第18卷 第5期 控 制 与 决 策 2003年9月
Vol. 18 No. 5 Control and Decision Sept. 2003

文章编号: 1001-0920(2003)05-0600-04

一类不确定离散时间系统的鲁棒故障诊断滤波器优化设计方法

钟麦英[1], DING Steven X[2], 汤兵勇[3], 黄小原[4]

(1. 山东大学 控制科学与工程学院, 山东 济南 250061; 2. Gerhard-Mercator-Universität Duisburg, Germany; 3. 东华大学 工商管理学院, 上海 200051; 4. 东北大学 工商管理学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘 要: 研究线性不确定离散时间系统的鲁棒故障诊断滤波器设计问题。基于新提出的性能指标函数, 将不确定离散时间系统的故障诊断滤波器设计问题归结为 H_∞ 优化问题, 并通过选择适当的后滤波器和观测器增益矩阵, 得到未知输入和模型不确定性鲁棒性的最优解。

关键词: 不确定性; 离散时间系统; 鲁棒性; 故障诊断滤波器; 共轭内矩阵

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Optimization approach to robust FDF design for uncertain discrete-time systems

ZHONG Mai-ying[1], DING Steven X[2], TANG Bing-yong[3], HUANG Xiao-yuan[4]

(1. School of Control Sciences and Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China; 2. Gerhard-Mercator-Universität Duisburg, Germany; 3. School of Business and Management, Donghua University, Shanghai 200051, China; 4. School of Business and Management, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: The problem of robust fault detection filter design for uncertain discrete-time linear systems with both modelling errors and l_2 norm bounded unknown input is studied. By introducing a new optimization performance index, the design of observer-based robust fault detection filter is formulated as an H_∞ optimization problem, which is solved by suitably selecting stable post-filter and observer gain matrix. This method maximizes the sensitivity of residual to fault and guarantees the robustness to model uncertainty as well unknown input.

Key words: Uncertainty; Discrete-time system; Robustness; Fault detection filter; Co-inner matrix

1 引 言

近20年来, 基于模型的故障诊断和分离(FDI)在理论研究和实际应用中都取得了很大进展[1,2]。采用不同的残差估计方法或不同类型的性能指标, 得到了多种不同的故障诊断滤波器(FDF)的设计方法[3~6], 但这些方法大都是针对不存在模型不确定性的系统。在最近的研究中, 虽然基于 H_∞ 滤波的思想已被用于解决模型不确定系统的FDF设计问题[5,7], 但仍存在一些待解决的难题, 如参考残差模型的设计问题。特别是实际工程应用中最常见的不确定离散时间系统FDF的设计, 有效的方法还有待于进一步研究。

收稿日期: 2002-05-20; **修回日期**: 2002-07-21。

基金项目: 山东省自然科学基金资助项目(Y2002G05)。

作者简介: 钟麦英(1965—), 女, 山东博兴人, 教授, 博士, 从事鲁棒控制理论及其应用、故障诊断与容错控制等研究; 汤兵勇(1951—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事经济控制论、电子商务与供应链管理的研究。

本文在文献[3, 4]关于标称连续时间系统 FDF 优化设计方法的研究基础上, 给出一种新的鲁棒 FDF 设计性能指标, 研究一类具有模型不确定性和范数有界未知输入影响的不确定离散时间系统的鲁棒 FDF 优化设计问题, 给出问题的可解条件及其解析解的求解方法。

2　问题形成

对于不确定离散时间被控系统

$$\begin{cases} x(k+1) = \\ (A+\Delta A)x(k) + (B+\Delta B)u(k) + \\ B_d d(k) + B_f f(k) \\ y(k) = \\ Cx(k) + Du(k) + D_d d(k) + D_f f(k) \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x\in R^n$, $u\in R^p$, $y\in R^q$ 分别为状态向量、控制输入和测量输出; $f\in R^l$ 为诊断和分离的故障信号向量; $d\in R^m$ 为不确定性未知输入信号, 且不失一般性设 d 为 l_2 范数有界信号; $A, B, C, D, B_f, B_d, D_f$ 和 D_d 为适当维数的已知矩阵或向量; 模型不确定性 $\Delta A, \Delta B$ 由

$$[\Delta A\quad \Delta B] = E\Sigma(k)[F_1\quad F_2]$$

描述, 且分别定义 Ω_1, Ω_2 为满足 $\Sigma^T(k)\Sigma(k)\le I$ 的 $\Delta A, \Delta B$ 的集合, 并假设:

1) (A, B) 可控, (A, C) 可检测;

2) $\begin{bmatrix} A-e^{j\theta}I & B_d \\ C & D_d \end{bmatrix}$ 行满秩, $\forall\theta\in[0,\infty)$。

考虑基于状态观测器的 FDF

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + \\ \qquad H(y(k) - \hat{y}(k)) \\ \hat{y}(k) = C\hat{x}(k) + Du(k) \\ \epsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) \\ r(k) = R(z)\epsilon(k) \end{cases} \tag{2}$$

其中: $\hat{x}, \hat{y}, r$ 分别表示状态估计、输出估计和残差信号。观测器增益矩阵 H 和稳定的后滤波器 $R(z)$ 是要设计的 FDF 参数。令 $e(k) = x(k) - \hat{x}(k)$, 则有

$$\begin{cases} e(k+1) = \\ (A-HC)e(k) + \Delta Ax(k) + \Delta Bu(k) + \\ (B_f - HD_f)f(k) + (B_d - HD_d)d(k) \\ \epsilon(k) = Ce(k) + D_f f(k) + D_d d(k) \\ r(k) = R(z)\epsilon(k) \end{cases} \tag{3}$$

所谓鲁棒 FDF (RFDF) 设计是指通过选择适当的 $R(z)$ 和 H 使残差产生系统(3) 渐近稳定, 并且残差信号能够有效抑制未知输入、控制输入和模型不确定性的影响, 同时对于故障又具有较高的灵敏度。首先引入如下定义

$$\hat{d} = [d^T\quad d_2^T\quad d_u^T]^T,\quad \hat{f} = [f^T\quad f_2^T]^T$$
$$\hat{B}_d = [B_d\quad E_1\quad E_2],\quad \hat{D}_d = [D_d\quad 0\quad 0]$$
$$\hat{B}_f = [B_f\quad E_1],\quad \hat{D}_f = [D_f\quad 0]$$
$$T_{\epsilon\hat{f}}(z) = C(zI - A + HC)^{-1}(\hat{B}_f - H\hat{D}_f) + \hat{D}_f$$
$$T_{\epsilon\hat{d}}(z) = C(zI - A + HC)^{-1}(\hat{B}_d - H\hat{D}_d) + \hat{D}_d$$
$$T_{r\hat{f}}(z) = R(z)T_{\epsilon\hat{f}}(z),\quad T_{r\hat{d}} = R(z)T_{\epsilon\hat{d}}(z)$$
$$d_2(k) = \Sigma(k)F_1x_d(k),\quad f_2(k) = \Sigma(k)F_1x_f(k)$$
$$d_u(k) = \Sigma(k)F_2u(k)$$
$$T_{rf}(z,\Delta):\ r_f(z) = T_{rf}(z,\Delta)f(z)$$
$$\|T_{rf}(z,\Delta)\|_\infty =: \sup_{\Delta A\in\Omega_1}\frac{\sum_{k=0}^{\infty} r_f^T(k)r_f(k)}{\sum_{k=0}^{\infty} f^T(k)f(k)}$$

其中 x_d, x_f 分别表示无故障和 $d=0$ 情况下的系统状态。由式(3) 可得

$$\begin{aligned} r(z) &= R(z)[T_{\epsilon\hat{f}}(z)\hat{f}(z) + T_{\epsilon\hat{d}}(z)\hat{d}(z)] = \\ &T_{r\hat{f}}(z)\hat{f}(z) + T_{r\hat{d}}(z)\hat{d}(z) = \\ &T_{rf}(z,\Delta)f(z) + T_{r\hat{d}}(z)\hat{d}(z) \end{aligned}$$

注意到, 因为 d_2 与 f 无关, 所以 $\hat{d}$ 不受 f 影响, 并可用于表示广义的未知输入。从而可应用 $\|T_{r\hat{d}}(z)\|_\infty$ 表示残差对未知输入的鲁棒性能指标, 进一步将 RFDF 设计问题描述为求 $R(z)$ 和 H, 使残差产生系统(3) 渐近稳定, 并满足

$$\min_{H,R(z)} J = \min_{H,R(z)} \frac{\|T_{r\hat{d}}(z)\|_\infty}{\|T_{rf}(z,\Delta)\|_\infty} \tag{4}$$

3　主要结论

3.1　故障诊断滤波器的设计

文献[3, 4]基于传递函数矩阵内外分解的概念给出了一种连续时间系统的 FDF 的最优化设计方法, 但是该设计方法不能适用于具有模型不确定性的情况。下面首先介绍离散时间系统共轭内阵的概念, 并在此基础上, 研究不确定离散时间系统的 FDF 最优化设计问题, 给出问题的解析解。

引理 1　给定稳定的离散时间系统 $G(z)$, 其最小状态空间实现为 (A, B, C, D), $X\ge 0$ 是 Riccati 方程

$$AXA^T + BB^T - X = \mathbf{0}$$

的半正定解, 则 $G(z)$ 是共轭内阵的充要条件是

$$AXC^T + BD^T = \mathbf{0}$$
$$CXC^T + DD^T = I$$

证明参见文献[8]中有关连续时间系统共轭内阵的判定, 过程略。

引理 2　给定

$$\hat{M}_1(z) = V_1 - V_1C(zI - A + H_1C)H_1$$

$$\hat{M}_2(z) = V_2 - V_2C(zI - A + H_2C)H_2$$

其中 $A - H_1C$ 和 $A - H_2C$ 稳定且 V_1 和 V_2 是可逆矩阵。那么一定存在稳定的 $Q(z)$ 使

$$Q(z)\hat{M}_1(z) = \hat{M}_2(z)$$

成立,且

$$Q(z) = V_2(I + C(zI - A + H_2C)^{-1}(H_1 - H_2))V_1^{-1}$$

证明参见文献[3,4]关于连续时间系统的情况。

在 $\Delta A = 0, \Delta B = 0$ 的情况下,定理 1 给出了一种 FDF 最优设计问题的求解方法。

定理 1 给定离散时间系统(1),如果 $\Delta A = 0$, $\Delta B = 0$ 且假设条件 1), 2) 成立,则存在如下的稳定后滤波器和状态观测器增益矩阵

$$H = (B_dD_d^T + AXC^T)Q^{-1}$$

$$R(z) = Q^{-1/2}$$

$$Q = CXC^T + D_dD_d^T$$

使 $(R(z), H)$ 为最优化问题

$$\min_{H,R(z)} J = \min_{H,R(z)} \frac{\|T_{rd}(z)\|_\infty}{\|T_{rf}(z)\|_\infty} \tag{5}$$

的解且 $T_{rd}(z)$ 是共轭内矩阵。其中 $X \geq 0$ 是 Riccati 方程

$$AXA^T - (B_dD_d^T + AXC^T)(CXC^T + D_dD_d^T)^{-1}(D_dB_d^T + CXA^T) + B_dB_d^T - X = 0$$

的解,$T_{rd}(z)$ 和 $T_{rf}(z)$ 分别为 f 和 d 到 r 的传递函数。

证明参见文献[3,4]关于连续时间系统 FDF 最优设计方法的证明,过程略。

下面重点研究具有模型不确定性的离散时间系统 RFDF 设计,即定理 2。

定理 2 给定不确定离散时间系统(1),如果假设条件 1), 2) 成立,则存在如下的稳定后滤波器和状态观测器增益矩阵

$$\hat{H} = (\hat{B}_d\hat{D}_d^T + A\hat{X}C^T)\hat{Q}^{-1}$$

$$\hat{R}(z) = \hat{Q}^{-1/2}$$

$$\hat{Q} = C\hat{X}C^T + \hat{D}_d\hat{D}_d^T$$

使 $(\hat{R}(z), \hat{H})$ 为最优化问题(4)的解,且 $T_{r\hat{d}}(z)$ 是共轭内矩阵,其中 $\hat{X} \geq 0$ 是 Riccati 方程

$$A\hat{X}A^T - (\hat{B}_d\hat{D}_d^T + A\hat{X}C^T)(C\hat{X}C^T + \hat{D}_d\hat{D}_d^T)^{-1}(\hat{D}_d\hat{B}_d^T + C\hat{X}A^T) + \hat{B}_d\hat{B}_d^T - \hat{X} = 0$$

的解。

证明 由定理 1 可知 $(\hat{R}(z), \hat{H})$ 是最优化问题

$$\min_{H,R(z)} \hat{J} = \min_{H,R(z)} \frac{\|T_{r\hat{d}}(z)\|_\infty}{\|T_{r\hat{f}}(z)\|_\infty}$$

的解且 $T_{r\hat{d}}(z)$ 是共轭内矩阵。对于任意满足 $A - HC$ 稳定的观测器矩阵 H,引入

$$T^{*}_{\epsilon\hat{f}}(z) = C(zI - A + \hat{H}C)^{-1}(\hat{B}_f - \hat{H}\hat{D}_f) + \hat{D}_f$$

$$T^{*}_{\epsilon\hat{d}}(z) = C(zI - A + \hat{H}C)^{-1}(\hat{B}_d - \hat{H}\hat{D}_d) + \hat{D}_d$$

$$T^{*}_{\epsilon f}(z) = T^{*}_{\epsilon\hat{f}}(z)\hat{f}(z)$$

$$M^{*}_{\epsilon}(z) = I - C(zI - A + \hat{H}C)^{-1}(\hat{B}_d - \hat{H}\hat{D}_d)$$

$$M_{\epsilon}(z) = I - C(zI - A + HC)^{-1}(\hat{B}_d - H\hat{D}_d)$$

$$T_{y\hat{d}}(z) = C(zI - A)^{-1}\hat{B}_d + \hat{D}_d$$

$$T_{y\hat{f}}(z) = C(zI - A)^{-1}\hat{B}_{\hat{f}} + \hat{D}_{\hat{f}}$$

则类似于有关连续时间系统传递函数矩阵左、右互质分解的定义[8]可得

$$[M^{*}_{\epsilon}(z)]^{-1}T^{*}_{\epsilon\hat{d}}(z) = [M_{\epsilon}(z)]^{-1}T_{\epsilon\hat{d}}(z) = T_{y\hat{d}}(z)$$

进一步,由引理 2 可知存在 $\Gamma(z)$ 满足

$$\Gamma(z) = I + C(zI - A + HC)^{-1}(\hat{H} - H)\hat{Q}^{1/2}$$

$$\Gamma(z)\hat{R}(z)M^{*}_{\epsilon}(z) = M_{\epsilon}(z)$$

从而

$$T_{\epsilon\hat{d}}(z) = M_{\epsilon}(z)T_{y\hat{d}}(z) = \Gamma(z)\hat{R}(s)T^{*}_{\epsilon\hat{d}}(z)$$

同理可得

$$T_{\epsilon\hat{f}}(z) = \Gamma(z)\hat{R}(z)T^{*}_{\epsilon\hat{f}}(z)$$

另外

$$\|R(z)\Gamma(z)\hat{R}(z)T^{*}_{rf}(z,\Delta)\|_\infty \leq \|R(z)\Gamma(z)\|_\infty\|\hat{R}(z)T^{*}_{rf}(z,\Delta)\|_\infty$$

所以

$$\frac{\|T_{r\hat{d}}(z)\|_\infty}{\|T_{rf}(z,\Delta)\|_\infty} = \frac{\|R(z)\Gamma(z)\hat{R}(z)T^{*}_{r\hat{d}}(z)\|_\infty}{\|R(z)\Gamma(z)\hat{R}(z)T^{*}_{rf}(z,\Delta)\|_\infty} \geq \frac{\|R(z)\Gamma(z)\|_\infty}{\|R(z)\Gamma(z)\|_\infty\|\hat{R}(z)T^{*}_{rf}(z,\Delta)\|_\infty} = \frac{1}{\|\hat{R}(z)T^{*}_{rf}(z,\Delta)\|_\infty}$$

因此,$(\hat{R}(z), \hat{H})$ 是最优化问题(4)的解。

3.2 自适应阈值的确定

对于产生的残差系统(3),在无故障发生的情况下可得 $r(k) = r_d(k) + r_u(k)$,其中

$$r_d(k) = r(k)\Big|_{\substack{f=0\\u=0}}, \quad r_u(k) = r(k)\Big|_{\substack{d=0\\f=0}}$$

$$\sup_{f=0}\|r\|_{2,N} \leq \Big[\sup_{f=0,d=0}\|r\|^2_{2,N} + \sup_{f=0,u=0}\|r\|^2_{2,N}\Big]^{1/2} = \Big[\sup_{\Delta A\in\Omega_1,\Delta B\in\Omega_2}\|r_u\|^2_{2,N} + \sup_{\Delta A\in\Omega_1}\|r_d\|^2_{2,N}\Big]^{1/2}$$

所以,残差评价函数和阈值可分别由

$$\|r\|_{2,N} = \Big[\sum_{k=k_0}^{k_0+N} r(k)^T r(k)\Big]^{1/2}, \quad J_{th} = \sup_{f=0}\|r\|_{2,N}$$

确定, 并且

$$J_{th} = \left[\sup_{\Delta A \in \Omega_1, \Delta B \in \Omega_2} \| r_u \|_{2,N}^2 + \sup_{\Delta A \in \Omega_1} \| r_d \|_{2,N}^2\right]^{1/2} = \left[J_{th,u}^2 + J_{th,d}^2\right]^{1/2}$$

特别是当 $d \in l_2$, $J_{th,d}$ 可近似取为常数, 而 $J_{th,u}$ 与 u 有关并且是在线已知的。因此 u 的变化使阈值也随之改变。从该意义上讲, 又称其为自适应阈值。从而有

$$\| r \|_{2,N} > J_{th} \Rightarrow \text{故障报警}$$
$$\| r \|_{2,N} \leq J_{th} \Rightarrow \text{无故障}$$

4 结　语

本文研究了受模型不确定性和范数有界未知输入影响的不确定离散时间系统的鲁棒 FDF 设计问题。通过引入新的性能指标函数, 可将基于观测器的 FDF 设计问题归结为 H_∞ 优化问题, 进而可通过选择适当的稳定后滤波器和观测器增益矩阵求得问题的解。本文的主要特点在于通过求解一矩阵 Riccati 方程, 可求得最大化对于故障信号的灵敏度, 同时又确保对于模型不确定性和未知输入鲁棒性的残差产生系统, 即最小化给定性能指标函数的最优解。另外, 通过进一步选取适当的自适应阈值, 可有效降低故障发生的误报率和漏报率。

参考文献(References):

[1] Chen J, Patton R J. *Robust Model-based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998.

[2] Frank P M, Ding S X, Koppen-Seliger B. Current developments in the theory of FDI[A]. *Proc SAFEPROCESS'2000*[C]. Budapest, 2000. 16-27.

[3] Ding S X, Ding E L, Jeinsch T. A new optimization approach to the design of fault detection filters [A]. *Proc SAFEPROCESS'2000*[C]. Budapest, 2000. 250-255.

[4] Ding S X, Frank P M, Ding E L, et al. A unified approach to the optimization of fault detection systems [J]. *Int J of Adaptive Control and Signal Processing*, 2000, 14(7): 725-745.

[5] Nobrega E G, Abdalla M O, Grigoriadis K M. LMI-based filter design for fault detection and isolation[A]. *Proc of 39th CDC*[C]. Sydney, 2000. 4329-4334.

[6] Patton R J, Hou M. On sensitivity of robust fault detection observers[A]. *Proc of 14th World Congress IFAC*[C]. Beijing, 1999. 67-72.

[7] Zhong M Y, Ding S X, Tang B Y, et al. An LMI approach to robust fault detection filter design for discrete-time systems with model uncertainty [A]. *Proc of 2001 IEEE CDC Conference*[C]. Orlando, 2001. 3613-3618.

[8] Zhou K, Doyle J C. *Essentials of Robust Control*[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1998. 200-250.

(上接第 599 页)

参考文献(References):

[1] Bode H W. *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*[M]. Princeton: Van Nostrand, 1945.

[2] Iglesias P A. Tradeoffs in linear time-varying systems: An analogue of Bode's sensitivity integral[J]. *Automatic*, 2001, 37(10): 1541-1550.

[3] Sung H K, Hara S. Properties of complementary sensitivity function in SISO digital control systems[J]. *Int J of Control*, 1989, 50(9): 1283-1295.

[4] Wu B F, Jonckhecre E A. A simplified approach to Bode's theorem for continuous-time and discrete-time systems[J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1992, 37(11): 1797-1802.

[5] Ashby W R. *An Introduction to Cybernetics*[M]. London: Chapman & Hall Ltd, 1956.

[6] 章辉, 孙优贤. 随机自适应控制的信息论方法[J]. 控制与决策, 1995, 10(6): 519-524. (Zhang H, Sun Y X. An information theoretic approach to stochastic adaptive control[J]. *Control and Decision*, 1995, 10(6): 519-524.)

[7] Stoorvogel A A, Schuppen J H Van. System identification with information theoretic criteria[A]. *Identification, Adaptation, Learning*[C]. Berlin: Springer, 1996. 289-338.

[8] Wang H. Minimum entropy control of non-Gaussian dynamic stochastic systems[J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 2002, 47(2): 398-403.

[9] Ihara S. *Information Theory for Continuous Systems*[M]. Singapore: World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 1993.

[10] Åström K J, Wittenmark B. *Computer-controlled Systems: Theory and Design*[M]. 3rd ED. Prince Hall, 1997.