第18卷 第5期 控 制 与 决 策 2003年9月
Vol 18 No. 5 Control and Decision Sept. 2003

文章编号: 1001-0920(2003)05-0559-04

商业广告排版问题研究

王成尧, 赵东岩, 肖建国
(北京大学 计算机研究所, 北京 100871)

摘 要: 研究对象是报纸的商业广告排版问题。将部分或全部待排商业广告指派到广告区域中, 目标是广告之间不相互叠压地填满整个广告区域。首先根据问题的特点建立数学模型; 然后运用两级分支定界算法对模型进行求解。仿真实验结果表明, 该算法能快速地找到解, 适合于实际应用。

关键词: 商业广告; 布局问题; 分支定界算法; 左下点
中图分类号: TP183 **文献标识码**: A

Study on the layout problem of business advertisements

WANG Cheng-yao, ZHAO Dong-yan, XIAO Jian-guo
(Institute of Computer Science & Technology, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: The layout problem of business advertisements on newspapers is studied. The problem is characterized by that neither spare space nor overlap is allowed in a rectangle space for business advertisements in a newspaper. A model is established and solved by the two levels branch and band algorithm. A simulation result shows that the two levels branch and band algorithm provides better performance and is applicable in practice.

Key words: Business advertisement; Layout problem; Branch and Band algorithms; Left down point

1 引 言

报纸利润的重要来源是广告收入。报纸广告主要分为两大类: 商业广告和分类广告。本文研究的是商业广告的排版问题, 报纸通过画版软件, 画定一个一定面积的长方形广告区域, 从一个已知的、待排的商业广告集合中, 抽取全部或部分商业广告进行排版。要求广告之间不能相互叠压, 目标是将指定的广告区域填满。

商业广告具有如下特点: 商业广告都是规则的长方形, 其长度、宽度和面积都可用整数记录, 而且类别一般是有限的; 不同的报纸可定义自己的商业广告大小、形状和价格, 一次定义会持续使用一段时间, 一般不会时时改变。商业广告是文字或图片的载体, 具有一定的方向性, 不允许旋转排版。

问题可归纳为, 存在一个已知有方向性的长方形区域和一个由待指派的、有方向性的长方形集合, 将集合中的长方形指派到该已知的区域中, 应满足如下约束: 1) 指派的长方形与区域的方向性一致; 2) 指派的长方形之间不能叠压; 3) 指派的长方形不允许超出区域范围。目标是从待指派的长方形集合中, 寻找部分或全部长方形将整个区域填满。问题属于正交布局, 是一类NP问题。关于布局问题的描述和求解可参阅文献[1～5]。

本文针对上述问题建立了数学模型, 阐述了两级分支定界算法的具体步骤, 并给出了针对实际问题的仿真计算结果。

2 相关研究

为了更加清晰地描述问题, 首先建立问题的数

收稿日期: 2002-06-25; 修回日期: 2002-10-16。
作者简介: 王成尧(1969—), 男, 黑龙江鸡东人, 博士后, 从事智能化算法、供应链管理等研究; 肖建国(1957—), 男, 北京人, 教授, 博士生导师, 从事电子出版系统研究。

学模型。本文所提到的长方形都是对版面或广告形状的描述, 都具有方向性。

定义 1 长方形的长表示一个广告或版面的纵向长度, 宽表示一个广告或版面的横向长度。

通过这样的定义, 便在商业广告的长和宽与版面的长和宽之间建立了一种对应关系, 在指派时, 只要保证满足这种对应关系, 便保证了排版的方向性约束。

定义 2 左下点含义为需要排版的广告在广告区域中的左下点。

根据广告和区域的方向性, 如果一个广告在区域中的左下点确定后, 广告所对应的版面位置也就确定了。

该问题的数学描述为: 存在一个指定的长方形区域 E, 该区域的长、宽和面积分别记为 E_a, E_b 和 E_s。存在集合 M, 由一系列集合 $M_i (i = 1, 2, \cdots, m)$ 构成, M_i 中的元素具有相同的长、宽和面积, 分别记为 M_{ia}, M_{ib} 和 M_{is}, 集合 M_i 中的元素个数记为 $M_i(s)$。目标是寻找方案 ω, 包含 $n\left(n \leq \sum_{i=1}^{m} M_i(s)\right)$ 个 M 中的元素, 并且在长方形区域 E 中, 存在 n 个左下点 $(x_j, y_j), j = 1, 2, \cdots, n$, 满足如下约束

Find $\omega(n, M)$

s. t.

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{M_i(s)} \omega_{jk} M_{is} = E_s \tag{1}$$

$$x_j + \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{M_i(s)} \omega_{jk} M_{ia} \leq E_a, \quad j = 1, 2, \cdots, n \tag{2}$$

$$y_j + \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{M_i(s)} \omega_{jk} M_{ib} \leq E_b, \quad j = 1, 2, \cdots, n \tag{3}$$

$$\left(x_j + \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{M_i(s)} \omega_{jk} M_{ia} - x_l\right)\left(x_l + \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{M_i(s)} \omega_{lk} M_{ia} - x_j\right) \geq 0 \tag{4}$$

$$\left(y_j + \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{M_i(s)} \omega_{jk} M_{ib} - y_l\right)\left(y_l + \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{M_i(s)} \omega_{lk} M_{ib} - y_j\right) \geq 0 \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \omega_{jk} = 1, \quad j = 1, 2, \cdots, M_i(s) \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{M_i(s)} \omega_{jk} \leq 1, \quad j = 1, 2, \cdots, n \tag{7}$$

$$\sum_{k=1}^{M_i(s)}\sum_{j=1}^{n} \omega_{jk} \leq M_i(s), \quad i = 1, 2, \cdots, m \tag{8}$$

$$\omega_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{点 } j \text{ 为集合 } M_i \text{ 中元素 } k \text{ 的左下点} \\ 0, & \text{其 他} \end{cases} \tag{9}$$

$$x_j \leq 0, \quad y_j \leq 0, \quad j = 1, 2, \cdots, n \tag{10}$$

其中: 约束(1) 是面积约束, 选择的长方形面积一定等于区域面积, 对应于广告区域一定排满约束; 约束(2), (3) 和(10) 是关于任意左下点的约束, 必须在区域中, 并且链入的长方形也必须在区域中; 约束(4) 和(5) 是关于任意两个左下点且链入长方形不叠压的约束; 约束(6) 说明任意一个左下点只能链入一个长方形; 约束(7) 是任意一个长方形最多只能链入一次; 约束(8) 是集合 M_i 的数量约束; 约束(9) 为 0～ 1 变量。

根据上述描述, 可将问题的求解分为两步:

Step 1: 在集合中寻找满足面积相等约束的长方形组合的解;

Step 2: 寻找组合解中是否存在满足点约束的解。

下面根据这个思路设计两级分支定界算法。

3 两级分支定界算法

分支定界算法是一种隐枚举算法。分支定界算法的关键问题是如何建立搜索树, 以及如何根据问题建立好的截支条件。本文建立了自然码的搜索树, 根据问题的特性建立了两级分支定界算法。首先根据问题的面积约束, 建立关于所有合适面积的可能组合; 然后对每一个组合, 遍历其所有的排列。

3.1 面积约束的所有组合算法

商业广告排版问题如果存在最优解, 该解一定满足约束(1)。设计分支定界算法, 遍历所有满足约束条件(1) 的待选广告组合。由于问题的目标是填满整个广告区域, 对于相同类型的广告是无差别的, 在遍历所有可能组合时, 对于相同类型的广告只有数量的区分, 而不区分个体广告的不同。面积组合算法如下:

1) 将符合条件 $E_a \geq M_{ia}$ & $E_b \geq M_{ib} (i = 1, 2, \cdots, m)$ 待排广告集合 M_i, 按面积 M_{is} 由大到小排列, 相同面积按宽度 M_{ib} 由大到小排列。不失一般性, 假设得到的顺序是 $M_i, i = 1, 2, \cdots, k, k \leq m$。

2) 初始化变量当前区域面积 $S_{q,0} = E_s$, 记录各层剩余待排广告的面积和为

$$S_{d,j} = \sum_{i=1}^{k-j} M_i(s) M_{is}, \quad j = 0, 1, \cdots, k-1 \tag{11}$$

3) 对于每层 i, 计算其最大可取元素个数 $S_{q,i-1}/M_{is}$, 取整记为 N_i, $S_{q,i}=S_{q,i-1}-NM_{is}$。如果 $S_{q,i}=0$, 则输出一个组合解, 截支回溯本层。如果 $S_{q,i}>0$, $i<k$, $S_{q,i}\leq S_{d,i}$, 则继续下层搜索, 否则截支回溯上一层; 如果是回溯该层, 则 $N_i=N_i-1$; 如果 $N_i=-1$ 或 $S_{q,i}=S_{q,i-1}-NM_{is}>S_{d,i}$, 则截支回溯上一层, 否则继续下层搜索。

4) 终止条件: 当回溯 $i=0$ 时遍历完成。

3.2　组合解的排列分支定界算法

对一个符合面积相等条件的组合解 ω, 该组合解的元素个数记为 $\omega(s)$, 在集合 M_i 的元素选取个数记为 $\omega(s)$, $\omega(s)=\sum_{i=1}^{m}\omega(s)$。对组合解中的元素与一个自然数集合 $L=\{1,2,\cdots,\omega(s)\}$ 建立一一映射。对于自然数集合的一个排列, 在广告区域中, 按左下角方式进行解码将对应唯一解。如果这个解的元素存在相互之间的叠压或超出广告区域, 则认为是一个非可行解; 如果正好填满广告区域, 则是一个可行解(最优解), 即所要寻求的方案。例如: 存在一个广告区域 E, 有 4 个待排广告 a, b, c 和 d, 对应的自然码为 1, 2, 3 和 4。如得到一个排列为 4, 3, 2 和 1, 对应的解如图 1 所示。

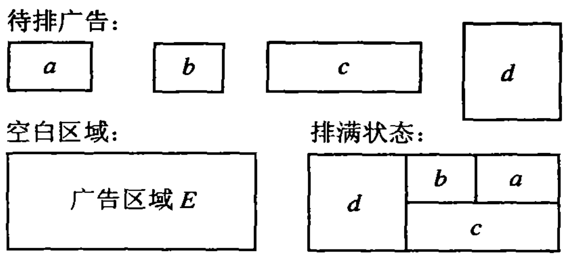

图 1　排列 4, 3, 2, 1 对应的解

显然, 对于一个组合解, 如果存在可行解, 则其任意一个可行解通过左下角的方式进行编码, 都将对应于自然数集合的一个排列。所以通过遍历对应的自然数集合的所有排列, 可以搜索一个组合解中是否存在可行解。

遍历一个组合解的计算规模。由于组合解中存在相同元素, 在认为 $0!=1$ 的前提下, 所有不同排列的个数

$$N=\frac{\omega(s)!}{\prod_{i=1}^{m}(\omega(s)!)}\tag{12}$$

排列问题分支定界算法也采用深度优先的方式搜索, 截支条件是链入下一个节点为非可行解时, 截支回溯。同时为避免相同类型节点在同一个层次的重复搜索, 应检查各个非可行解记录。在同一个层次链入新节点时, 检查节点类型是否已在记录集中, 若在, 则不链入该节点, 搜索其他节点。

由于是遍历算法, 当遍历问题规模增大时, 搜索时间呈指数增长, 为此设定了时间终止条件。终止条件: 完成所有搜索, 或找到一个排满的可行解, 或搜索时间大于某个预定时间。

3.3　两级分支定界算法的总体架构

为提高算法整体效率, 在排列分支定界算法之前, 添加一个等长或等宽的优先指派规则。根据长方形的特性, 如果在一个可行解中, 存在与待排区域相同长或宽的长方形, 则一定可平移到待排区域的一侧, 如图 1 中的广告 d 可平移到区域的右端。

等长宽优先指派规则: 对一个组合解进行等长和宽的检查(宽度优先), 如果存在等长宽的广告, 则排版于区域的左下侧, 修改待排区域的长或宽; 如果出现待排区域的长或宽小于待排广告的长或宽, 则该组合解为非可行解; 否则, 直到没有与待排区域相等长或宽的广告为止。对剩余的广告和待排区域, 运用排列分支定界算法。

使用该规则, 在部分情况下可以减少排列分支定界算法遍历的节点个数, 甚至不用调用排列分支定界算法就可以判断组合解是否存在可行解, 从而提高了算法的整体性能。

两级分支定界算法构架如下:

Step 1: 初始化, 读入符合条件的待排广告;

Step 2: 调用组合解分支定界算法, 判断时间, 如果时间大于 20 min, 则终止, 输出超时; 如果找到一个组合解, 则进入 Step 3, 否则终止, 输出无解;

Step 3: 调用优先规则, 如果找到等长或宽的广告, 则优先指派; 否则转 Step 5;

Step 4: 检查优先指派的可行性, 如果可行, 则修改待排区域的长或宽, 从组合解中删除已经指派的广告, 转 Step 3; 如果不可行, 则转 Step 2;

Step 5: 如果组合解的个数为零, 则终止, 输出指派方案; 否则继续;

Step 6: 调用排列分支定界算法, 对排列分支定界算法设定时间终止条件 3 min, 记录排列超时, 如果有解, 则终止, 输出指派方案; 否则转 Step 2。

4　仿真实验

为测试算法的性能, 本文根据某报纸的版面计算方式(跨全版记为: 版面长度为 12, 宽度为 17) 及其商业广告的类型(见表 1) 进行仿真测试。

仿真问题产生方法如下:

表 1 某报纸的商业广告类型

名称	宽度	长度	名称	宽度	长度
2 * 16	2	4	8 * 48	8	12
3 * 8	3	2	8 * 24	8	6
1 * 8	1	2	8 * 16	8	4
8 * 4	8	1	4 * 12	4	3
4 * 4	4	1	2 * 8	2	2
8 * 12	8	3	2 * 4	2	1
4 * 16	4	4	8 * 8	8	2
4 * 8	4	2	4 * 24	4	1
4 * 48	1	12	17 * 16	17	4
2 * 48	2	12	17 * 24	17	6
3 * 48	3	12	17 * 48	17	12

测试 6 种类型版面: 1/4 版(版面长度为 6, 宽度为 4), 1/2 横版(版面长度为 6, 宽度为 8), 1/2 竖版(版面长度为 12, 宽度为 4), 全版(版面长度为 12, 宽度为 8), 跨半版(版面长度为 6, 宽度为 17), 跨全版(版面长度为 12, 宽度为 17)。

对每个类型的版面随机产生一定数量、符合条件的待排广告。符合条件是指生成的广告一定可以排在对应的版面内, 即广告的长度和宽度都小于等于版面的长度和宽度; 一定数量是指当随机产生的待排广告面积之和大于等于版面面积乘以负荷系数时, 终止随机生成广告。选择的随机负荷系数 $\sigma=(1.2, 1.5, 2)$, 共 3 种状态, 每种状态相对于每个类型的版面都生成 100 个测试问题。仿真结果如表 2 所示。

平均广告数量是 100 个问题生成的待排广告数量的平均值; 最大广告数量是指在 100 个问题中, 问题含有最大待排广告数量; 平均组合解数量是 100 个测试问题的所有组合解的平均数; 最大组合解的个数是指 100 个问题中, 问题含有的最大组合解数; 最大排列数是指所有组合解, 含有最大待排广告数。以上这些指标可以衡量问题的规模。

找到解次数记录找到排满广告方案次数; 算法超时次数记录时间中断超过 20 min 的问题次数。显然时间中断的问题表明没有找到排满解, 出现算法超时说明没有遍历所有的组合解。

排列超时次数记录没有找到解, 在搜索中至少出现过一次排列算法中断, 而且不是算法超时的问题次数。出现排列超时说明遍历了所有组合解, 但对于部分组合解没有完全遍历排列。

最优解次数是指通过完全搜索或找到解的问题次数, 等于 100 减去算法超时次数和排列超时次数。

由仿真结果可以看出, 算法具有很好的特性, 只在个别情况下出现时间超时, 基本适合实际应用。

表 2 仿真结果

画版版名	负荷系数	平均广告数量	最大广告数量	平均组合解数	最大组合解数	最大排列数	找到解次数	算法超时次数	排列超时次数	最优次数
1/4 版	1.2	4.02	8	1.55	7	7	74	0	0	100
	1.5	4.79	9	2.43	15	7	88	0	0	100
	2	6.1	13	5.04	54	8	98	0	0	100
1/2 横版	1.2	4.89	10	1.75	12	9	63	0	0	100
	1.5	5.91	11	3.75	47	9	81	0	0	100
	2	7.68	13	9.45	118	10	93	0	0	100
1/2 竖版	1.2	4.91	12	1.9	47	10	63	0	0	100
	1.5	5.67	12	2.35	47	10	82	0	0	100
	2	7.15	13	4.53	48	10	73	0	0	100
全版	1.2	5.93	11	2.74	19	10	62	0	0	100
	1.5	7.26	14	7.13	79	11	76	0	0	100
	2	9.37	17	35.71	834	13	71	0	0	100
跨半版	1.2	6.56	16	2.39	33	12	31	0	0	100
	1.5	8.27	16	12.57	429	13	43	1	0	99
	2	10.38	20	56.65	1 805	14	56	0	0	100
跨全版	1.2	8.21	16	9.33	195	13	40	0	0	100
	1.5	9.96	18	40.8	505	16	53	1	1	98
	2	13.08	25	375.7	9 698	17	74	0	0	100

(下转第 567 页)

软件包中的广义特征值凸优化方法, 可得系统(24)对任何满足 $0 \leq \tau \leq 0.3615$ 的 τ 仍是可镇定的。而文献[5]只对满足 $0 \leq \tau \leq 0.2472$ 的 τ, 系统(24) 是仍可镇定的; 文献[7] 中的结果为系统(24) 仅对满足 $0 \leq \tau \leq 0.0338$ 的 τ 是仍可镇定的。

因而, 对此例而言, 本文所得结果与文献[5, 7]的结果相比, 具有较小的保守性。取控制(23), 其中: $q_1 = 2, q_2 = 2, \beta = 6, K = [0.3434 \quad 4.4480]$, 得到的仿真结果如图 1 所示。

5　结　　语

本文利用两种不同的方法, 研究了同时含有状态和输入时滞的变结构控制问题, 给出了存在滑动流形或滑动面的充分条件, 该条件以LMI形式表示。基于LMI的解和不等式方法, 得到了控制律设计方法。与以往文献中已有的结果相比, 本文方法简单易行, 且有较小的保守性。

参考文献(References):

[1] Hung J Y, Gao W B, Hung J C. Variable structure control: A survey[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 1993, 40(1): 2-22.

[2] Shyu Kuokai, Yan Junjuh. Robust stability of uncertain time-delay systems and its stabilization by variable structure control[J]. *Int J Control*, 1993, 57(1): 237-246.

[3] Roh Younghoon, Oh Junho. Sliding mode control with uncertainty adaptation for uncertain input-delay systems [J]. *Int J Control*, 2000, 73(13): 1255-1260.

[4] 岳东, 刘永清. 时滞系统变结构控制的新方法[J]. 控制与决策, 1994, 9(4): 311-314.
(Yue D, Liu Y Q. New design method of variable structure control of delay systems[J], *Control and Decision*, 1994, 9(4): 311-314.)

[5] Gouaisbant G, Perruquetti W, Richard J P. A sliding mode control for linear systems with input and state delays[A]. *In Proc of the 38th Conf on Decision and Control*[C]. Arizona, 1999. 4234-4239.

[6] Joon Hwa Lee, Sang Woo Kim, Wook Hyun Kwon. Memoryless H_∞ controllers for state delayed systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(1): 159-162.

[7] Gopalsamy K. Stability and oscillations in delay differential equations of population dynamics[A]. *Mathematics and Applications*[C]. Kluwer Academic Publishers, 1992.

[8] Boyd S, El Ghaou L, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in systems and control theory[A]. *Studies in Applied Mathematics*[C]. Philadelphia: SIAM, 1994.

(上接第 562 页)

5　结　　论

本文研究了商业广告排版问题, 建立了描述该问题的数学模型, 设计了两级分支定界算法来寻求问题的最优解。仿真测试结果表明, 该算法是可行的, 基本能满足实际应用的要求。由于采用的是寻求最优解的分支定界算法, 当版面增大以及广告的数量和类型增大时, 将出现无法在有效计算时间得到最优解的问题, 仍需要采用时间终止条件, 保证算法的可行性。进一步研究可考虑运用智能化算法与分支定界算法相结合的搜索策略。

参考文献(References):

[1] Ligget R S. Automated facilities layout: Past, present, and future[J]. *Automation in Construction*, 2000, 9(1): 197-215.

[2] Medjdoub B, Yannou B. Dynamic space ordering at topological level in space planning[J]. *Artificial Intelligent in Engineering*, 2001, 15(1): 47-60.

[3] Tam K. Simulated annealing algorithm for allocating space to manufacturing cells[J]. *Int J of Production Research*, 1991, 30(1): 63-87.

[4] 唐飞, 藤弘飞. 一种改进的遗传算法及其在布局优化中的应用[J]. 软件学报, 1999, 10(10): 1096-1102.
(Tang F, Teng H F. A modified genetic algorithm and its application to layout optimization[J]. *J of Software*, 1999, 10(10): 1096-1102.)

[5] 王金敏, 喻宏波, 陈东洋, 等. 布局模装系统的研究[J]. 工程图学学报, 2000, 1(1): 47-54.
(Wang J M, Yu H B, Chen D Y, et al. Research on packing simulation systems[J]. *J of Engineering Graphics*, 2000, 1(1): 47-54.)