第 18 卷 第 5 期 控 制 与 决 策 2003 年 9 月
Vol. 18 No. 5 *Control and Decision* Sept. 2003

文章编号: 1001-0920(2003) 05-0611-04

控制系统的一种直接盲辨识方法

王 勇, 刘文江, 孙连明
(西安交通大学 自动控制系, 陕西 西安 710049)

摘 要: 提出一种在时域中直接盲辨识系统传递函数的方法。首先利用过采样方法,将 SISO 系统转换为具有相同零极点的 SIMO 系统进行处理;然后通过对新的 SIMO 模型先估计分子参数、后估计分母参数的方法,即可获得原 SISO 模型的参数估计。该方法也可用于辨识非最小相位系统。

关键词: 盲辨识; 过采样; 最小相位系统
中图分类号: TP13 文献标识码: A

Direct blind identification for control system

WANG Yong, LIU Wen-jiang, SUN Lian-ming
(Department of Automatic Control, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A direct blind identification method for transfer function model in time domain is presented. By sampling the output signal in a multi-rate, a SISO system is transformed into a SIMO system which has common poles. The parameter estimate of the original SISO model is obtained by first estimating the numerator of the new SIMO model transfer function and then the common denominator. The method can be used to identify a transfer function model of non-minimum phase system.

Key words: Blind identification; Over-sampling; Minimum phase systems

1 引 言

随着对系统辨识问题研究的深入,出现了很多新的方法, Godard 提出基于梯度法的 Bussgang 算法[1], Mendel 提出基于高阶统计矩的方法[2]。20 世纪 90 年代初, Garder 提出利用调制信号的循环平稳特性,可以通过二阶统计理论对通讯信道的幅值和相位进行恢复,其实现方法是过采样技术,即在输入信号的一个采样周期内,系统的输出被采样若干次,这样得到的采样输出信号不但具有循环平稳特性,而且包含了系统的相位信息,从而补偿了系统输入信号未知的缺陷。过采样技术具有运算量适中,算法收敛性好,可辨识非最小相位系统等优点。本文提出的一种盲辨识技术辨识系统传递函数的方法,是通过过采样系统的输出,得到一个新的多输出系统,利用该系统对原系统进行辨识。由于过采样信号中包含了系统的相位信息,使得该方法可被用来辨识非最小相位系统。

2 问题的提出

运用盲辨识技术对控制系统传递函数进行辨识不同于普通用来辨识有限冲击响应系统(FIR)的方法[3~5]。系统的输入信号和系统模型未知,输出信号被噪声污染,这些都给辨识带来了困难。为得到更多未知系统的信息,这里采用输出过采样方法,该系统可描述为

收稿日期: 2002-06-08; 修回日期: 2002-08-14。
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69974029)。
作者简介: 王勇(1970—),男,陕西杨凌人,博士生,从事控制理论与应用、多传感器信息融合的研究; 刘文江(1935—),男,福建福州人,教授,博士生导师,从事过程控制、信息融合的研究。

$$
\begin{cases}
z(k+1) + \sum_{i=1}^{n} a_i z(k-i+1) = \\
\sum_{i=1}^{n} b_i u(k-i+1) \\
y(k) = z(k) + v(k)
\end{cases} \tag{1}
$$

其中: n 为模型的阶数, v 为独立于 $u(k)$ 的观测噪声。在过采样方法中, 输入信号应满足

$$
\begin{aligned}
& u(pm+j) = s(m) \\
& j = 1, 2, \cdots, p, \quad pm + j = k
\end{aligned} \tag{2}
$$

其中: $p = T/\Delta > 1$ 为系统过采样率, T 为输入信号采样间隔, Δ 为输出信号过采样间隔。

本文通过过采样被噪声污染的系统输出信号来辨识控制系统传递函数。

3 过采样输入输出模型的描述

过采样单输入单输出模型被认为是由相同输入信号激励的单输入多输出(SIMO) 模型。对于传递函数模型, 所获得的 SIMO 模型的传递函数与原系统传递函数具有相同的分母多项式。

该结论可以说明如下: 将式(1) 转换成状态空间表示方式, 可得到能观标准形

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{A}x(k) + \boldsymbol{b}u(k) \\
y(k) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(k) + v(k)
\end{cases} \tag{3}
$$

并且对于 $k = pm + j, j = 1, 2, \cdots, p$, 有

$$
\boldsymbol{x}(pm+j+1) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(pm+j) + \boldsymbol{b}s(m) \tag{4}
$$

通过式 (4), 可得

$$
\begin{aligned}
& \boldsymbol{x}(pm+j+1) = \\
& \boldsymbol{A}^p \boldsymbol{x}(pm-p+j+1) + \\
& \sum_{i=0}^{j-1} \boldsymbol{A}^i \boldsymbol{b}s(m) + \sum_{i=j}^{p-1} \boldsymbol{A}^i \boldsymbol{b}s(m-1)
\end{aligned} \tag{5}
$$

令

$$
\begin{aligned}
& Q(z^{-1}) = \det(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}^p z^{-1}) = \\
& 1 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \cdots + q_n z^{-n}
\end{aligned}
$$

$$
\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} q_{n-1} & \cdots & q_1 & 1 \\ \vdots & .\cdot^{\cdot} & 1 & 0 \\ q_1 & 1 & .\cdot^{\cdot} & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{c} \\ \boldsymbol{c}\boldsymbol{A}^p \\ \vdots \\ \boldsymbol{c}\boldsymbol{A}^{(n-1)p} \end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} -q_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -q_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 1 \\ -q_n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{T} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{W}
$$

这样, 可得到 $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{A}^p\boldsymbol{T}^{-1}$, 定义如下向量

$$
\begin{aligned}
& \boldsymbol{x}_j(m) = \boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{x}(pm-p+j+1) \\
& \boldsymbol{r}(m) = [r_1(m), r_2(m), \cdots, r_p(m)]^{\mathrm{T}} \\
& \boldsymbol{v}(m) = [v_1(m), v_2(m), \cdots, v_p(m)]^{\mathrm{T}} \\
& r_j(m) = y(pm-p+j+1) \\
& v_j(m) = v(pm-p+j+1)
\end{aligned}
$$

则式(5) 可重写为

$$
\begin{aligned}
& \boldsymbol{x}_j(m+1) = \\
& \boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}_j(m) + \sum_{i=0}^{j-1} \boldsymbol{T}\boldsymbol{A}^i \boldsymbol{b}s(m) + \sum_{i=j}^{p-1} \boldsymbol{T}\boldsymbol{A}^i \boldsymbol{b}s(m-1) \\
& r_j(m) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{x}_j(m) + v_j(m), \quad j = 1, 2, \cdots, p
\end{aligned} \tag{6}
$$

对式(6) 进行 z 变换得

$$
\begin{aligned}
& r_j(m) = \\
& \boldsymbol{c}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{Q}z^{-1})^{-1}\Big(\sum_{i=0}^{j-1} \boldsymbol{T}\boldsymbol{A}^i \boldsymbol{b}z^{-1} + \\
& \sum_{i=j}^{p-1} \boldsymbol{T}\boldsymbol{A}^i \boldsymbol{b}z^{-2}\Big) s(m) + v_j(m)
\end{aligned}
$$

并且, 令

$$
\begin{aligned}
& \boldsymbol{P}_j(z^{-1}) = \\
& [1 \quad z^{-1} \quad \cdots \quad z^{-n+1}]\Big(\sum_{i=0}^{j-1} \boldsymbol{T}\boldsymbol{A}^i \boldsymbol{b}z^{-1} + \\
& \sum_{i=j}^{p-1} \boldsymbol{T}\boldsymbol{A}^i \boldsymbol{b}z^{-2}\Big)
\end{aligned} \tag{7}
$$

可以看出 $\sum p_{1,i} = \sum p_{2,i} = \cdots = \sum p_{p,i}$, 从而可以导出

$$
\boldsymbol{Q}(z^{-1})\boldsymbol{r}(m) = \boldsymbol{p}(z^{-1})s(m) + \boldsymbol{Q}(z^{-1})\boldsymbol{v}(m) \tag{8}
$$

由式(8) 可以看出, SISO 模型通过过采样后转换成为 SIMO 模型, 其输入信号为 $s(m)$, 输出信号为 $\boldsymbol{r}(m)$。每个输出均有相同的零极点。

4 辨识算法

基于以上结论, 本文提出一种新的盲辨识方法, 假定系统输入信号 $\{s(k)\}$ 和观测噪声 $\{v(k)\}$ 是白色随机信号, 均值为 0, 方差有限; $\{v(k)\}$ 与 $\{s(k)\}$ 相互独立, 并且假定 $\{s(k)\}$ 的方差已知。

4.1 估计 $\boldsymbol{p}(z^{-1})$

对于任意整数 i 和 j, 如果 $1 \leq i, j \leq p, i \neq j$, 由式(8) 可得

$$
\begin{aligned}
& P_i(z^{-1})Q(z^{-1})r_j(k) + P_j(z^{-1})Q(z^{-1})v_i(k) = \\
& P_j(z^{-1})Q(z^{-1})r_i(k) + P_i(z^{-1})Q(z^{-1})v_j(k)
\end{aligned} \tag{9}
$$

消去公共项 $Q(z^{-1})$, 得出

$$
\begin{aligned}
& P_i(z^{-1})r_j(k) + P_j(z^{-1})v_i(k) = \\
& P_j(z^{-1})r_i(k) + P_i(z^{-1})v_j(k)
\end{aligned} \tag{10}
$$

如果 $P_i(z^{-1})$ 和 $P_j(z^{-1})$ 无公共零点, 那么解出如下问题即可得到 $\hat{P}_i(z^{-1})$ 和 $\hat{P}_j(z^{-1})$。

$$\min_{P_i, P_j} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \| P_i(z^{-1}) r_j(k) - P_j(z^{-1}) r_i(k) \|^2 \tag{11}$$

4.2 估计 λ 和 $\boldsymbol{Q}(z^{-1})$

令

$$w_j(k) = P_j(z^{-1}) s(k) + Q(z^{-1}) v_j(k) \tag{12}$$

可得 w_j 的谱函数

$$S_{w,j}(z) = P_j(z^{-1}) \sigma_s^2 P_j(z) + Q(z^{-1}) \sigma_v^2 Q(z) \tag{13}$$

假定对于 $-\pi \leq w \leq \pi$, $S_{w,j}(e^{jw}) > 0$, 根据谱因式分解理论, 存在一个 MA 过程

$$w_j(k) = D_j(z^{-1}) \epsilon(k) \tag{14}$$

其中

$$D_j(z^{-1}) = 1 + d_{j,1} z^{-1} + \cdots + d_{j,n_{d,j}} z^{-n_{d,j}}$$

$$D_j(z^{-1}) \sigma_\epsilon^2 D_j(z) = S_{w,j}(z)$$

$$\sigma_\epsilon^2 = \frac{\sigma_s^2 \sum_i p_{j,i}^2 + \sigma_v^2 \left(1 + \sum_i q_i^2\right)}{1 + \sum_i d_i^2} \tag{15}$$

$n_{d,j} = \max(n_q, n_{p,j})$, $n_{p,j}$ 和 n_q 是 $P_j(z^{-1})$ 和 $Q(z^{-1})$ 的阶数, $D_j(z^{-1})$ 稳定; $\epsilon(k)$ 为一均值为 0, 方差为 σ_ϵ^2 的白噪声。令 $\bar{r}_j(k) = r_j(k) / D_j(z^{-1})$, 由式(8) 可得

$$Q(z^{-1}) \bar{r}_j(k) = \epsilon(k) \tag{16}$$

式(16) 可看作一个 AR 模型。通过使用 Yule-Walker 方法, 估计出 $\hat{Q}(z^{-1})$, 但由于 $Q(z^{-1})$ 和 λ 未知, 通过式(15) 无法求得 $D(z^{-1})$, 这里使用迭代法求取 λ 和 $D(z^{-1})$, 进而求出 $Q(z^{-1})$。假定 s 的方差 σ_s^2 已知。该迭代法步骤可表述如下:

Step1: 首先假定 $r_j(k)$ 满足 AR 模型, 根据式(14) 和(16) 可得

$$\alpha_j(z^{-1}) r_j(k) = \epsilon(k) \tag{17}$$

这里 $\alpha_j(z^{-1})$ 可以看作是 $Q(z^{-1}) / D(z^{-1})$ 的第 1 个 $n_{\alpha,j}$ 项, $n_{\alpha,j}$ 是 $\alpha_j(z^{-1})$ 的阶数, $n_{\alpha,j}$ 足够大。运用 Yule-Walker 方法, 可以估计出 $\hat{\alpha}_j(z^{-1})$。

Step2: 将 $\hat{\alpha}_j(z^{-1})$ 代入式(16), 可得到 $\hat{\epsilon}(k)$, 利用关系式 $Q(z^{-1}) r_j(k) = D_j(z^{-1}) \epsilon(k)$, 通过最小二乘法可以估计出初始值 $\hat{Q}^{(0)}(z^{-1})$。

Step3: $\hat{\lambda}^{(0)}$ 可以由

$$\hat{\lambda}^{(0)} = \frac{1}{\{\sigma_s \sum_i \hat{p}_{j,i}^2 [} \mathrm{cov}(\hat{Q}^{(0)}(z^{-1}) r_j(k)) - \hat{\sigma}_v \left(1 + \sum_i (\hat{q}_i^{(0)})^2\right)]\}^{1/2} \tag{18}$$

确定。由 $\hat{\lambda}^{(0)}$, 可以通过 $\hat{\lambda}^{(0)} \hat{P}_j(z^{-1})$ 更新估计值 $\hat{P}_j(z^{-1})$。

Step4: 将 $\hat{Q}(z^{-1})$, $\hat{P}_j(z^{-1})$ 和 σ_v^2 代入式(13) 求得 $\hat{D}_j(z^{-1})$, 然后可计算出 $\bar{r}_j(k)$。

Step5: 对式(16) 的 AR 模型进行估计, 计算出 $\hat{Q}(z^{-1})$。

Step6: 计算 $\hat{\lambda}$, 利用 $\hat{\lambda}\hat{P}_j(z^{-1})$ 更新 $\hat{P}_j(z^{-1})$。

Step7: 返回 Step4, 直至 $\hat{Q}(z^{-1})$ 收敛。

4.3 原系统的参数估计

对原系统模型系数 a_i, b_i 的估计可以通过 $\hat{Q}(z^{-1})$ 和 $\hat{P}(z^{-1})$ 得到。

定义 $\boldsymbol{a} = [a_1, \cdots, a_n]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{b} = [b_1, \cdots, b_n]^{\mathrm{T}}$, 考虑无噪声情况下

$$y(pm + j + 1) + \sum_{i=1}^{n} a_i y(pm + j - i + 1) = \sum_{i=1}^{n} b_i u(pm + j - i + 1), \quad j = 1, 2, \cdots, p \tag{19}$$

令

$$\beta(i,j) = [(j - i)/p]$$
$$\delta(i,j) = \mathrm{mod}(j - i, p) \tag{20}$$

这里 $[x]$ 代表小于或等于 x 的最大整数。则式(19) 可重写为

$$r_j(m + 1) + \sum_{i=1}^{n} a_i r_{\delta(i,j)}(m + 1 + \beta(r,j)) = \sum_{i=1}^{n} b_i s(m + \beta(i - 1, j)) \tag{21}$$

由式(8) 可以得出

$$r_j(k) = \frac{P_j(z^{-1})}{Q(z^{-1})} s(k) \tag{22}$$

由式(21) 和(22) 可得

$$\frac{z}{Q(z^{-1})} \left(P_j(z^{-1}) + \sum_{i=1}^{n} a_i P_{\delta(i,j)}(z^{-1}) z^{\beta(i,j)} \right) s(m) = \sum_{i=1}^{n} b_i z^{\beta(i-1,j)} s(m) \tag{23}$$

由式(23) 可得

$$P_j(z^{-1}) + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i P_{\delta(i,j)}(z^{-1}) z^{\beta(i,j)} - z^{-1} Q(z^{-1}) \sum_{i=1}^{n} b_i z^{\beta(i-1,j)} = F_j(z^{-1}) \equiv 0 \tag{24}$$

其中 $z^{-\tau}$ 的系数是 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 多项式的第 1 个阶数。令 $f_{j,\tau}(a,b)$ 表示 $F_j(z^{-1})$ 中 $z^{-\tau}$ 的系数, $f_{j,\tau}(a,b)$ 满足

$$f_{j,\tau}(a,b) \equiv 0, \quad j = 1, 2, \cdots, p$$
$$0 \leq \tau \leq n + 1 - [-n/p] \tag{25}$$

定义

$$\boldsymbol{f}(a,b) = [f_{1,1}(a,b) \quad f_{1,2}(a,b) \quad \cdots f_{j,\tau}(a,b) \quad \cdots]^{\mathrm{T}} =$$

$$\boldsymbol{H}\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} - \boldsymbol{h} \tag{26}$$

将估计值 $\hat{Q}(z^{-1})$, $\hat{P}(z^{-1})$ 代入式(25),即可获得多项式 $\hat{F}_j(z^{-1})$,然后构造出 $\hat{\boldsymbol{H}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{h}}$,通过解方程

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{a}} \\ \hat{\boldsymbol{b}} \end{bmatrix} = (\hat{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{H}})^{-1}\hat{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{h}} \tag{27}$$

即可计算出 $\hat{\boldsymbol{a}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{b}}$。

计算式(27),即可得到 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, Q(z^{-1})$ 和 $P(z^{-1})$ 的估计。下边将算法总结为以下几个基本步骤。

Step1: 通过特征值分解将观测信号中的信号和噪声分解开,求得噪声信号的方差 σ_v^2 和系统阶数 n;

Step2: 求解式(11) 关于 $P_1(z^{-1}), P_2(z^{-1}), \cdots, P_p(z^{-1})$ 的最小化问题;

Step3: 通过迭代过程更新 $\hat{P}_1(z^{-1}), \hat{P}_2(z^{-1}), \cdots, \hat{P}_p(z^{-1})$,求取估计值 $\hat{\lambda}$ 和 $\hat{Q}(z^{-1})$;

Step4: 生成式(24) 中的 $F_j(z^{-1})$ 多项式和系数多项式 $f_{j,\tau}(a,b)$,然后构造式(26) 中的 $\hat{\boldsymbol{H}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{h}}$;

Step5: 通过求解式(27),计算出 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$。

5 仿真结果

在数据仿真中,使用上述的盲辨识方法辨识一个 3 阶的非最小相位系统,过采样率取为 $p = 2$。原系统的特性可用以下参数表示

$$\boldsymbol{a} = [-1.6912,\ 1.3062,\ -0.3904]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{b} = [1.1412,\ -3.6305,\ 3.4180]^{\mathrm{T}}$$

其中: $z(k)$ 的观测信号 $y(k)$ 被均值为 0,方差有限的白噪声污染,且与 $u(k)$ 相互独立。输入信号的方差为 $\sigma_s = 1.0$,信噪比为 24 dB。

采样数据的数量为 8 000 个,算法的估计结果总结如下

$$\hat{P}_1(z^{-1}) = 1.0494z^{-1} - 2.1403z^{-2} + 4.6278z^{-3} + 1.3415z^{-4}$$

$$\hat{P}_2(z^{-1}) = 0.1614z^{-1} + 0.6946z^{-2} + 4.3824z^{-3}$$

$$\hat{Q}(z^{-1}) = 1.0 - 0.2509z^{-1} + 0.3928z^{-2} - 0.1585z^{-3}$$

$$\hat{\boldsymbol{a}} = [-1.7014,\ 1.3220,\ -0.3981]^{\mathrm{T}}$$

$$\hat{\boldsymbol{b}} = [1.3818,\ -3.5715,\ 3.3744]^{\mathrm{T}}$$

$$\mathrm{MSE}(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{b}}) = 0.0068$$

6 结 论

本文提出了一种新的在时域中利用盲辨识方法辨识单输入单输出系统传递函数的途径,利用过采样系统的输出信号,可以将单输入单输出系统转换成为一个具有相同极点的单输入多输出系统。先估计出这个新的单输入多输出系统的传递函数;然后再估计出原单输入单输出系统的模型参数。通过仿真,得到了满意的结果。该方法同样可用于非最小相位系统。

参考文献(References):

[1] Godard D N. Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems[J]. *IEEE Trans on Communications*, 1988, 28(11): 1867-1875.

[2] Mendel M. Tutorial on high-order statistics (spectra) in signal processing and system theory: Theoretical results and applications[J]. *Proc IEEE*, 1991, 79(3): 277-305.

[3] Moulines E, Duhamel P, Cardoso J. Subspace methods for the blind identification of multi-channel FIR filters[J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1995, 43(2): 516-525.

[4] Xu G, Liu H, Tong L. A least-squares approach to blind channel identification[J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1995, 43(12): 2982-2993.

[5] Hua Y. Fast maximum likelihood for blind identification of multiple FIR channels[J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1996, 44(3): 661-672.

2003 中国控制与决策学术年会(15th CDC) 会议通知

原定于 2003 年 5 月份召开的 2003 中国控制与决策学术年会,由于'非典'的原因,现定于今年 10 月 18 日至 21 日在河北省秦皇岛市召开。真诚地邀请会议论文作者到会宣读论文并参加学术研讨;同时,欢迎对本会感兴趣的其他人士参加会议。

欢迎对本会感兴趣的专家学者来函或电话索取会议通知。

联系人: 李淑华

电 话: 024-23906437 83687766

E-mail: kzyjc@mail.sy.ln.cn

控制与决策学术年会组委会