

文章编号: 1001-0920(2004)01-0096-03

一种实用的空间平滑 ESPRIT 算法

汪晋宽, 刘志刚, 薛延波, 刘福来
(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 针对移动通信环境中多径传播的信号到来方向估计问题, 结合空间平滑技术, 提出一种空间平滑的 ESPRIT 算法, 并给出了多径信号数目的推定方法。仿真结果证明, 与 ESPRIT 算法相比, 所提出的算法不仅适用于独立信号源, 而且适用于相关信号源, 具有分辨率高、计算量小等特点。

关键词: ESPRIT; 空间平滑; 多径传播; 方向估计; 自适应阵列

中图分类号: TN 971.2; TN 911.7

文献标识码: A

A modified ESPRIT algorithm using spatial smoothing technique

WANG Jin-kuan, LIU Zhi-gang, XUE Yan-bo, LIU Fu-lai

(School of Information and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China Correspondent: WANG Jin-kuan, Email: wjk@mail.neuq.edu.cn)

Abstract: A modified ESPRIT algorithm is presented by spatial smoothing technique to solve the problem of signal estimation in the presence of multipath environment of mobile communication, and a method to estimate the number of multipath signals is given. Simulation results indicate that compared with ESPRIT estimating direction of arrival (DOA) via rotational invariance techniques, the proposed algorithm performs well not only for independent signals but also for coherent or highly correlated signals, and has features of high resolution and low computational complexity.

Key words: ESPRIT; spatial smoothing; multipath propagation; DOA estimation; adaptive array

1 引言

在移动通信环境中, 由于多径传播的影响, 独立信号到来方向估计算法不能正确地估计出多径信号的到来方向。Schmidt 提出的多重信号分类算法 (MUSIC)^[1], 其分辨率高于最大熵算法 (ME)、极大似然算法 (ML) 等, 估计值接近于克拉美-劳界算法 (CRB), 但其性能受限于自协方差矩阵和采样数目, 计算量大, 且当信号源高度相关时估计性能变坏。Roy 等提出的利用旋转因子技术估计信号参数算法 (ESPRIT)^[2], 避免了参数空间的搜索, 计算量少, 鲁棒性强, 分辨率高, 但是当信号高度相关时估计性能同样会变坏。

本文针对多径传输中信号严重相关的现象, 结合空间平滑技术^[3,4], 提出一种改进的 ESPRIT 算法, 较好地解决了多径环境中信号到来方向的估计问题。

2 信号模型

设平面空间的全方向等距线阵阵元数为 P , 阵元间距为 d , 共有部分或完全相关的 D 个信源, 其中 $P > D$ 。再设到来方向为 $\theta_1, \dots, \theta_D$, 并以阵列的第 1 个阵元为基准, 各窄带信号在基准点的复包络分别为 $s_1(t), \dots, s_D(t)$ 。则第 m 阵元接收到的信号为

$$x_m(t) = \sum_{i=1}^D s_i(t) e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} (m-1)d \sin \theta_i} + n_m(t). \quad (1)$$

收稿日期: 2002-12-06; 修回日期: 2003-03-21

基金项目: 教育部科学技术研究重点项目 (02085)

作者简介: 汪晋宽 (1957—), 男, 辽宁营口人, 教授, 博士, 从事自适应信号处理、智能控制的研究; 刘志刚 (1975—), 男, 河南新乡人, 硕士, 从事自适应信号处理的研究

其中 $n_m(t)$ 表示第 m 阵元上的噪声

将各阵元上的接收信号写成向量形式, 有

$$x(t) = As(t) + n(t). \tag{2}$$

其中

$$A = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_D)],$$

$$s(t) = [s_1(t), \dots, s_D(t)]^T,$$

$$a(\theta) = [1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(P-1)d\sin\theta}]^T,$$

$$n(t) = [n_1(t), \dots, n_P(t)]^T.$$

式中

$$x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_P(t)]^T,$$

且 $x(t) \in C^{P \times 1}$ 是含噪声的数据向量; $A \in C^{P \times D}$ 为方向矩阵, 其中 $a(\theta) \in C^{P \times 1}$ 是第 i 个信号与 $x(t)$ 之间的传输向量, 且 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D]^T$; $s(t) \in C^{D \times 1}$ 是 D 个信号的幅值向量; $n(t) \in C^{P \times 1}$ 是加性噪声向量

阵列接收向量 $x(t)$ 的自相关矩阵定义为

$$R_{xx} = E\{x(t)x^H(t)\}. \tag{3}$$

其中上标 H 表示向量的复共轭转置

3 空间平滑算法

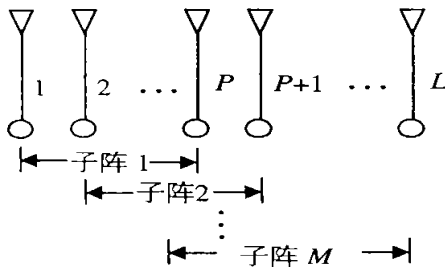


图 1 等距线阵的子阵列划分

如图 1 所示, 设阵元数为 L 的等距线阵可划分为 M 个相互重迭的子阵列, 阵元 $\{1, \dots, P\}$ 为第 1 个子阵列, 阵元 $\{2, \dots, P+1\}$ 为第 2 个子阵列, 以此类推 则第 k 个子阵列接收信号的向量形式为

$$x_k(t) = A\Phi^{(k-1)}s(t) + n_k(t). \tag{4}$$

其中 Φ 为 ESPRIT 算法中的旋转矩阵, 其具体形式为

$$\Phi = \text{diag}\{e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_1}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_D}\}. \tag{5}$$

第 k 个子阵列的自相关矩阵为

$$R_{k,k} = A\Phi^{(k-1)}S\Phi^{(k-1)H}A^H + \sigma^2I \tag{6}$$

其中 $S = E\{s(t)s(t)^H\}$. 第 k 个子阵列对应的反向平滑自相关矩阵为

$$\bar{R}_{k,k} = J[R_{k,k}]^*J. \tag{7}$$

其中: $*$ 表示复共轭; J 为交换矩阵, 即

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

将式(6) 代入式(7), 可得

$$\bar{R}_{k,k} = JA^*[\Phi^{k-1}]^*S^*[\Phi^{k-1}]^HA^*HJ + \sigma^2I \tag{8}$$

由于 $JA^* = A(\Phi^{P-1})^*$, 式(8) 可化简为

$$\bar{R}_{k,k} = A\Phi^{2-P-k}S^*[\Phi^{2-P-k}]^HA^H + \sigma^2I \tag{9}$$

定义空间平滑矩阵

$$R = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (R_{k,k} + \bar{R}_{k,k}). \tag{10}$$

3.1 信号数目的推定

信号源数目的推定是高精度到来方向估计算法的关键问题之一. 基于 Akaike 的信息准则 AIC 和 Rissanen 的最短描述长度准则 MDL, 信号源数目推定方法的判断依据^[5] 是阵列自相关矩阵特征值的性质. 在被估计信号呈现部分相关或完全相关的情况下, 阵列的自相关矩阵降秩, 因此上述判定方法不适用

本文针对上述情况, 给出一种简单的方法. 因为式(10) 定义的空间平滑矩阵 R 包含到来方向个数的准确信息, 所以根据平滑矩阵 R 的 M 个特征值, 可确定信号源的数目. 首先对平滑矩阵进行特征值分解, 确定其特征值; 其次将它们按照从大到小的顺序排列; 最后根据相应的推定准则^[6], 计算信号的确切数目. 推定准则如下:

$$\min_D N(P-D) \lg \frac{f_1(D)}{f_2(D)} + f_3(D, N). \tag{11}$$

其中

$$f_1(D) = \frac{1}{P-D} \prod_{i=D+1}^M \lambda_i, \tag{12}$$

$$f_2(D) = \left[\prod_{i=D+1}^P \lambda_i \right]^{\frac{1}{P-D}}. \tag{13}$$

式中: D 为信号源的数目, λ_i 为自相关矩阵的 M 个特征值, P 为子阵列中阵元的个数, N 为数据采样次数. 评价函数为

$$f_3(D, N) = \begin{cases} D(2P-D), & \text{AIC;} \\ \frac{1}{2}D(2P-D) \lg N, & \text{MDL.} \end{cases} \tag{14}$$

3.2 信号到来方向估计

定义

$$A_1 = Z_1A, A_2 = Z_2A. \tag{15}$$

其中: A 是由式(2) 定义的方向矩阵; Z_1, Z_2

$R^{(P-1) \times D}$ 为特殊矩阵, 即

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

根据等距线阵阵列方向矩阵的结构^[7], 可知子矩阵 A_1 和 A_2 之间存在如下关系:

$$A_2 = A_1 \Phi \tag{16}$$

若信号自相关矩阵 S 非奇异, 则阵列的方向矩阵 A 和阵列接收向量的空间平滑矩阵 R , 其信号特征向量 E_s 各自张成的空间满足如下关系:

$$R\{A\} = R\{E_s\}. \tag{17}$$

因而必然存在一非奇异的矩阵 T , 使得 $AT = E_s$ 成立. 根据式(15)的定义可得

$$E_1 = A_1 T, E_2 = A_2 T. \tag{18}$$

由式(16) ~ (18) 可推得

$$E_1 T^{-1} \Phi T = A_1 T T^{-1} \Phi T = A_1 \Phi T = E_2 \tag{19}$$

定义矩阵 Ψ 为矩阵 Φ 的相似变换, 即

$$\Psi = T^{-1} \Phi T. \tag{20}$$

二者具有相同的特征值, 因而可得

$$E_2 = E_1 \Psi \tag{21}$$

现将本文提出的算法归纳如下:

- 1) 根据式(10) 计算空间平滑矩阵 R ;
- 2) 根据空间平滑矩阵 R 确定主特征值以及相

应的特征向量, 并依据式(11) 确定信号源的数目 D ;

3) 根据式(15) ~ (18) 确定 E_1 和 E_2 ;

4) 根据式(21) 计算矩阵束 $\{E_1, E_2\}$ 的广义特征值分解, 得到旋转矩阵 Φ , 即得到 D 个主特征值 λ_i ;

5) 最后根据主特征值 λ_i 估计到来方向 θ_i , 计算公式为

$$\theta_i = \sin^{-1} \frac{\lambda \arg(\lambda)}{2\pi d}, d = 1, \dots, D. \tag{22}$$

4 仿真实验结果

考虑有 12 个阵元的等距线阵, 间距为半个波长, 信噪比为 10 dB, 采样次数为 4 096. 表 1 给出了当信号源相关时, 2 个信号源取 $(25^\circ, 15^\circ)$ 和 $(-25^\circ, -15^\circ)$, 而 3 个信号源取 $(30^\circ, 20^\circ, 10^\circ)$ 和 $(15^\circ, 5^\circ, -5^\circ)$ 条件下的仿真结果. 由表 1 可知, ESPR II 算法无法分辨相关信号, 而本文提出的改进的 ESPR II 算法则可分辨相关信号, 并且保持较高的分辨率.

当信号源彼此独立时, 依次取 1 个、2 个、3 个和 4 个信号源, 到来方向的估计偏差如图 2 所示. 由图 2 可见, 有 2 个独立信号源时, ESPR II 算法的估计范围为 $\pm 0.3197^\circ$; 改进的 ESPR II 算法的估计范围为 $\pm 0.2474^\circ$; 当有 3 个独立信号源时, ESPR II 算法的估计范围为 $\pm 0.5424^\circ$; 改进的 ESPR II 算法的估计范围为 $\pm 0.3526^\circ$. 以上结果表明, 当信号源彼此独立时, 本文算法的分辨率高于 ESPR II 算法.

表 1 相关信号源到来方向比较

	$25^\circ, 15^\circ$	$-25^\circ, -15^\circ$	$30^\circ, 20^\circ, 10^\circ$	$15^\circ, 5^\circ, -5^\circ$
ESPR II	63.438 2; 20.174 8; -20.108 1; 14.147 5	16.837 7; -27.559 5; -74.528 0	43.183 3; 4.726 2; -45.310 5	
M-ESPR II	24.761 5; 15.232 8; -24.748 5; -15.242 1	29.908 4; 19.920 4; 10.171 1	14.665 1; 4.972 4; -4.653 0	

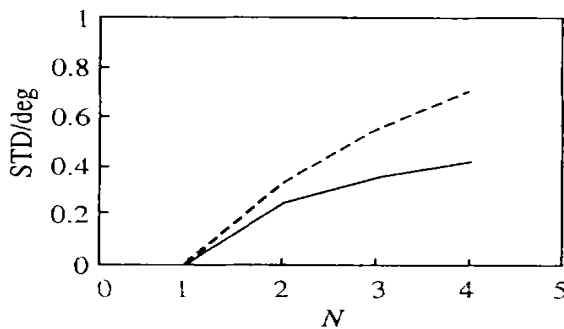


图 2 独立信号源到来方向估计

5 结 论

本文针对多径信号到来方向估计问题, 定义了能包含到来方向准确信息的空间平滑矩阵, 给出了利用平滑矩阵推定信号数目的方法. 在此基础上提出一种实用的空间平滑 ESPR II 算法, 较好地解决了多径传播环境中多径信号数目的推定问题. 该方法不仅适用于独立信号源, 而且适用于相关信号源, 在到来信号相关的情况下, 仍具有较高的分辨率, 且计算量较小.

(下转第 101 页)

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)} e^{-5s}$$

其中: $\omega_{180} = 0.4649, k_{-180} = 0.1455, k_0 = 1/6$ 则有

$$G_m(s) = \frac{1}{7.2102s+6} e^{-5.6617s}$$

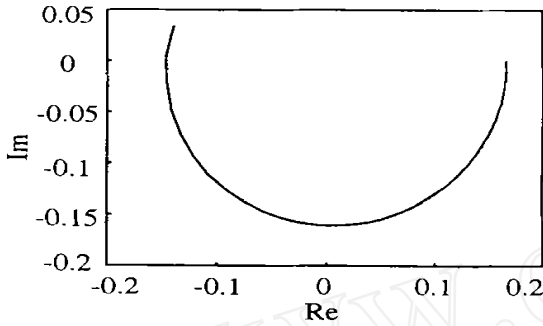


图 3 $G_p(s)$ 和 $G_m(s)$ 的 Nyquist 曲线

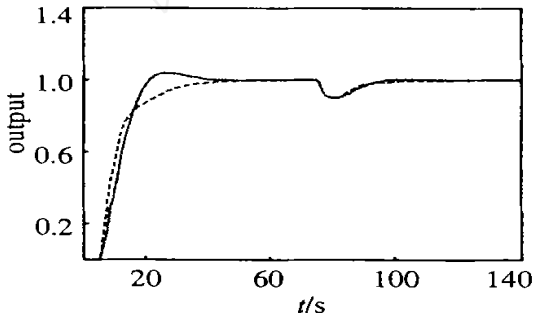


图 4 性能比较曲线

$G_p(s)$ 和 $G_m(s)$ 的 Nyquist 曲线如图 3 所示, 它们在频率 $\omega_b \sim \omega_{180}$ 范围内非常接近

PI 控制器为

$$G_c(s) = 0.637 + \frac{0.53}{s}$$

性能比较如图 4 所示(实线表示本文方法; 虚线表示 A-H 方法).

5 结 论

本文给出了简单而有效的 PI 控制器整定方法, 它对于大滞后过程能得到满意的控制效果. 该方法首先辨识出一个可反映大滞后过程的一阶加滞后模型; 然后基于鲁棒性能指标确定出 PI 控制器参数. 仿真实例表明了该方法的有效性和可行性.

参考文献 (References):

- [1] Ziegler J G, Nichols N B. Optimum settings for automatic controllers [J]. *IEEE Trans on A S M E*, 1942, 65: 433-444
- [2] Astrom K J, Hagglund T. Industrial adaptive controllers based on frequency response technique [J]. *A utom atica*, 1991, 27(4): 599-609
- [3] Wang Y G, Shao H H. Optimal tuning for PI controller [J]. *A utm atica*, 2000, 36(1): 147-152
- [4] Hang C C, Astrom K J, Ho W K. Refinements of the Ziegler-Nichols tuning formula [J]. *IEE P roc D*, 1991, 138(2): 111-118

(上接第 98 页)

参考文献 (References):

- [1] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. *IEEE Trans on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276-280
- [2] Roy R, Kailath T. ESPR II — estimation of signal parameters via rotational invariance techniques [J]. *IEEE Trans on A S S P*, 1989, 37 (7): 984-995
- [3] Shan T J, Wax M, Kailath T. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals [J]. *IEEE Trans on A S S P*, 1985, 3(4): 806-811
- [4] William s R T, Prasad S, Mahalanabis A K, et al An improved spatial smoothing technique for bearing estimation in a multipath environment [J]. *IEEE Trans on A S S P*, 1988, 36(4): 425-432
- [5] Wax M, Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria [J]. *IEEE Trans on A S S P*, 1985, 33 (2): 387-392
- [6] Godara L. Application of antenna arrays to mobile communications — Part II: Beam-forming and direction of arrival considerations [J]. *P roc IEEE*, 1997, 85(8): 1195-1245
- [7] 张贤达, 保铮. 通信信号处理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2000. 332-335