

文章编号: 1001-0920(2003)04-0427-05

系统参数估计的混沌方法

童勤业¹, 陈琢², 李光¹

(1. 浙江大学 生物医学工程系, 浙江 杭州 310027; 2. 浙江大学 仪器科学与工程系, 浙江 杭州 310027)

摘要: 采用非线性方法, 它以不稳定、非平衡、无序、不确定和非一致为特征。阐述了混沌系统的实现, 介绍了参数估计的混沌方法。放弃了测量大量数据的做法, 而是比较两条运动轨道的弯曲状态来实现估计。最后给出了二阶系统和三阶系统的仿真结果。

关键词: 混沌; 符号动力学; 参数估计

中图分类号: TN911, O545 **文献标识码:** A

Parameter estimation of systems based on chaotic theory

TONG Qin-ye¹, CHEN Zhuo², LI Guang¹

(1. Department of Biomedical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2. Department of Instrument Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Being contrast to existing methods for parameter estimation with linear tools that emphasize the stability, equilibrium, order, certainty and homogeneous, a nonlinear point of view is proposed with characteristics of unstability, non-equilibrium, disorder, uncertainty and inhomogeneous. The realization of chaos systems is discussed. The chaos method of parameter estimation is introduced. The simulation results for two-dimensional and three-dimensional systems are given respectively.

Key words: Chaos; Symbolic dynamics; Parameter estimation

1 引言

目前的工程观点基本上是线性观点。线性观点强调的是稳定、平衡、有序、确定性和一致性。而生物系统则不然, 狗的嗅感受细胞大约 35~45 天就要更换一次, 这种不稳定的嗅觉系统能使狗闻到几公里以外的气味。生物系统是非线性系统, 它是以不稳定、非平衡、无序、不确定和非一致为特征的。

诺贝尔奖获得者普利高津在《确定性的终结》一书中指出: 我们已经处于科学史上一个重要的转折点, 已在加利略和牛顿所开创的道路上走到了尽头。他们为我们描绘了确定性图景, 我们却看到确定性的腐朽和物理新定理的诞生^[1]。按该书所说, 物理新

定理就是混沌和统计方法。

能否突破这一界限? 能否放弃现有的工程观点, 在不稳定、非平衡、无序、不确定和非一致条件下分析和研究参数估计? 人们对普利高津的观点还表示怀疑, 但是相信这样做一定会有所突破。文献[2, 3]在这方面作了尝试。

系统参数估计就是利用实验取得的样本数据 x_1, x_2, \dots, x_N , 来估计系统中某些待定参数 θ 。估计算法最基本的特性体现在偏差与方差上^[4], 根据这种拟合程度来衡量估计的正确性。所采用的方法有最小二乘法、均方根法、最大似然法等, 这些方法又派生出不少算法。这种估计方法需要测量大量的系统

收稿日期: 2002-03-19; 修回日期: 2002-05-27。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59975082, 30170267)。

作者简介: 童勤业(1939—), 男, 浙江慈溪人, 教授, 博士生导师, 从事非线性动力学、生命科学等研究; 陈琢(1964—), 男, 江苏常熟人, 副教授, 博士生, 从事非线性信息处理、信号检测技术等研究。

运动数值,而且估计精度与测量精度有直接关系,测量精度实际上限制了估计精度。能否跳出这一框架,寻找一种全新的方法呢?这就是本文所要讨论的问题。

2 混沌系统的实现

首先讨论如何使现有的系统(包括线性系统和非线性系统)处于混沌态。假设有一线性或非线性系统,加上一非线性环节(图 1 虚线部分)。整个闭环系统的动作过程如下:

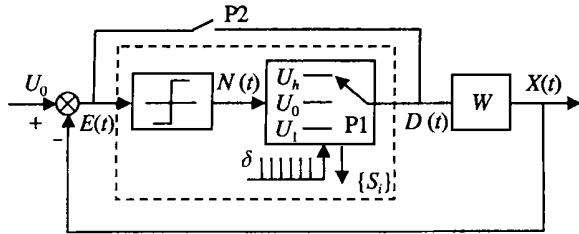


图 1 混沌系统的实现

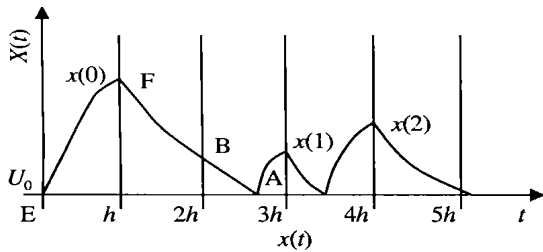


图 2 $X(t)$ 运动轨迹

- 1) 当开关 $P2$ 接通, $P1$ 处于空位 U_0 时, 系统稳定后 $X(t) = U_0$;
- 2) 当周期为 h 的脉冲串 δ 到来时, 开关 $P1$ 与 $U_h (> 0)$ 接通, $P2$ 断开, 这相当于 $D(t)$ 产生一个正阶跃, 使 $X(t)$ 开始上升(图 2 E-F 线段);
- 3) 当下一脉冲到来时, 开关 $P1$ 由 U_h 转向 U_1 , 此时相当于在上述初始条件下加上一个负阶跃, 使 $X(t)$ 由 F 点下降到 A 点;
- 4) 当 $X(t)$ 尚未降到 U_0 时(图 2 B 点), 虽有一新脉冲到来, 但开关 $P1$ 仍保持与电平 U_1 接通;
- 5) 当 $X(t) = U_0$ 时(图 2 A 点), $E(t)$ 由负变正, $N(t)$ 由 -1 变为 $+1$, 开关 $P1$ 转向 $U_h (> 0)$, 使 $D(t)$ 产生一个正阶跃, $X(t)$ 开始上升(图 2 A- $X(1)$ 线段);
- 6) 当下一个脉冲 δ 到来时(图 2 $X(1)$ 点), 开关 $P1$ 再次与 $U_1 (< 0)$ 接通, 下一个(下降-上升)循环重新开始。

如此反复, 使系统 $X(t)$ 按图 2 所示轨迹运动。

对于控制系统而言, 当初始条件一定, 系统参数一定, 输入为一固定的阶跃信号时, 系统的运动轨

迹也就一定, 这也是目前系统辨识方法中常用的必要条件。如果同一条轨道在相同条件下有多个参数组与之对应, 那么系统辨识方法就会失灵。

现在讨论图 2。当初值一定, 参数一定时, 根据上述讨论, 轨道 E-F 也就一定。只要脉冲周期 $h < t_p$ (t_p 为控制理论中的峰值时间, 即 $X(t)$ 第 1 次达到最高峰的时间), 就能保证 E-F 轨道的单调性。这样逐段讨论, 可以肯定它们是唯一确定的。也就是说当系统参数和初值一定时, 整个轨道都是确定的。

那么, 这条轨道是否为混沌轨道呢? 在本文的实验条件下, 轨道的峰值是有限值, 它不会趋向无穷大, 只要控制脉冲 δ 的周期 h (见图 2) 以及正负阶跃信号 $D(t)$ 的幅度大小(见图 1), 就能使系统轨道最大峰值保持在系统允许值以内。从零出发(图 2 E 点)的轨道到达下一次脉冲到来的点(图 2 F 点)应是轨道的最高点, 由 F 点下降到 A 点的时间应大于 h , 小于 $2h$ 。通过对轨道峰值点映射关系的分析, 结合 Lyapunov 指数的计算, 可以判定系统的混沌状态。

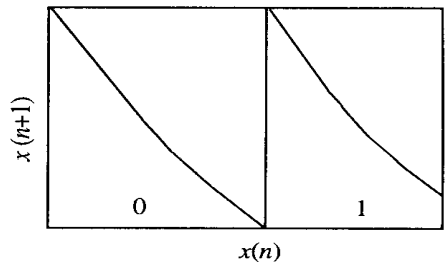


图 3 轨道点的迭代关系

轨道点的迭代关系可用图 3 来表示。在轨道的上升和下降都是线性的情况下, 很容易证明, 当图 3 中的两条映射曲线都是直线且斜率在 $-2 \sim -1.5$ 范围内时, 该映射是混沌的^[5]。对于非线性映射, 只要映射曲线没有太大的变化, 这一混沌映射关系仍然存在, 只是轨道的分布没有前者均匀。当然, 严格的判定还需计算其 Lyapunov 指数, 只有当最大 Lyapunov 指数 LE_1 大于零时, 该系统才是混沌态。对于不能准确给出方程的系统, 可结合时间序列分析方法进行求解。计算方法如下: 首先给定一初值 x_0 及其邻近点 x_0 , 对它们进行 n 次迭代(n 取 $5 \sim 10$), 得到各自轨道上的另一点 x_1 和 x_1 , 并计算轨道的分离速度

$$\lambda = \frac{1}{n} \ln \left| \frac{x_1 - x_1}{x_0 - x_0} \right| \quad (1)$$

然后以 x_1 为初值, 找一邻点进行同样的计算。经过多次计算后取其平均值, 就是该系统的最大 Lyapunov 指数 LE_1 。根据 LE_1 是否大于零, 便可判断该系统是否为混沌态。

3 参数估计方法

把所有可能变化的参数组集合构成一参数空间 T , T 中每一元 t_i (T 代表一组参数)。当初始条件一定时, 确定的 t_i 可得到确定的序列 $x(0), x(1), \dots, x(n), \dots$, 称为轨道。所有不同的 t_i 会产生许多轨道。把所有的轨道构成一个空间, 称为轨道空间 O 。 O 中每一元 O_i 代表一条轨道 $x(0), x(1), \dots, x(n), \dots$ 。 O 与 T 是一一对应的。

参见图 2, 按照从轨道点 $x(n)$ 到 $x(n+1)$ 所经过的脉冲周期数来分析 $x(n)$, 可有两种情况: 经历一个周期的 $x(n)$ 赋予 0, 经过两个周期的 $x(n)$ 赋予 1。在所有轨道空间中, 每一条轨道 O_i 都有一符号序列 $\{S_j\} = S_0, S_1, \dots, S_n$ 与之对应。把所有的 $\{S_j\}$ 构成一符号空间 S , $\{S_j\}$ 是 S 空间中一个元, 它代表一串符号序列。 S, O, T 三者是一一对应的。值得注意的是, 根据 $N(t), \delta$ 和开关 P1 的状态便可确定 $x(n)$ 所处的区域, 也就得出 $\{S_j\}$, 而不需要再测量轨道点的具体数值。这样得到的符号序列, 与先测出轨道点 $x(n)$, 再利用映射图 3 确定的符号序列是相同的^[5]。这样, 便在参数和轨道之间建立起一一对应关系^[6]。

假定由真实系统实验得出一轨道 $x(0), x(1), \dots, x(n), \dots$, 对应的符号序列为 $\{S_j\}$, 这里先不考虑干扰和测量误差。然后任选一组参数向量 t_i , 可得出另一轨道 $x(0), x(1), \dots, x(n), \dots$, 符号序列为 $\{S_j\}$ 。注意, 这里的初值是相同的, 例如都为零初始条件。现在逐个比较两序列的符号, 当 $S_0 = S_0$ 时, 表明 S_0 与 S_0 不在同一参数区域内, 即选择的参数 t_i 与实际参数不符; 当 $S_0 = S_0$ 时, 表明设定参数较前面更接近真实值。在有限参数空间 H_0 中, S_0 和 S_0 可分为两部分, 一部分是 $S_0 = S_0$, 另一部分是 $S_0 \neq S_0$ 。本文取前者, 并令其为 H_1 。当第 1 位符号相同后, 再来检查第 2 位符号。如果第 2 位符号 $S_1 = S_1$, 表明经过一次映射后, $x(1)$ 与 $x(1)$ 落在不同的区域内。于是调整参数 t_i , 但调整范围比较小。这样不断把符号拉长, 可得到

$$H_i \subset \dots \subset H_2 \subset H_1 \subset H_0 \quad (2)$$

只要序列足够长, H_i 便可任意小。可认为它最终趋于一点, 这就是所要求的估计参数。

来, 只需找到最后的那个很小的区域即可。如何搜索目标, 可借用现有的优化搜索方法, 以相同符号的个数为目标值来进行。最简单的方法是固定其他参数, 只改变一个参数, 然后逐个改变其他参数。假如有一组参数 $t_i = (t_{i0} t_{i1} t_{i2})$ 使得 $S_0 = S_0$, 则表明这组参数 t_i 已进入 H_1 区。要使 t_i 进入 H_2 区, 可以固定 t_i 中的 $(t_{i0} t_{i1})$, 只取一个参数 t_{i2} 进行变化(取其他参数也一样)。当 $t_{i2} = t_{i2}^1$ 时, 达到 $S_1 = S_1$, 则说明 $(t_{i0} t_{i1} t_{i2}^1)$ 已进入 H_2 区; 否则, 可改变 t_{i0} 或 t_{i1} 的值, 再进行上述过程, 直到找出一组参数使 $S_1 = S_1$ 。这样逐个符号搜索, 搜索范围会越来越小。

最后将所求符号序列与真实系统符号序列相同部分最长的作为优化目标。计算中发现, 这是一个多极值点的优化问题, 只有当参数位于最优点附近时才会收敛到最终目标。

4 实例仿真

首先以带有迟后环节的一阶非线性系统(2)为例^[7]进行计算仿真。设 $\alpha, \beta, \gamma, \tau$ 4 个参数中的 α 和 β 为需要估计的参数, 而 γ 和 τ 为固定的已知参数, 则有

$$\begin{aligned} X(t) + \alpha X^2(t) + \beta X(t) + \gamma = \\ KE(t - \tau) \end{aligned} \quad (3)$$

取 $h = 1.5$ s, 延迟时间 $\tau = 0.02$ s, $\gamma = 0.5$ 。确定一组参数 $\alpha = 0.1100$, $\beta = 0.5040$, τ 很小可以忽略不计。把这组参数代入系统, 按双精度进行运算, 得出符号序列

$$\{a\} = 00000111001111111111101111111$$

然后估计 α 和 β , 搜索 α 和 β 的过程就是求参数的过程。当符号序列长度取 30 位时, H_{30} 的范围为 $(\alpha, \beta) = (0.1099982 \sim 0.1100015, 0.5039994 \sim 0.5040009)$, 这就是系统的估计值。 α 的估计精度为 ± 0.00000015 , β 的估计精度为 ± 0.0000009 。

关于高阶系统, 本文对二阶和三阶非线性系统进行研究, 方程具有如下形式

$$\begin{aligned} \ddot{X} + a_2 \dot{X} + a_1 X + f(X) = \\ c_2 E + c_1 \dot{E} + c_0 E \end{aligned} \quad (4)$$

$$f(X) = b_1 X + b_2 X^2 + b_3 X^3 \quad (5)$$

控制参量如下: h 为脉冲周期(为保证轨道的单值性, h 必须小于 t_p , 一般取 $(1/3 \sim 2/3)t_p$), U_h 和 U_1 分别为正负阶跃信号幅值。这 3 个参量确定的原则首先应保证系统处于混沌状态。

(1) 二阶系统

系统参数分别为: $a_1 = 0.4$, $a_2 = 1$, $b_1 = 0.3$, b_2

$= -0.4, b_3 = 0.1, c_0 = 1, c_1 = 1, c_2 = 0$; 控制参数为: $h = 0.4, U_h = 3, U_1 = -1.3$ 。这时算得最大 Lyapunov 指数 $\lambda_1 = 0.421 > 0$, 说明系统处于混沌状态。在零初始条件下, 求得一串序列

$$\{S_j\} =$$

$$\{11000 01011 01001 11011 00101 00111 01001\}$$

这是真实系统的序列。现以 a_1 和 b_1 两个量作为被估计量进行估计。任给一组参数 a_1 和 b_1 , 可得一序列 $\{S_j\}$, 比较 $\{S_j\}$ 与 $\{S_j\}$, 如果二者相同, 则 $a_1 = a_1, b_1 = b_1$ 。两序列相同部分越长, 参数 a_1 和 b_1 越接近 a_1 和 b_1 。

在参数平面上 $a_1 = 0.4, b_1 = 0.3$, 周围边长为 0.1 的区域内, 参数变化时, 符号序列 $\{S_j\}$ 与 $\{S_j\}$ 相同部分长度的分布如图 4 所示。其中: 水平面上两个坐标是两个被估计量 a_1 和 b_1 ; 垂直坐标是当被估计参数变化时, 模拟系统所得序列与原系统所得序列之间相同符号的个数。从图中看出, 它有多峰, 说明图中 H_0, H_1, H_2 不一定是单连通的。这与非线性函数有关, 但是最高峰只有一个。

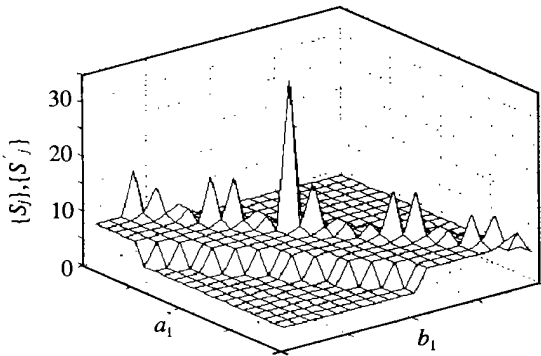


图 4 二阶系统仿真曲线

(2) 三阶系统

系统参数分别为: $a_1 = 0.4, a_2 = 0.51, b_1 = 0.4, b_2 = -0.0, b_3 = 0.802, c_0 = 1, c_1 = 1, c_2 = 1$, 被估计参数为 a_1 和 b_3 ; 控制参数为: $h = 0.7, U_h = 1.8, U_1 = -0.6$ 。最大 Lyapunov 指数 $\lambda_1 = 0.438 > 0$, 求得序列

$$\{S_j\} =$$

$$\{10111 00101 10001 10110 00111 10001 01100\}$$

实际上, 任意选择两个参数作为待估计参数, 都有类似的结果。

上述条件下的系统仿真曲线如图 5 所示。从图中看出, 极值点所在区域分布在一条线上, 而且固定其中一个参数, 只让一个参数变化, 则最优点两边分

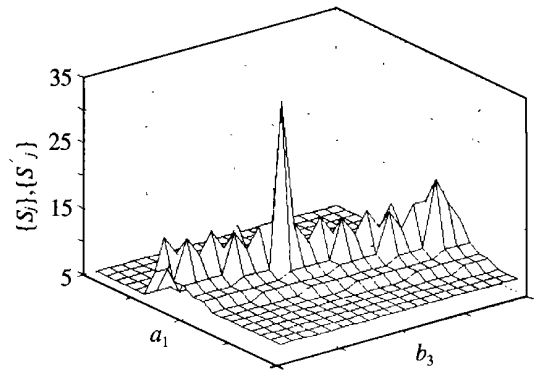


图 5 三阶系统仿真曲线

布是单调的。因此对单个参数进行估计, 不会出现多极值问题。计算过程中先固定一个参数, 对另一个参数按 0.618 法计算其最佳点, 在该点附近用单纯形法搜索峰值点。然后找到另外一个或几个峰值点, 从这几个峰值点得到峰值连线, 并在这条峰值线上以很小的间隔取点, 在每个点附近用单纯形法找峰点, 最高峰点所对应的参数就是所求的参数。

以上只是对二阶系统和三阶系统进行讨论。其实, 二阶以上系统对于阶跃信号响应与图 2 是相类似的, 因此本文方法对高阶系统也同样可行。这里只讨论两个参数的参数估计, 因为它在平面上容易讨论。对于 n 个参数的高阶系统, 可在 n 维空间中进行子空间分割搜索, 方法与二维平面搜索相同。

5 抗干扰性分析及该方法的局限性

参数估计方法的估计精度主要表现在试验的精度上。该方法只取符号序列, 从图 2 可以看出, 当 x_i 由于受干扰而发生变化时, 只要不跨越临界点, 它的符号就不会改变, 但它会影响后面的波形, 并引起后面的符号变化。当下一周期也受干扰时, 同样会使轨道偏离。这两种干扰有可能相互抵消, 从而使轨道回到原来的轨道上。如果第 2 周期没有达到相互抵消的目的, 则还有第 3, 第 4, ..., 第 i 周期, 这些噪声虽然不能完全抵消, 但可能相互减弱。因此从总体上讲, 该方法可以削弱噪声。

本文参数估计方法的应用还有一定的局限性。虽然方程 (4) 最高阶导数 n 可以是任意的, 非线性函数也可以是任意的, 但方程右边激励的最高阶导数 m 必须满足 $n - m \geq 1$ 。由非线性相平面的有关文献可知^[9~11], 只有这样才能使图 2 中 F 点处轨道对时间的导数产生间断, 使轨道能在 F 点处向下转折。如果 $n - m > 1$, 则轨道对时间的一阶导数是连续的, 轨道过 F 点是否向下运动, 取决于 F 点以前的轨道。关于 $n - m > 1$ 的问题还有待于进一步研究, 将另

文讨论。

6 结 语

本文采用非线性的混沌方法,其特点是不稳定、非平衡、无序、不确定和非一致,这与线性观点截然相反。现有方法是靠一小段动态过程的轨道值进行辨识,具有很大的局限性,而本文方法是使系统失稳后成为混沌态。本文利用长轨道的曲折形状进行辨识,通过分析两符号序列的异同来表示两轨道弯曲状况。这就避免了大量的测量,并可使每一周期期间的干扰产生相互抵消作用,从而大大提高了估计精度。不考虑系统实验误差,只要有足够长的符号序列,便可达到任意所需的估计精度。

参考文献(References):

- [1] 普利高津 I. 湛敏译. 确定性的终结[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 1999.
- [2] 童勤业, 严筱刚, 钱鸣奇. 混沌测量的一种改进方案[J]. 仪器仪表学报, 2000, 21(1): 22-27.
(Tong Q Y, Yan X G, Qian M Q. A new method of chaotic measurement[J]. *Chinese J of Scientific Instrument*, 2000, 21(1): 22-27.)
- [3] 陈素琴, 袁瑞跃, 童勤业. 多数制式混沌 A/D 变换器[J]. 计量学报, 2000, 21(1): 12-16.

(Chen S Q, Yuan R Y, Tong Q Y. Study on the multi-number system chaotic A/D conversion[J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2000, 21(1): 12-16.)

- [4] 张贤达. 现代信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 1994.
- [5] Hao Bailin. *Elementary Symbolic Dynamics and Chaos in Dissipative System* [M]. Singapore: World Scientific Press, 1989.
- [6] 关肇直, 张恭庆, 冯德兴. 线性泛函分析[M]. 上海: 上海科技出版社, 1979.
- [7] 邹伯明. 自动控制理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 1999.
- [8] Pawlak M, Hasiewicz Z. Nonlinear system identification by the Haar multiresolution analysis[J]. *IEEE Trans Circuits and Systems*, 1998, 45(9): 945-961.
- [9] Bai E W, Ye Y. Constrained logarithmic least squares in parameter estimation[J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1999, 44(1): 182-186.
- [10] Bai E W, Qiu L, Tempo R. Unfalsified weighted least squares estimates in set-membership identification[J]. *IEEE Trans Circuits and Systems*, 1998, 45(1): 41-49.
- [11] Potapov A. Characteristic scales of reconstruction distortions[J]. *Int J Bifurcation and Chaos*, 1998, 18(4): 835-841.

(上接第 426 页)

参考文献(References):

- [1] Christiansson A K, Lennartson B, Toivonen H. Continuous-discrete and sampled-data H_∞ control - A unified framework[A]. *Proc 39th IEEE Conf on Decision and Control*[C]. Sydney, 2000. 2: 1936-1941.
- [2] Qiu Li, Chen Tongwen. Multirate sampled-data systems: All H_∞ suboptimal controllers and the minimum entropy controller[J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1999, 44(3): 537-550.
- [3] Chen Tongwen. On stability robustness of a dual-rate control system[J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1994, 39(1): 164-167.

- [4] 毕贞福, 董锡军. 采样控制系统的高精度仿真[J]. 计算机仿真, 1998, 19(1): 58-60.
(Bi Zhenfu, Dong Xijun. High precision simulation of sampled-data system[J]. *Computer Simulation*, 1998, 19(1): 58-60.)
- [5] Francis B A, Georgiou T T. Stability theory for linear time-invariant plants with periodic digital controllers[J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1988, 33(9): 820-832.
- [6] Chen T W, Qiu L. H_∞ design of general multirate sampled-data control systems[J]. *Automatica*, 1994, 30(7): 1139-1152.