

文章编号: 1001-0920(2003)04-0413-05

多故障的奇偶方程-参数估计诊断方法

宋 华, 张洪钺

(北京航空航天大学 自动化学院, 北京 100083)

摘要: 提出一种将奇偶方程与参数估计相结合的多故障诊断方法。构造了一种新的奇偶方程, 其产生的残差仅对一个传感器故障和一个执行器故障敏感。将传感器和执行器故障模型表示成刻度因子和偏差的形式, 应用卡尔曼滤波方法对各故障模型参数进行估计。某型号飞机控制系统的仿真结果表明, 新方法能对传感器故障和执行器故障同时存在的线性系统进行诊断, 有效地估计出各故障的模型参数。

关键词: 多故障; 故障诊断; 奇偶方程; 参数估计; 卡尔曼滤波

中图分类号: TP277

文献标识码: A

Approach for multiple faults diagnosis based on parity equation and parameter estimation

SONG Hua, ZHANG Hong-yue

(Department of Automatic Control, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A new method for multiple faults diagnosis of control systems is presented based on parity equation and parameter estimation. Residual generated by a new parity equation is sensitive only to one special sensor fault and one special actuator fault signal. The faults in sensors and actuators are represented as biases and changes in scale factor. A parameter estimator based on Kalman filter is designed to identify the parameters from the information contained in the residuals. A simulation example on control system of an airplane is given for illustration. Results show that the new approach can be used to detect and identify the faults of multiple sensors and multiple actuators in linear systems.

Key words: Multiple faults; Fault diagnosis; Parity equation; Parameter estimation; Kalman filtering

1 引言

由于环境的变化以及人员操作的失误等因素, 使得控制系统无论设计得多么精良, 在运行中都可能发生故障, 从而造成财产以致人员的损失。随着科学技术的快速发展, 现代控制系统变得越来越复杂, 这些系统一旦发生故障, 将造成比以往更大的损失。如果能及时地检测和识别出故障, 便可避免故障的进一步发展。因此, 故障诊断具有十分重要的意义。

奇偶方程是线性系统故障检测的一种常用方法, 多年来取得了丰富的研究成果。文献[1, 2]应用最优鲁棒奇偶方程对系统故障进行检测; 文献[3, 4]应用最优奇偶向量检测法检测和隔离故障。上述文献都没有考虑故障参数的识别问题。文献[5]给出一种基于全解耦奇偶方程的动态系统执行器故障诊断方法, 该方法将执行器故障模型表示为刻度因子和偏差的形式, 将全解耦奇偶方程与参数估计方法相

收稿日期: 2002-03-18; 修回日期: 2002-05-27。

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(60234010)。

作者简介: 宋华(1968—), 男, 江西星子人, 博士生, 从事故障诊断、测控技术等研究; 张洪钺(1936—), 男, 江苏苏州人, 教授, 博士生导师, 从事故障诊断、容错技术等研究。

结合,用于估计故障的模型参数。

本文研究线性系统多故障的诊断问题。这里的多故障具有两方面含义:可能同时发生多个故障;可能发生多种故障(传感器故障和执行器故障)。文献[6]给出一种基于奇偶方程和参数估计的故障诊断方法。本文对该方法及其存在的问题进行讨论,提出一种新的基于奇偶方程与参数估计相结合的多故障诊断方法。

2 现有的一种多故障诊断方法

考虑线性离散系统

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Fw(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) + Gw(k) \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(k) \in R^n$ 为系统状态, $u(k) \in R^p$ 为执行器输入, $y(k) \in R^q$ 为传感器输出, $w(k) \in R^r$ 为扰动输入; A, B, C, D, F, G 为具有相应维数的已知矩阵。由式(1)可得系统的时间冗余测量方程

$$Y(k) = H_0 x(k-s) + H_c U(k) + H_w W(k) \quad (2)$$

式(2)描述了系统无故障时传感器的输出。其中

$$\begin{aligned} Y(k) &= [y^T(k-s) \ \dots \ y^T(k)]^T \\ U(k) &= [u^T(k-s) \ \dots \ u^T(k)]^T \\ W(k) &= [w^T(k-s) \ \dots \ w^T(k)]^T \end{aligned}$$

式中 s 为数据窗。矩阵分别为

$$\begin{aligned} H_0 &= [C^T \ (CA)^T \ \dots \ (CA^s)^T]^T \\ H_c &= \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ CA^{s-1}B & CA^{s-2}B & \dots & CB & D \end{bmatrix} \\ H_w &= \begin{bmatrix} G & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CF & G & 0 & \dots & 0 \\ CAF & CF & G & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ CA^{s-1}F & CA^{s-2}F & \dots & CF & G \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2.1 故障模型

单个传感器 i 的故障模型可表示为^[7]

$$z_i(k) = \eta_i(k)y_i(k) + \lambda(k) \quad (3)$$

其中: $z_i(k)$ 为传感器 i 的实际输出, $y_i(k)$ 为传感器 i 的正常输出; 模型参数 $\eta_i(k)$ 称为刻度因子, $\lambda(k)$ 称为偏差。传感器正常时 $z_i(k) = 1, \lambda(k) = 0$ 。

相应地,执行器的故障模型可表示为

$$u_i(k) = m_i(k)u_{ic}(k) + \mu_i(k) \quad (4)$$

其中: $u_i(k)$ 为执行器 i 的实际输入, $u_{ic}(k)$ 为执行器

i 的正常输入, $m_i(k)$ 为刻度因子, $\mu_i(k)$ 为偏差。

由式(3)和(4)可将系统的传感器和执行器故障模型进一步描述为

$$\begin{aligned} z(k) &= [z_1(k) \ z_2(k) \ \dots \ z_q(k)]^T = \\ &\quad \eta(k)y(k) + \lambda(k) \\ u(k) &= [u_1(k) \ u_2(k) \ \dots \ u_m(k)]^T = \\ &\quad m(k)u_c(k) + \mu(k) \\ \eta(k) &= \text{diag}[\eta_1(k), \eta_2(k), \dots, \eta_q(k)] \\ m(k) &= \text{diag}[m_1(k), m_2(k), \dots, m_m(k)] \\ \lambda(k) &= [\lambda_1(k) \ \lambda_2(k) \ \dots \ \lambda_q(k)]^T \\ \mu(k) &= [\mu_1(k) \ \mu_2(k) \ \dots \ \mu_m(k)]^T \end{aligned}$$

从而可得

$$\begin{cases} Z(k) = N(k)Y(k) + \lambda(k) \\ U(k) = M(k)U_c(k) + R(k) \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} Z(k) &= [z^T(k-s) \ \dots \ z^T(k)]^T \\ U(k) &= [u^T(k-s) \ u^T(k) \ \dots \ u^T(k)]^T \\ N(k) &= \text{block diag}[\eta(k-s), \dots, \eta(k)] \\ M(k) &= \text{block diag}[m(k-s), \dots, m(k)] \\ \lambda(k) &= [\lambda^T(k-s) \ \dots \ \lambda^T(k)]^T \\ R(k) &= [\mu^T(k-s) \ \dots \ \mu^T(k)]^T \end{aligned}$$

2.2 奇偶方程

定义奇偶空间

$$V = \{v \mid v^T H_0 = 0\} \quad (6)$$

其中 v 称为奇偶向量。时刻 k 的奇偶方程定义为

$$r(k) = v^T [Z(k) - H_c U_c(k)] \quad (7)$$

其中: $r(k)$ 为残差, $Z(k)$ 为与 $Y(k)$ 对应的传感器的实际输出, $U_c(k) = [u_c^T(k-s) \ \dots \ u_c^T(k)]^T, u_c(k-s), \dots, u_c(k)$ 为执行器指令输入。

残差 $r(k)$ 在无扰动和无故障时为零。在系统无扰动输入的情况下,应用式(7)产生的残差可用来检测故障,但不能隔离故障。因为式中考虑了所有传感器输出和执行器输入,全部传感器和执行器的故障都反映在残差中。为消除扰动输入 $w(k)$ 对残差的影响,奇偶向量应满足下列条件

$$v^T H_w = 0 \quad (8)$$

综合式(6)和(8),奇偶向量需满足

$$v^T [H_0 \ H_w] = 0 \quad (9)$$

2.3 现有的一种诊断方法及其存在的问题

文献[6]给出一种基于奇偶方程的多故障诊断方法。先由传感器实际输出 $Z(k)$ 与执行器指令输入 $U_c(k)$ 产生残差式(7),再由传感器的理想输出 $Y(k)$ (无故障)与实际的执行器输入 $U(k)$ 产生残差

$$r(k) = v^T [Y(k) - H_c U(k)]$$

由上述二式之差可得

$$\Delta r(k) = v^T [(Z(k) - H_c U_c(k)) - (Y(k) - H_c U(k))] \quad (10)$$

代入故障模型(5),得

$$\Delta r(k) = v^T \{ [N(k)Y(k) + \lambda(k)] - H_c U_c(k) - [Y(k) - H_c(M(k)U_c(k) + R(k))] \}$$

上式可表示为

$$\Delta r(k) = \Phi(k) \theta(k) \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} \theta(k) &= [(1 - \eta^*(k))^T, \lambda^T(k), \\ &\quad (1 - m^*(k))^T, \mu^T(k)]^T \\ \eta^* &= [\eta_1(k), \dots, \eta_q(k)]^T \\ m^* &= [m_1(k), \dots, m_m(k)]^T \end{aligned}$$

为参数向量, $\Phi(k)$ 为回归矩阵。根据式(11),应用回归方法可估计参数向量 $\theta(k)$ 。

文献[6]的上述方法将所有的参数一起估计,不能进行并行计算,从而影响了诊断速度。更重要的是该方法存在以下两个问题:

1) 使用了实际的执行器输入 $U(k)$ 。 $U(k)$ 在工程中一般是未知的,即使在某些情况下可由传感器测量得到,考虑到传感器故障可能存在,也应将其归结为传感器的输出。

2) 上述方法不能保证故障时残差与状态和扰动输入的解耦。残差除了受故障的影响外,还与系统状态和扰动输入有关,因此残差不反映系统的故障情况。对此可以证明如下:

对于残差式(7),代入传感器故障模型,得

$$r(k) = v^T [N(k)Y(k) + \lambda(k)] - H_c U_c(k)$$

将式(2)代入,有

$$r(k) = v^T \{ [N(k)[H_{0x}(k-s) + H_c U(k) + H_w W(k)] + \lambda(k) \} - H_c U_c(k) \quad (12)$$

尽管奇偶向量满足式(9),但不能保证系统故障时有

$$v^T [N(k)H_{0x} - N(k)H_w] = 0$$

成立,所以残差 $r(k)$ 与状态及扰动输入有关。同理,可证明残差 $r(k)$ 与系统状态及扰动输入有关。

3 一种新的诊断方法

本文的诊断思路是:为了识别系统中传感器和执行器的故障模型参数,应用奇偶方程得到一系列残差,使每一个残差只对一个传感器故障和一个执行器故障敏感,由此可识别出故障模型的参数。由后面的推导可知,本文方法保证了残差与系统状态和

扰动输入无关,解决了文献[6]方法存在的问题2);同时,由于只使用传感器的实际输出和执行器的指令输入来产生残差,从而不存在文献[6]的问题1)。

3.1 残差的产生

考虑残差对一个传感器敏感,而对其他传感器解耦。由式(1)可得

$$Y_j(k) = H_{j0}x(k-s) + H_{jc}U(k) + H_{jw}W(k) \quad (13)$$

其中

$$Y_j(k) = [y_j(k-s) \dots y_j(k)]^T$$

矩阵分别为将 H_0, H_c, H_w 中的 C, D, G 用与传感器 j 对应的行向量 $C_j, D_j, G_j (j = 1, 2, \dots, q)$ 代替后形成。式(13)为传感器 j 无故障时的表达式。

k 时刻的残差可表示为

$$r_j(k) = v_j^T [Z_j(k) - H_{jc}U_c(k)] \quad (14)$$

其中: $Z_j(k)$ 为对应于 $Y_j(k)$ 的实际输出, v_j 须与状态和扰动输入解耦,即满足

$$v_j^T [H_{j0} \ H_{jw}] = 0 \quad (15)$$

式(14)的残差除与传感器 j 故障有关外,还与执行器输入有关。为使残差仅对第 i 个执行器输入敏感,而对其他执行器解耦,奇偶向量还需满足

$$v_j^T H_{j\alpha} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (16)$$

其中: v_{ji} 为对传感器 j 和执行器 i 敏感的奇偶向量, p 为动态系统的执行器个数,而

$$H_{j\alpha} = \begin{bmatrix} D_j^* & 0 & 0 & \dots & 0 \\ C_j B^* & D_j^* & 0 & \dots & 0 \\ C_j A B^* & C_j B^* & D_j^* & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ C_j A^{s-1} B^* & C_j A^{s-2} B^* & \dots & C_j B^* & D_j^* \end{bmatrix}$$

D_j^* 和 B_j^* 为从 D_j 和 B_j 中划去第 i 个元素,该元素对应于第 i 个执行器。例如,对第一个执行器有 $D_j^* = [d_2 \ d_3 \ \dots \ d_p]$, $B_j^* = [b_2 \ b_3 \ \dots \ b_p]$, 其中 d_i 和 $b_i (i = 1, 2, \dots, p)$ 为 D_j 和 B_j 中的元素。将传感器 j 和执行器 i 称为一个敏感对 j_i 。

综上所述,奇偶向量应满足下列条件

$$v_{ji}^T [H_{j0} \ H_{jw} \ H_{j\alpha}] = 0 \quad (17)$$

当奇偶方程(14)中的奇偶向量满足式(17)时,式(14)称为敏感对 j_i 的全解耦奇偶方程。由敏感对 j_i 的全解耦奇偶方程产生的残差记为 r_{ji} ,称为敏感对 j_i 的残差。它仅对传感器 j 和执行器 i 敏感,而与其他传感器和执行器无关。

假设矩阵 $[H_{j0} \ H_{jw} \ H_{j\alpha}]$ 中不相关的列向量为 n_w , 则式(17)有非零解的充要条件为

$$s > n_x - 1 \quad (18)$$

其中 s 为数据窗的宽度。

由式(1)及矩阵 H_{j0} , H_{jw} 和 H_{jci} 的定义知, 矩阵 H_{j0} , H_{jw} 和 H_{jci} 的维数分别为 $(s+1) \times n$, $(s+1) \times (s+1)r$ 和 $(s+1) \times (s+1)(p-1)$, 当且仅当矩阵 $[H_{j0} \ H_{jw} \ H_{jci}]$ 的行数大于不相关的列向量数量 n_x 时, 方程(17)有非零解。所以式(17)有解的充要条件为 $(s+1) > n_x$, 即 $s > n_x - 1$ 。式(18)可作为数据窗 s 选取和矩阵 H_0 , H_w 和 H_c 建立的依据。

3.2 故障模型参数估计

假设在数据窗内同一个传感器具有相同的故障状态, 则有

$$Z_j(k) = \eta_j(k) Y_j(k) + \lambda(k) E \quad (19)$$

其中 $E = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ 为 $s+1$ 维列向量。

将式(19)代入(14), 可得敏感对 j 的残差

$$r_{ji}(k) = v_{ji}^T [\eta_j(k) \{H_{j0}x(k-s) + H_{jc}U_c(k) + H_{jw}W(k)\} + \lambda_j(k)E - H_{jc}U_c(k)]$$

因为 $v_{ji}^T H_{j0}x(k-s) = 0$, $v_{ji}^T H_{jw}W(k) = 0$, 所以

$$r_{ji}(k) = v_{ji}^T [\eta_j(k) H_{jc}U_c(k) + \lambda_j(k)E - H_{jc}U_c(k)] \quad (20)$$

同样, 假设在数据窗内同一个执行器具有相同的故障状态。由式(17)有 $v_{ji}^T H_{jci} = 0$, 即残差 r_{ji} 只与执行器 i 有关, 其他执行器输入的改变对残差没有影响。因此可认为其他执行器具有与执行器 i 相同的刻度因子 $m_i(k)$ 和偏差 $\mu_i(k)$, 即有

$$U(k) = m_i U_c(k) + \mu_i E_u \quad (21)$$

其中 $E_u = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ 为 $(s+1)p$ 维列向量。

将式(21)代入(20), 有 $r_{ji}(k) = \phi_i(k) \theta_i(k)$ 。将模型误差等因素造成 r_{ji} 的不精确考虑为残差的噪声项, 则有

$$r_{ji}(k) = \phi_i(k) \theta_i(k) + n(k) \quad (22)$$

其中

$$\theta_i(k) = [(\eta_j m_i - 1), \eta_j \mu_i, \lambda_i]^T \quad (23)$$

$$\phi_i(k) = [v_{ji}^T H_{jc} U_c(k), v_{ji}^T H_{jc} E_u, v_{ji}^T E] \quad (24)$$

$\phi_i(k)$ 为回归向量, $\theta_i(k)$ 为参数向量, $n(k)$ 是均值为零协方差阵为 $R(k)$ 的白噪声, 代表测量噪声的影响。考虑参数向量的动态模型为随机游走过程

$$\theta_i(k+1) = \theta_i(k) + \epsilon(k) \quad (25)$$

其中 $\epsilon(k)$ 为独立高斯随机向量, 其均值为零, 协方差阵为假设已知的 $Q(k)$ 。则可由式(22)和(25), 用卡尔曼滤波方法来估计参数向量 $\theta_i(k)$ 。计算公式如下^[8]

$$\phi_i(k) P(k-1) \phi_i(k)^{-1}$$

$$\hat{\theta}_{ji}(k) = \hat{\theta}_{ji}(k-1) + K(k) [r_{ji}(k) - \phi_i(k) \hat{\theta}_{ji}(k-1)]$$

$$P(k) = P(k-1) + Q(k-1) - K(k) \phi_i(k) P(k-1) - K(k) \phi_i(k) Q(k-1)$$

其中 $K(k)$ 和 $P(k)$ 为增益阵和协方差阵。

若式(14)计算的残差为零, 则第 j 个传感器和第 i 个执行器无故障。由式(23)可知, 若第 j 个传感器(或第 i 个执行器)正常, 则由参数向量 $\hat{\theta}_{ji}(k)$ 可计算出第 i 个执行器(或第 j 个传感器)的故障模型参数。综合考虑式(14)和(23), 可估计出所有的传感器和执行器故障模型。

在实际系统中, 往往可能具有多种敏感对组合, 选择其中部分敏感对建立全解耦奇偶方程, 便可根据产生的残差估计出系统的所有传感器和执行器故障模型参数。因此, 应选择较易满足式(18)的敏感对建立全解耦奇偶方程。

4 实例仿真

以某飞机纵向运动模型^[9]为例进行仿真。当飞机质量为 9 000 kg, 飞行高度为 11 000 m, 马赫数为 0.9 时, 该飞机的纵向运动模型可表示为式(1)的形式。各系数矩阵分别为

$$A = \begin{bmatrix} -0.0166 & -0.0059 & 0 & -0.0368 \\ -0.1051 & -0.5864 & 1.0000 & 0 \\ -92.6773 & -82.6961 & -8.5848 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix}$$

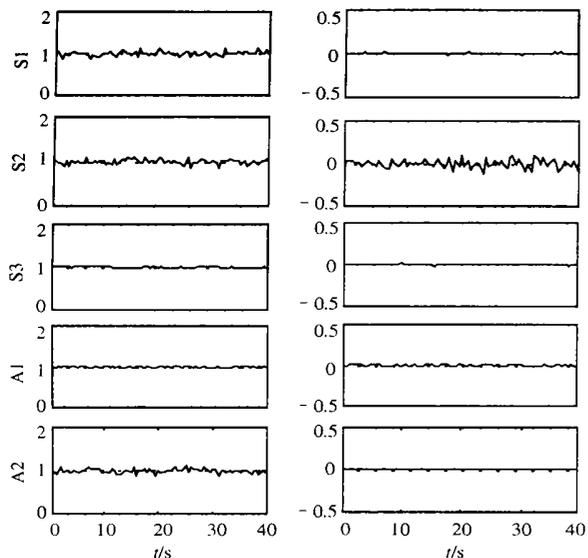
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0.0001 \\ -0.0902 & 0 \\ 104.9985 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.009 & 14.037 & 0 & 0 \\ 0.001 & 1.022 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0.00001 \\ 2.1596 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

模型中有三个传感器(S1, S2, S3)和两个执行器(A1, A2)。仿真的采样间隔为 0.5 s。



(a) 刻度因子 (b) 系统偏差

图 1 无故障时故障模型参数估计

通过建立一系列奇偶方程, 分别得到对 S1 和 A2, S2 和 A1, S3 和 A1, S3 和 A2 敏感的残差, 并估计出各模型的参数。系统无故障时故障模型参数的估计如图 1 所示, 多故障存在时故障模型的参数估计如图 2 所示。其中: 传感器 S1 具有刻度因子为 1.5, 偏差为 1 的故障; 传感器 S2 正常; 传感器 S3 具有刻度因子为 3, 偏差为 2 的故障; 执行器 A1 具有刻度因子为 0.5 的故障; 执行器 A2 正常。

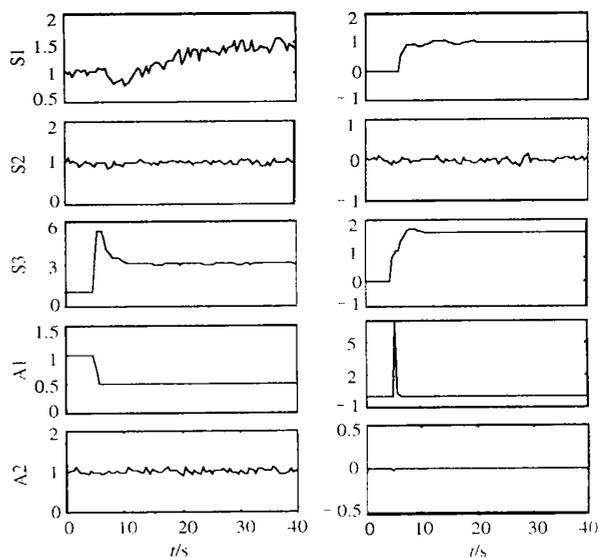
在卡尔曼滤波中, 给定测量方差 $R(k)$ 为 0.1^2 , 干扰噪声 $\epsilon(k)$ 的协方差矩阵 $Q(k)$ 为强度 0.01 的 3×3 对角矩阵。

5 结 论

仿真结果表明, 本文方法能有效解决传感器故障和执行器故障同时存在的线性控制系统的故障诊断问题, 可用于多个及多种故障同时存在的故障诊断。本文的奇偶方程产生的残差仅对特定的传感器和执行器敏感对故障敏感, 而对其他故障、状态和扰动输入解耦。应用残差序列能有效地估计多故障的模型参数, 解决了文献[6]方法所存在的问题。

参考文献(References):

[1] Chow E Y, Willsky A S. Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems [J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1984, 29(7): 603-614.
 [2] Lou X C, Willsky A S, Verghese G C. Optimally robust redundancy relations for failure detection in uncertain systems[J]. *A utomatica*, 1986, 22(3): 333-



(a) 刻度因子 (b) 系统偏差

图 2 多故障时故障模型参数估计

344.

[3] 金宏, 张洪钺, 金忠. 对特定传感器故障敏感的最优奇偶向量检测与隔离方法[J]. *航空学报*, 1997, 18(4): 385-387.
 (Jin H, Zhang H Y, Jin Z. Fault detection and isolation using optimal parity vector sensitive to special sensor fault[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 1997, 18(4): 385-387.)
 [4] 金宏, 张洪钺. 动态系统慢变型故障的检测与隔离[J]. *航天控制*, 2000, 18(72): 65-70.
 (Jin H, Zhang H Y. FDI of slow-grown faults of dynamic systems[J]. *Aerospace Control*, 2000, 18(72): 65-70.)
 [5] 宋华, 张洪钺. 基于全解耦奇偶方程的动态系统执行器故障检测与识别[J]. *航天控制*, 2002, 20(1): 65-70.
 (Song H, Zhang H Y. A fully-decouple parity equation approach to actuator fault detection and identification of dynamic systems[J]. *Aerospace Control*, 2002, 20(1): 65-70.)
 [6] Sai M Gopisetty, Robert F Stengel. Detecting and identifying multiple failures in a flight control system[A]. *AIAA GNC Conf*[C]. Boston, 1998. 1757-1765.
 [7] 闻新, 张洪钺, 周露. 控制系统的故障诊断和容错控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 1998.
 [8] Gelb A. *Applied Optimal Estimation* [M]. Massachusetts: The MIT Press, 1979.
 [9] 张明廉. 飞行控制系统[M]. 北京: 航空工业出版社, 1994.