in R^{n_1}; \beta = \text{diag}(\beta_1, \dots, \beta_{n_1}), \beta > 0$ 为常数; $\int_0^t z_1 dt$ 可表示为

$$\int_0^t z_1 dt = \left[\int_0^t z_{11} dt, \dots, \int_0^t z_{1n_1} dt \right]^T$$

为解决滑模系统的抖振问题, 本文采用二阶滑模的思想^[2], 提出如下二阶终端滑模

$$l(t) = \dot{s} + \alpha s^{q/p} \quad (21)$$

其中: $l \in R^m; \alpha = \text{diag}(\alpha_1, \dots, \alpha_{n_1}), \alpha > 0$ 为常数; p 和 q 为奇数, 且 $p > q > 0; s^{q/p}$ 可表示为

$$s^{q/p} = [s_1^{q/p}, \dots, s_m^{q/p}]^T$$

引入线性滑模 $s(t)$ 的目的是为了对输入输出子系统进行滑模控制, 而引入 $l(t)$ 的目的是为了实现二阶滑模控制, 消除滑模系统的抖振. 因此, 将 $l(t)$ 设计成终端滑模形式, 使 $s(t)$ 到达平衡点的时

间是有限的。从控制的可实现性角度考虑,将 $s(t)$ 设计成线性滑模,当 $l(t)$ 到达平衡点后,保证状态变量 $z_1(t)$ 渐近收敛到平衡点。由于系统(18)是由系统(1)经线性变换(3)和(13)变换而来的,通过 $s(t)$ 和 $l(t)$ 及相关的控制策略,可使多变量系统(1)的状态变量 $x(t)$ 渐近收敛到平衡点。

下面讨论在二阶滑模 $l(t) = 0$ 上 $s(t)$ 到达平衡点的情况。假设 $s(t)$ 的初值为 $s(0) = [s_1(0), \dots, s_m(0)]^T$, 由 $l(t) = 0$ 求解式(21), 得到 $s(t)$ 到达平衡点 $s(t) = 0$ 的时间

$$t_s = \frac{p}{\min_{i=1, \dots, n_1} \alpha(p-q)} \max_{i=1, \dots, m} (s_i(0)^{\frac{p}{p-q}}) \quad (22)$$

这样,通过设计合适的控制策略,可保证 $s(t)$ 和 $\dot{s}(t)$ 吸引到二阶滑模 $l(t) = 0$, 并实现滑模运动。在二阶滑模 $l(t) = 0$ 上, $s(t)$ 在有限时间 t_s 内到达平衡点(式(22))。通过设计合适的控制策略,可实现线性滑模运动。具体的控制策略由下述定理给出。

定理 1 对于线性多变量不确定系统(1), 采用状态变换(3)和(13)变换成解耦块能控标准型系统(18), 选取线性滑模超曲面(20)及二阶滑模超曲面(21), 如果采取如下控制策略

$$u(t) = u_0(t) + u_1(t) \quad (23)$$

则系统(1)是稳定的。其中

$$u_0(t) = -B_{1,0}^+ \sum_{\alpha=1}^r A_{1,\alpha} z_\alpha$$

$u_1(t)$ 通过下述低通滤波器得到

$$v(t) = \beta \dot{u}_1(t) + u_1(t) \quad (24)$$

低通滤波器的输入

$$v(t) = v_{eq}(t) + v_n(t) \quad (25)$$

其中

$$v_{eq}(t) = -B_{1,0}^+ [(q/p)\alpha s^{(q-p)/p} \dot{s}] \quad (26)$$

$$v_n(t) = -\frac{(l^T B_{1,0})^T}{l^T B_{1,0}} l [B_{1,0} \times (l_d + \beta l_{dd}) + \eta] \quad (27)$$

$\eta > 0$ 为设计参数。

证明 取 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2} l(t)^T l(t)$$

$V(t)$ 对时间的一阶导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= l^T \dot{l} = \\ & l^T [\dot{s} + (q/p)\alpha s^{(q-p)/p} \dot{s}] = \\ & - l^T B_{1,0} (l_d + \beta l_{dd}) - \eta l^T + \\ & l^T B_{1,0} (\beta \dot{l} + \dot{d}) - \eta l^T \end{aligned}$$

即

$$\dot{V} - \eta l < 0, \quad l = 0$$

根据 Lyapunov 稳定性理论, 如果 $l = 0$, 则 l 总能在有限时间内到达 $l = 0$ 。当系统在滑模 $l = 0$ 上时, 有 $\dot{s} + \alpha s^{q/p} = 0$, 滑模 s 将在有限时间 t_s 到达零点, 即 $s = 0$ 。当 $s = 0$ 时, 有 $\beta \dot{z}_1 + \int_0^t z_1 dt = 0$, 由于 z_1 是线性滑模, 因此 z_1 渐近趋于平衡点, 即系统(18)的输入输出子系统是渐近稳定的。由引理 1, 系统(18)的零动态子系统是渐近稳定的, 根据系统的稳定性判据, 系统(18)也是渐近稳定的。由于系统(18)是由系统(1)经线性变换(3)和(13)变换而来的, 因此系统(1)是渐近稳定的。

4 仿真实例

对于下述系统进行仿真研究

$$\dot{x} = Ax + Bd(t) + Bu$$

其中

$$d(t) = [0.1 \sin(2t) \quad 0.1 \sin(2t) \quad 0.1 \sin(2t)]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

首先经状态变换(3)和(13)将上述系统化为下述解耦的块能控标准型

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 &= -N_{3z_3} z_3 + B_{3,2} z_2 \\ \dot{z}_2 &= -N_{2z_2} z_2 + B_{2,1} z_1 \\ \dot{z}_1 &= \bar{A}_{1,1z_1} z_1 + \bar{A}_{1,2z_2} z_2 + \bar{A}_{1,3z_3} z_3 + \\ & B_{1,0} d(t) + B_{1,0} u \end{aligned}$$

其中

$$B_{1,0} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{2,1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_{3,2} = [1 \quad 0 \quad 0]$$

将 N_2 和 N_3 设计为

$$N_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad N_3 = -0.6$$

由此得

$$\bar{A}_{1,1} = \begin{bmatrix} 7.2 & 2.6 & 1.6 \\ -7.4 & -1.2 & -8.2 \\ 6.2 & 2.6 & 5.6 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_{1,2} = \begin{bmatrix} -1.16 & 3.5 & -1.5 \\ 35.92 & 3 & -9 \\ -17.96 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_{1,3} = \begin{bmatrix} -13.52 \\ -13.52 \\ 6.76 \end{bmatrix}$$

选择 3 个线性滑模超平面如下

$$s_1 = 0.8z_{11} + \int_0^t z_{11} dt$$

$$s_2 = 0.8z_{12} + \int_0^t z_{12} dt$$

$$s_3 = 0.8z_{13} + \int_0^t z_{13} dt$$

选择 3 个终端滑模超平面如下

$$l_1 = \overset{\circ}{s}_1 + s_1^{3/5}$$

$$l_2 = \overset{\circ}{s}_2 + s_2^{3/5}$$

$$l_3 = \overset{\circ}{s}_3 + s_3^{3/5}$$

根据定理 1, 设计控制器

$$u = u_0 + u_1$$

其中

$$u_0 = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \times$$

$$\left(\begin{bmatrix} 7.2 & 2.6 & 1.6 \\ -7.4 & -1.2 & -8.2 \\ 6.2 & 2.6 & 5.6 \end{bmatrix} z_1 + \right.$$

$$\left. \begin{bmatrix} -1.16 & 3.5 & -1.5 \\ 35.92 & 3 & -9 \\ -17.96 & -1 & 3 \end{bmatrix} z_2 + \right.$$

$$\left. \begin{bmatrix} -13.52 \\ -13.52 \\ 6.76 \end{bmatrix} z_3 \right)$$

根据式(24), u_1 设计为

$$v = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 \end{bmatrix} \overset{\circ}{u}_1(t) + u_1(t)$$

根据式(25) ~ (27), v_{eq} 和 v_n 分别设计为

$$v_{eq} = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.6s_1^{(-0.4)} \overset{\circ}{s}_1 \\ 0.6s_2^{(-0.4)} \overset{\circ}{s}_2 \\ 0.6s_3^{(-0.4)} \overset{\circ}{s}_3 \end{bmatrix}$$

$$v_n = - \frac{\left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^T}{\left\| \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\|^2} l \times \left[0.45 \left\| \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\| + 1 \right]$$

假设系统的初始状态为: $x_3(0) = 0, x_{21}(0) = 0, x_{22}(0) = 0, x_{23}(0) = 1, x_{11}(0) = 2.36, x_{12}(0) = -3.16, x_{13}(0) = 2.16$ 。

计算机仿真结果如图 1 ~ 图 4 所示。图 1 和图 2 分别为滑模 l 和 s , 可见 l 在有限时间内到达零, s 渐近收敛到零。图 3 为控制 u , 可见高频抖振已被消除。图 4 为系统状态 x , 所有系统状态均渐近收敛到零。由仿真结果可见, 系统达到了设计要求。

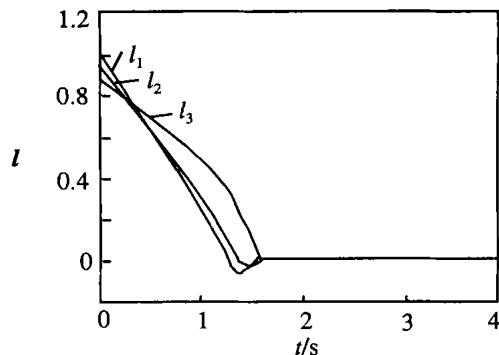


图 1 滑模 $l_1(t), l_2(t), l_3(t)$ 仿真曲线

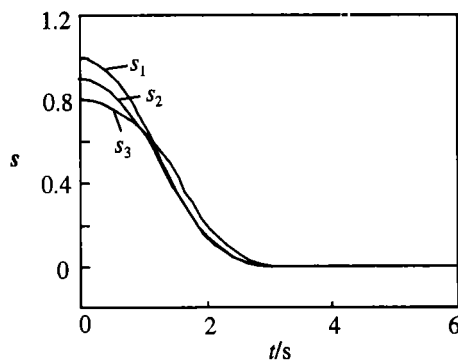
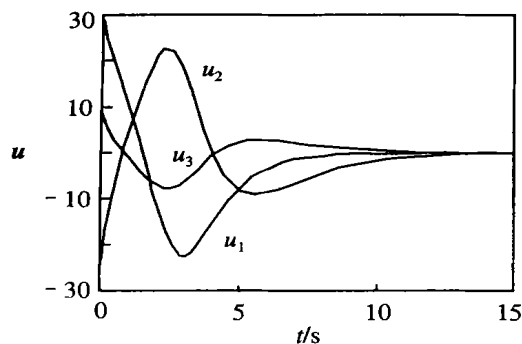
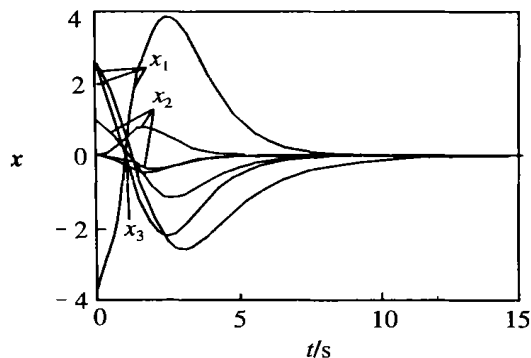


图 2 滑模 $s_1(t), s_2(t), s_3(t)$ 仿真曲线

图3 控制 u 仿真曲线图4 状态 x 仿真曲线

5 结论

本文针对多变量模型不确定系统,提出一种二阶终端滑模分解控制方法。通过状态变换和去耦合处理,将系统转换为块能控标准型,它由输入输出子系统和稳定的零动态子系统组成。对输入输出子系

统提出了特殊的二阶终端滑模超曲面和相应的控制策略,使该子系统状态渐近收敛到平衡点,稳定的零动态子系统随后也渐近收敛到平衡点。本文所提出的方法对于控制维数较高的系统具有较大的意义,可简化设计,实现鲁棒分解控制。同时,由于采用了二阶滑模的思想,可有效地消除系统的高频抖振。最后对一个7阶多变量模型不确定系统进行仿真,结果表明了所提出方法的有效性。

参考文献(References):

- [1] Lukyanov A G, Utkin V I. Time-varying linear system decomposed control[A]. *Proc American Control Conf* [C]. Philadelphia, 1998. 2884-2888.
- [2] Slotine J E, Li W. *Applied Non-linear Control*[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1991. 226-269.
- [3] Man Z, Yu X H. Terminal sliding mode control of MIMO linear systems[J]. *IEEE Trans Fundamental Theory and Applications*, 1997, 44(11): 1065-1070.
- [4] Bartolini G, Ferrara A, Usai E. Chattering avoidance by second-order sliding mode control[J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1998, 43(2): 241-246.
- [5] Wu Y, Yu X, Man X. Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems[J]. *Systems and Control Letters*, 1998, 34(5): 281-288.
- [6] Feng Y, Yu X, Man Z. Nonsingular terminal sliding mode control and its applications to robot manipulators [A]. *Proc 2001 IEEE Int Symp Circuits and Systems* [C]. Sydney, 2001. 3: 545-548.

(上接第406页)

- [4] Hong Y G, Qin H S. Adaptive synchronization of chaotic systems via state or output feedback control[J]. *Int J Bifurc Chaos*, 2001, 11(4): 1149-1158.
- [5] Femat R, Jose A R, Guillermo F A. Adaptive synchronization of high-order chaotic systems: A feedback with low-order parameterization[J]. *Physica D*, 2000, 139(3): 231-246.
- [6] Liao T L, Tsai S H. Adaptive synchronization of chaotic systems and its application to secure communication [J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 2000, 11(9): 1387-1396.
- [7] Wang C, Ge S S. Adaptive synchronization of uncertain

chaotic systems via backstepping design[J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 2001, 12(7): 1199-1206.

- [8] Fang J Q. Switching manifold approach to chaos synchronization[J]. *Phys Rev E*, 1999, 59(3): 2523-2526.
- [9] Alexander K K, Vladimir D S. Exact synchronization of mismatched chaotic systems[J]. *Int J Bifurc Chaos*, 1996, 6(3): 569-580.
- [10] Jolly K J, Amritkar R E. Synchronization and adaptive control[J]. *Int J Bifurc Chaos*, 1994, 6(6): 1687-1693.
- [11] Slotine J J, Li W P. *Applied Nonlinear Control*[M]. Spanish: Prentice Hall, 1991. 122-125.