

文章编号: 1001-0920(2004)01-0081-04

一类线性M MO 离散系统的切换控制方法

王建, 张珩

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要: 提出一种针对线性M MO 离散系统的切换控制方法。该切换控制方法不仅利用了系统输出误差, 而且利用了控制器的状态变量信息, 使系统具有理想的动态响应特性。算法需要较少的被控对象信息, 实时计算量小。仿真结果表明了该算法的有效性。

关键词: 切换控制; 离散系统; 界限函数

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Switching control of a class of linear M MO discrete systems

WANG Jian, ZHANG Heng

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Science, Beijing 100080, China Correspondent: WANG Jian, Email: wjth100@sina.com)

Abstract: A switching control method for a class of M MO discrete systems is proposed. The switching control method makes use of not only the system output errors but also the controllers states, which provides a reasonable dynamic response. The switching control method needs less system information and reduces the real-time calculation burden. The simulation results indicate the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: switching control; discrete systems; bounding function

1 引言

实际系统往往不能由一个模型所描述, 而由多个模型构成的模型集合来描述。这种情况促使切换控制方法不论在理论上还是实际应用中都得到很大的发展^[1~6]。切换控制具有鲁棒性和自适应性强的优点, 在一定程度上克服了传统自适应控制需要被控对象的某些已知信息(如对象最大阶次, 必须是最小相位等), 以及参数必须缓慢变化等限制, 也克服了鲁棒控制只能在参数小范围内变化的限制。

文献[1~3]通过比较多个模型的预测误差, 从控制器集合中选出使系统输出抵达或跟踪给定参考输出的控制器。文献[4]讨论在环境变化的情况下, 从多个模型和对应的控制器中确定何时由一种模型和控制器切换到另一种模型和控制器, 自适应地调

节模型和控制器参数, 使系统达到最好的性能。但以上切换方法仍然较多地依赖于对象的信息, 计算量大, 且对系统的假设较为严格, 稳定性证明复杂。文献[5]提出一种连续时间系统切换控制算法, 根据被控对象的参数和结构的变化建立多个模型和对应的控制器, 构成模型集合和控制器集合, 然后逐一切换控制器, 直至系统稳定为止; 但切换控制律只利用系统误差信息, 动态响应性能较差。文献[6]在切换控制方面有所改进。

本文针对一类线性M MO 离散系统, 提出了适合于离散系统的切换控制算法。该算法不依赖于系统模型, 只需较少的对象信息, 计算量小, 鲁棒性强, 比文献[6]具有更好的动态响应特性。仿真结果表明了该算法的有效性。

收稿日期: 2002-08-28; 修回日期: 2003-01-14

作者简介: 王建(1971—), 男, 黑龙江塔河人, 博士生, 从事混杂系统理论与应用的研究; 张珩(1961—), 男, 吉林长春人, 研究员, 博士生导师, 从事航天遥科学技术、微小卫星技术等研究。

2 问题描述和基本引理

假设系统可由一个有限维线性时不变(LTI)模型建模, 根据系统工作条件的变化, 建立多个系统模型 $P_i, i = \{1, 2, \dots, s\}$, 构成一个模型集合 P . 对每个模型设计一个控制器 $\Pi_i, i = \{1, 2, \dots, s\}$, 使系统渐近稳定. 所有控制器 Π_i 构成控制器集合 Π , 则有

$$P = \bigcup_{i=1}^s P_i, \Pi = \bigcup_{i=1}^s \Pi_i$$

系统模型

$$P_i = \{A_i, B_i, C_i, D_i, E_i, F_i\}, i = \{1, 2, \dots, s\};$$

$$\begin{cases} x(k+1) = A_i x(k) + B_i u(k) + E_i \omega(k), \\ y(k) = C_i x(k) + D_i u(k) + F_i \omega(k); \end{cases} \quad (1)$$

$$e(k) = y_{ref}(k) - y(k).$$

控制器

$$\Pi_i = \{G_i, H_i, J_i, K_i, L_i, M_i\}, i = \{1, 2, \dots, s\};$$

$$\begin{cases} v(k+1) = G_i v(k) + H_i y(k) + J_i y_{ref}(k), \\ u(k) = K_i v(k) + L_i y(k) + M_i y_{ref}(k). \end{cases} \quad (2)$$

其中: $x \in R^n$ 为系统状态, $u \in R^l$ 为控制输入, $y \in R^r$ 为系统输出, $v \in R^m$ 为控制器状态, $\omega \in R^q$ 为干扰, $y_{ref} \in R^r$ 为参考输出. 对误差 e 进行滤波, 有

$$e_f(k+1) = \lambda e_f(k) + \lambda e(k). \quad (3)$$

假设 $S_i = (I - D_i L_i)^{-1}$ 存在, I 为单位阵. 由式(1)~(3)得

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ v(k+1) \\ e_f(k+1) \end{bmatrix} = \bar{A}_i \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \\ e_f(k) \end{bmatrix} + \bar{B}_i \begin{bmatrix} y_{ref} \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i + B_i L_i S_i C_i & B_i(I + L_i S_i D_i) K_i & 0 \\ H_i S_i C_i & G_i + H_i S_i D_i K_i & 0 \\ -\lambda S_i C_i & -\lambda S_i D_i K_i & \lambda I \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_i = [B_i^1 \ B_i^2] = \begin{bmatrix} B_i(I + L_i S_i D_i) M_i & E_i + B_i L_i S_i F_i \\ J_i + H_i S_i D_i M_i & H_i S_i F_i \\ \lambda I - \lambda S_i D_i M_i & -\lambda S_i F_i \end{bmatrix}.$$

定义向量范数

$$\begin{cases} \|x\| = \max_{i=1,2,\dots,n} \{|x_i|\}, \\ x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n. \end{cases} \quad (5)$$

矩阵范数为

$$\|A\| = \max_{i=1,2,\dots,m} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|, A \in R^{m \times n}. \quad (6)$$

并用 $\rho(\cdot)$ 表示方阵“ \cdot ”的所有特征值的集合.

引理 1 考虑由式(4)构成的系统, 假设

$\max |\rho(\bar{A}_i)| < 1$, 且 $y_{ref}(k)$ 和 $\omega(k)$ 是分段连续有界信号, 则存在正常数 a_1 和 a_2 , 使得对所有 $k > 0$, 有

$$\|Z(k)\| \leq a_1 \|Z(0)\| + a_2, \quad (7)$$

其中

$$Z(k) = [x^T(k), v^T(k), e_f^T(k)]^T. \quad (8)$$

证明 由式(4)得

$$Z(k) = \bar{A}_i^k Z(0) + \sum_{j=0}^{k-1} \bar{A}_i^{k-j-1} [B_i^1 y_{ref}(k) + B_i^2 \omega(k)]. \quad (9)$$

因为 $\max |\rho(\bar{A}_i)| < 1$, 故必存在一相容范数 $\|\cdot\|$ 及一适当的 $0 < \gamma < 1$, 使得 $\|\bar{A}_i\| < \gamma < 1$. 根据范数的相容性质, 有

$$\|\bar{A}_i^k\| \leq (\|\bar{A}_i\|)^k = \gamma^k. \quad (10)$$

由范数等价原理, 存在一正数 ϵ 使得

$$\|\bar{A}_i^k\| < \epsilon \|\bar{A}_i^k\| + \epsilon \gamma^k. \quad (11)$$

令

$$\begin{cases} n_1 = \|B_i^1\|, n_2 = \|B_i^2\|, \\ y_{ref}(k) = \text{ess sup}_{k>0} y_{ref}(k) = \alpha, \\ \omega(k) = \text{ess sup}_{k>0} \omega(k) = \beta \end{cases} \quad (12)$$

由式(9)得

$$\|Z(k)\| \leq \epsilon \gamma^k \|Z(0)\| + \epsilon \left(\frac{1}{1-\gamma} \right) (n_1 \alpha + n_2 \beta) = a_1 \|Z(0)\| + a_2 \quad (13)$$

因而引理得证

3 切换控制律

切换控制律的任务是从控制器集合 Π 中, 为包含在对象集合 P 中但未知的被控对象选择一个正确的控制器, 并确定控制器的切换时间.

定义 1 函数 $f: N \rightarrow R^+$ 称为界限函数 BF, 如果它是严格增的, 且对适当的常数 $C_0 > 0$ 和 $C_1 > 0$, 满足

$$f(p) / \left(C_0 + C_1 \sum_{i=1}^{p-1} f(i) \right) > 1.$$

定义 2 对于 $p \geq 2$ 且 $k_{p-1} < \infty$, 切换时间 k_p 定义为

$$k_p = \begin{cases} \min \{k \mid k > k_{p-1}, \\ v(k), e_f(k) \leq f(p-1)\}, \\ \text{最小值存在;} \\ \text{, 最小值不存在} \end{cases} \quad (14)$$

其中: k 是采样时刻, k_p 是控制器第 p 次切换时刻, 初值 $k_1 = 0$.

假设对每个对象模型 P_i 及其对应的控制器 Π_i ,

{P_i, Π_i} 稳定, i = {1, 2, ..., s}; 并设切换控制器具有如下形式:

$$\begin{cases} v(k+1) = G(k)v(k) + H(k)y(k) + J(k)y_{ref}(k), \\ u(k) = K(k)v(k) + L(k)y(k) + M(k)y_{ref}(k), \\ v(k_p^+) = 0, k \in \{k_p, k_{p+1}\} \end{cases} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} (G(k), H(k), J(k), K(k), L(k), M(k)) = \\ (G_q, H_q, J_q, K_q, L_q, M_q), \\ k_p < k < k_{p+1} \end{aligned} \quad (16)$$

即由式(2) 定义的控制器的 Π_i 可确定为

$$q = ((p - 1) \bmod s) + 1 \quad (17)$$

其中: p ∈ N 是切换次数, mod 是取余数运算

4 主要结果

按上述方法设计切换控制律, 则如下定理可保证系统稳定工作

定理 1 考虑切换控制系统 {P, Π}, 设 P 中各元素 P_i 可检测, 且参考输出 y_{ref} 和干扰信号 ω 分段连续有界, 则对于任意界限函数 f ∈ BF, 由式(17) 选定的控制器和定义 2 给出的切换时间, 闭环系统具有如下性质:

1) 存在一个有限时间 T > 0, 以及定常矩阵 (G_i, H_i, J_i, K_i, L_i, M_i), i ∈ {1, 2, ..., s}, 使得对所有 k ∈ T, 有

$$\begin{aligned} (G(k), H(k), J(k), K(k), L(k), M(k)) = \\ (G_i, H_i, J_i, K_i, L_i, M_i), i \in \{1, 2, \dots, s\}. \end{aligned} \quad (18)$$

2) 控制器状态 v ∈ L, 对象状态 x ∈ L, 滤波误差 e_f ∈ L.

3) 如果参考输入 y_{ref} 和干扰输入 ω 为定常信号, 则当 k → ∞ 时, e(k) → 0

定理的证明可利用引理 1, 并与文献[6] 类似, 在此从略

从定理 1 可知, 针对一个多模型的控制系统的 {P, Π}, 只要 P_i 可检测, 则按定义 2 确定切换时间和按式(17) 进行控制器切换, 可在一有限时间 T 内使闭环系统响应进入有限误差带内, 并无限保持下去. 除了 P_i 可检测外, 实际上要确定切换时间还必须人为地选择一个适当的界限函数. 由于定义 1 所规定的界限函数十分宽泛, 因此相应的切换控制算法非常容易实现

5 仿真结果

考虑如下 3 个模型及其相应的控制器构成的二

输入二输出系统(设 P₃ 为系统的实际模型):

模型 P₁:

$$\begin{aligned} x(k+1) = & \begin{bmatrix} 0.87 & 0.46 & 0 & 0 \\ -0.14 & 0.39 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.06 & 0.8 \\ 0 & 0 & -0.06 & 0.04 \end{bmatrix} x(k) + \\ & \begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0.03 & 0 \\ 0 & -0.001 \\ 0 & 0.012 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0.012 \\ 0.006 \\ 0.016 \\ -0.003 \end{bmatrix} \omega(k), \\ y(k) = & \begin{bmatrix} -1.2 & 4.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.45 & 7 \end{bmatrix} x(k); \end{aligned}$$

模型 P₂:

$$\begin{aligned} x(k+1) = & \begin{bmatrix} 0.9 & 0.47 & 0 & 0 \\ -0.14 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.78 & 0.55 \\ 0 & 0 & -0.07 & 0.27 \end{bmatrix} x(k) + \\ & \begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0.03 & 0 \\ 0 & 0.004 \\ 0 & 0.006 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0.012 \\ 0.006 \\ 0.012 \\ 0.005 \end{bmatrix} \omega(k), \\ y(k) = & \begin{bmatrix} -1.2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \end{bmatrix} x(k); \end{aligned}$$

模型 P₃:

$$\begin{aligned} x(k+1) = & \begin{bmatrix} 1.06 & 0.8 & 0 & 0 \\ -0.06 & 0.04 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.78 & 0.55 \\ 0 & 0 & -0.06 & 0.26 \end{bmatrix} x(k) + \\ & \begin{bmatrix} -0.001 & 0 \\ 0.012 & 0 \\ 0 & 0.004 \\ 0 & 0.006 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0.016 \\ 0.003 \\ 0.013 \\ 0.005 \end{bmatrix} \omega(k), \\ y(k) = & \begin{bmatrix} -0.45 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \end{bmatrix} x(k). \end{aligned}$$

控制器 Π₁:

$$\begin{aligned} v(k+1) = & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} v(k) + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} [y(k) - y_{ref}(k)], \\ u(k) = & \begin{bmatrix} -2.75 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} v(k) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} y(k); \end{aligned}$$

控制器 Π₂:



$$v(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} v(k) + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [y(k) - y_{ref}(k)],$$

$$u(k) = \begin{bmatrix} -2 & 75 & 0 \\ 0 & 25 \end{bmatrix} v(k) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix} y(k);$$

控制器 Π_b :

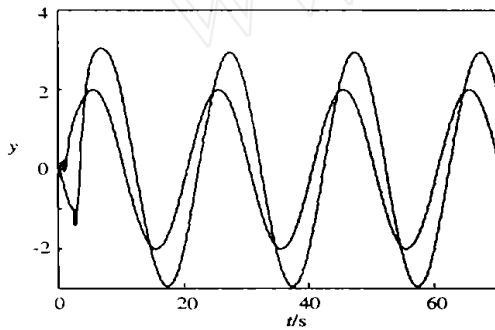
$$v(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} v(k) + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [y(k) - y_{ref}(k)],$$

$$u(k) = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 25 \end{bmatrix} v(k) + \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix} y(k).$$

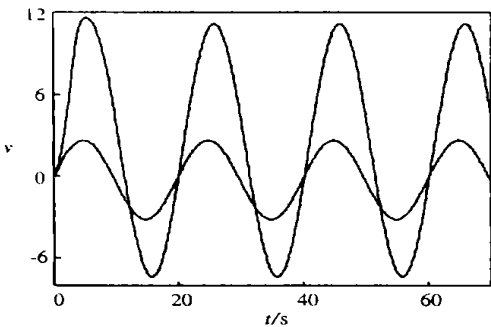
设参考输出 $y_{ref}(k)$ 分别为 $3\sin(0.17\pi k)$ 和 $2\sin(0.17\pi k)$ 的正弦信号, 干扰信号为 $\omega(k) = 2, \forall k \in \mathbb{N}$. 容易验证 $\{P_i, \Pi_i\} (i = j)$ 稳定, $\{P_i, \Pi_i\} (i \neq j)$ 不稳定. 根据定义 1, 选取一个适当的界限函数

$$f(p) = e^p / 1.5, p \in \mathbb{N}.$$

再按定义 2 和式 (17), 实时确定相应的切换时刻和对应的控制器, 得到的系统响应 $y(k)$ 和控制器状态 $v(k)$ 如图 1 所示



(a) 系统响应 $y(k)$



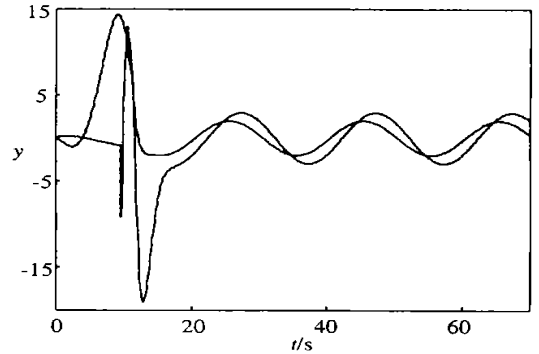
(b) 控制器状态 $v(k)$

图 1 系统输出响应和控制器状态

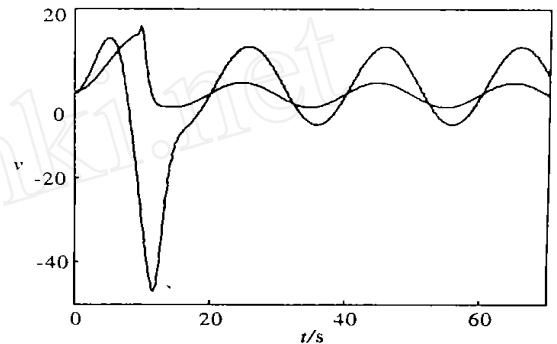
文献[6]的界限函数为

$$f(p) = \begin{cases} 20p, & p \in [1, 2, \dots, 10]; \\ (p/6)^2 e^{(p/6)^3}, & p > 10 \end{cases}$$

采用文献[6]的界限函数所获得的系统响应 $y(k)$ 和控制器状态 $v(k)$ 如图 2 所示



(a) 系统响应 $y(k)$



(b) 控制器状态 $v(k)$

图 2 系统响应和控制器状态

本文切换控制律不仅考虑了系统误差, 而且利用了控制器的状态变量, 所以系统具有较好的动态响应性能. 比较两种界限函数可以得出, 按定义 1 选择的界限函数比文献[6]的界限函数简单, 所获得的动态响应特性优于文献[6]的界限函数所获得的动态响应特性. 尤其当控制器集合和对象集合中的元素较多时, 这种优势更加明显.

6 结 论

本文提出一种适合于离散 MIMO 线性系统的切换控制算法. 该算法不仅考虑了系统误差, 而且利用了控制器的状态变量. 被控对象可由一个包含在模型集合 P 中的模型 P_i 来描述. 切换控制算法的任务是从预先设计好的控制器集合中找到一个正确的控制器, 使闭环系统稳定, 并满足性能要求. 所提出的切换控制算法不需要知道对象模型和控制器模型, 在线计算量小, 鲁棒性强, 系统动态响应特性好, 算法实现简单, 便于实际应用.

(下转第 88 页)

$$A = (a_{ij})_{5 \times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 1/3 & 1 & 1/3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 1/3 \\ 1/7 & 1/5 & 1/5 & 1 & 1/7 \\ 1/5 & 1 & 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

假设 $s_{ij} = t_{ij} = 1, i, j \in N$, 利用模型 (M 2) 求得属性的权重向量 $w = (0.3, 0, 0.10, 0.60)^T$, 且

- $d_{12}^+ = 0.314, d_{12}^- = 0, d_{13}^+ = 0,$
- $d_{13}^- = 0.019, d_{14}^+ = 2.332, d_{14}^- = 0,$
- $d_{15}^+ = 2.255, d_{15}^- = 0, d_{21}^+ = 0,$
- $d_{21}^- = 0.105, d_{23}^+ = 0, d_{23}^- = 0.034,$
- $d_{24}^+ = 1.935, d_{24}^- = 0, d_{25}^+ = 0.215,$
- $d_{25}^- = 0, d_{31}^+ = 0.09, d_{31}^- = 0,$
- $d_{32}^+ = 0.333, d_{32}^- = 0, d_{34}^+ = 1.404,$
- $d_{34}^- = 0, d_{35}^+ = 0.217, d_{35}^- = 0,$
- $d_{41}^+ = 0, d_{41}^- = 0.333, d_{42}^+ = 0,$
- $d_{42}^- = 0.026, d_{43}^+ = 0, d_{43}^- = 0.089,$
- $d_{45}^+ = 0.050, d_{45}^- = 0, d_{51}^+ = 0.016,$
- $d_{51}^- = 0, d_{52}^+ = 0.052, d_{52}^- = 0,$
- $d_{53}^+ = 2.244, d_{53}^- = 0, d_{54}^+ = 2.667,$
- $d_{54}^- = 0$

3) 由式 (3) 求得各方案综合属性值为

$$\begin{aligned} z_1(w) &= 0.98, z_2(w) = 0.432, \\ z_3(w) &= 0.964, z_4(w) = 0.474, \\ z_5(w) &= 0.648 \end{aligned}$$

依此对方案进行排序, 可得 $x_1 > x_3 > x_5 > x_4 > x_2$, 故最优方案为 x_1 .

4 结 论

本文针对只有部分权重信息, 且决策者对方案的偏好信息以互反判断矩阵和互补判断矩阵这两种形式给出的多属性决策问题, 分别建立了一个目标规划模型, 通过求解这两个模型可确定属性的权

重; 进而提出一种基于目标规划模型的多属性决策方法. 实例数值结果表明了该方法的可行性和有效性.

参考文献 (References):

- [1] Chen S J, Hwang C L. *Fuzzy Multiple Attribute Decision Making* [M]. Berlin: Springer, 1992
- [2] Fodor J, Roubens M. *Fuzzy Preference Modelling and Multicriteria Decision Support* [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994
- [3] 徐泽水. 基于相离度和可能度的偏差最大化多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2001, 16(S): 818-821.
(Xu Ze-shui. Maximum deviation method based on deviation degree and possibility degree for uncertain multi-attribute decision making [J]. *Control and Decision*, 2001, 16(S): 818-821.)
- [4] Lee K S, Park K S, Eum Y S, et al. Extended methods for identifying dominance and potential optimality in multi-criteria analysis with imprecise information [J]. *European J of Operational Research*, 2001, 134 (3): 557-563
- [5] 徐泽水. 基于方案达成度和综合度的交互式多属性决策法[J]. 控制与决策, 2002, 17(4): 435-438.
(Xu Ze-shui. Interactive method based on alternative achievement scale and alternative comprehensive scale for multi-attribute decision making problems [J]. *Control and Decision*, 2002, 17(4): 435-438.)
- [6] Fan Z P, Ma J, Zhang Q. An approach to multiple attribute decision making based on fuzzy preference information on alternatives [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2002, 131(1): 101-106
- [7] 徐泽水. AHP 中两类标度法的关系研究[J]. 系统工程理论与实践, 1999, 19(7): 97-101.
(Xu Ze-shui. Study on the relation between two classes of scales in AHP [J]. *Systems Engineering — Theory and Practice*, 1999, 19(7): 97-101.)

(上接第 84 页)

参考文献 (References):

- [1] Morse A S. Supervisory control of families of linear setpoint controllers [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41 (10): 1413-1431
- [2] Kukam i S R. Model and controller selection policies based on output errors [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(11): 1594-1604
- [3] Judith H. Controller switching based on output prediction errors [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(5): 596-607.
- [4] Narendra K S, Balakrishnan J. Adaptive control using multiple models [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(2): 171-187.
- [5] Fu M inyue, Bamish B R. Adaptive stabilization of linear systems via switching control [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1986, 31(12): 1097-1103
- [6] Chang M H, Davison E J. Adaptive switching control of LTIMMO systems using a family of controllers approach [J]. *Automatica*, 1999, 35(3) : 453-465

