

文章编号: 1001-0920(2004)01-0117-03

## 基于灰色系统模型的预测函数控制方法研究

潘红华<sup>1,2</sup>, 胡家升<sup>1</sup>, 张圣云<sup>2</sup>, 汪德虎<sup>2</sup>

(1. 大连理工大学 电子与信息工程学院, 辽宁 大连 116024; 2 海军大连舰艇学院 舰炮武器系, 辽宁 大连 116018)

**摘要:** 以灰色系统模型为基础, 建立了一种预测函数控制方法. 分析了灰色系统建模、模型预测输出和控制量计算方程的求解. 通过仿真结果表明, 该算法具有鲁棒性好、跟踪快速和抑制干扰能力强等特点.

**关键词:** 灰色系统模型; 预测控制; 预测函数控制

中图分类号: TP273 文献标识码: A

### Study of predictive functional control algorithm based on grey system model

PAN Hong-hua<sup>1,2</sup>, HU Jia-sheng<sup>1</sup>, ZHANG Sheng-yun<sup>2</sup>, WANG De-hu<sup>2</sup>

(1. School of Electron and Information Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2 Department of Shipborne Weapon, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China Correspondent: PAN Hong-hua, E-mail: hhpan9793@online.ln.cn)

**Abstract:** An algorithm of predictive functional control based on grey system model is proposed. The problem of how to set up grey system model and how to calculate the output of predictive model and the equation of control law is addressed. The simulation results show that the algorithm of predictive functional control has better robustness, quick tracking and high control precision.

**Key words:** grey system model; predictive control; predictive functional control

### 1 引言

预测函数控制方法在石油、化工、冶金、军事、航空航天等许多领域得到了广泛的应用<sup>[1-3]</sup>. 但预测函数控制方法是建立在控制对象的预测模型基础之上, 而过程建模方法所建的模型具有不确定性和不完全性的特点, 影响了预测函数控制方法的控制性能. 灰色系统理论能较为真实地反映客观事物的本性, 建立的灰色系统模型可描述控制对象的不确定性和不完全性.

本文提出一种基于灰色系统模型的预测函数控制方法. 通过仿真结果表明, 该算法具有鲁棒性好、跟踪快速和抑制干扰能力强等特点.

### 2 基于灰色系统模型的预测函数控制方法

#### 2.1 灰色系统预测模型

实际的控制系统具有不确定性干扰、参数时变等特点, 因此可作为灰色系统<sup>[4,5]</sup>. 对于一单输入单输出系统, 其  $n$  个输入输出的观测数据为

$$(u_0(1), y_0(1)), (u_0(2), y_0(2)), \dots, (u_0(n), y_0(n)). \quad (1)$$

利用原始观测数据 (1), 可生成累加数据

$$u_1(i) = \sum_{k=1}^i u_0(k), y_1(i) = \sum_{k=1}^i y_0(k); \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

利用累加数据 (2), 可建立两个变量的一阶灰色系统

收稿日期: 2002-09-30; 修回日期: 2002-11-15

基金项目: 国家 863 计划 CMS 主题基金资助项目 (2002AA 412610).

作者简介: 潘红华 (1966—), 男, 浙江富阳人, 副教授, 博士, 从事预测控制、舰载武器控制等研究; 胡家升 (1941—), 男, 辽宁昌图人, 教授, 博士生导师, 从事光学和光电工程等研究.

模型 GM (1, 2):

$$dy_1(t)/dt + ay_1(t) = bu_1(t). \quad (3)$$

用最小二乘法可求得系数  $a$  和  $b$ , 即

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (R^T R)^{-1} R^T Y.$$

$$Y = [y_0(2) \quad y_0(3) \quad \dots \quad y_0(n)]^T,$$

$$R = \begin{bmatrix} -0.5(y_1(1) + y_1(2)) & u_1(2) \\ -0.5(y_1(2) + y_1(3)) & u_1(3) \\ \vdots & \vdots \\ -0.5(y_1(n-1) + y_1(n)) & u_1(n) \end{bmatrix}.$$

当得到新的观测数据  $(u_0(n+1), y_0(n+1))$  后, 应更新原有数据(1), 重新利用式(2) 计算  $a$  和  $b$  对于式(3), 按采样周期  $T$  离散化后, 可得

$$y_1(k+1) = (1-Ta)y_1(k) + Tbu_1(k).$$

利用差分算子, 上式可化为

$$y_0(k+1) = [(2-Ta) - (1-Ta)z^{-1}]y_0(k) + Tb[u_0(k) - u_0(k-1)] \quad (4)$$

### 2.2 预测函数控制方法

与其他预测控制算法不同的是, 预测函数控制方法认为控制量与一组相应于过程特性和跟踪设定值的基函数有关, 是基函数的线性组合. 基函数的形式为<sup>[1]</sup>

$$u(k+i) = \sum_{j=1}^N \mu_j(k) f_j(i). \quad (5)$$

其中:  $\mu_j(k)$  为基函数线性组合的权系数,  $f_j(i)$  为基函数在第  $i$  个采样周期的取值,  $N$  为基函数的阶数, 根据跟踪设定值和过程模型确定

对于式(4), 设  $A = 2 - Ta, B = 1 - Ta, C = Th$  则可推导出  $k + j$  时刻的模型输出

$$y_0(k+j) = E_j y_0(k) - F_j y_0(k-1) + G_{j-1}(j) u_0(k+j-1) + \dots + G_0(j) u_0(k) - H_j u_0(k-1). \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} E_j &= A E_{j-1} + B E_{j-2}, \\ E_1 &= A, E_2 = A^2 - B, \\ F_j &= A F_{j-1} + B F_{j-2}, \\ F_1 &= B, F_2 = AB, \\ G_i(j) &= A G_i(j-1) + B G_i(j-2), \\ G_i(i+1) &= C, \\ G_i(i+2) &= AC - C, \\ G_i(i) &= G_i(i-1) = \dots = G_i(1) = 0, \end{aligned}$$

$$H_j = A H_{j-1} + B H_{j-2},$$

$$H_1 = C, H_2 = AC.$$

将式(5) 代入式(6), 则式(6) 可化为

$$y_0(k+j) = E_j y_0(k) - F_j y_0(k-1) + [\mu_1(k) \quad \dots \quad \mu_N(k)] \begin{bmatrix} y_{L1}(j) \\ \vdots \\ y_{LN}(j) \end{bmatrix} - H_j u_0(k-1), \quad (7)$$

其中

$$y_{Li}(j) = G_{j-1}(j) f_i(j-1) + \dots + G_0(j) f_i(0).$$

参考轨迹形为

$$y_r(k+i) = c(k+i) - \alpha[c(k) - y_0(k)]$$

其中:  $y_r(k+i)$  为  $k+i$  时刻参考轨迹的值,  $c(k+i)$  为  $k+i$  时刻的跟踪设定值,  $\alpha = e^{-3T/T_r}$ ,  $T_r$  为期望闭环响应时间

在实施过程中, 预测函数控制方法选取几个拟合点, 使得在这些点的预测过程输出最接近于参考轨迹. 目标函数为

$$J = q \sum_{i=1}^s [y_0(k+h_i) - y_r(k+h_i)]^2 + \lambda [u_0(k) - u_0(k-1)]^2. \quad (8)$$

其中:  $q$  和  $\lambda$  为权系数;  $h_l (l=1, 2, \dots, s)$  为第  $l$  个拟合点的时刻, 以采样周期  $T$  为单位. 求解  $\frac{\partial J}{\partial \mu_i(k)} = 0$ , 可得  $[\mu_1(k) \quad \dots \quad \mu_N(k)]^T$ . 利用式(1) 可求得最优控制量计算方程

$$u_0(k) = V_{y0} y_0(k) + V_{y1} y_0(k-1) + V_{u0} u_0(k-1) - V_{c1} - V_{ck} c(k). \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} V_{y0} &= q M D E, \\ D &= \begin{bmatrix} y_{L1}(h_1) & \dots & y_{L1}(h_s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{LN}(h_1) & \dots & y_{LN}(h_s) \end{bmatrix}, \\ E &= [\alpha^{h_1} - E_{h_1} \quad \dots \quad \alpha^{h_s} - E_{h_s}]^T, \\ M &= [f_1(0) \quad \dots \quad f_N(0)] \times \\ &\quad \left[ q (D D^T) + \lambda \begin{bmatrix} f_1(0) & & \\ & \ddots & \\ & & f_N(0) \end{bmatrix} \right] \times \\ &\quad \left[ \begin{bmatrix} f_1(0) & \dots & f_N(0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1(0) & \dots & f_N(0) \end{bmatrix} \right]^{-1}, \\ V_{y1} &= q M D F, F = [F_{h_1} \quad \dots \quad F_{h_s}]^T, \end{aligned}$$

$$V_u = M (qDH + \lambda),$$

$$H = [H_{h_1} \dots H_{h_s}]^T,$$

$$\lambda = \lambda[1 \dots 1]_{N \times 1}^T, V_{cl} = qMDP,$$

$$P = [c(k+h_1) \dots c(k+h_s)]^T,$$

$$V_{ck} = qMDK, K = [\alpha^{h_1} \dots \alpha^{h_s}]^T.$$

### 3 数值仿真

针对一个二阶系统

$$G_m(s) = \frac{1}{10s^2 + 10s + 2},$$

实际被控对象为

$$G_p(s) = \frac{0.6}{8s^2 + 5s + 1},$$

跟踪幅值为 0.5 的阶跃设定值 当  $k > 100$  时, 存在

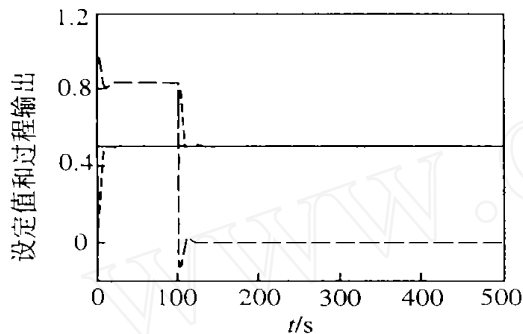


图 1 本文预测函数控制方法的仿真曲线

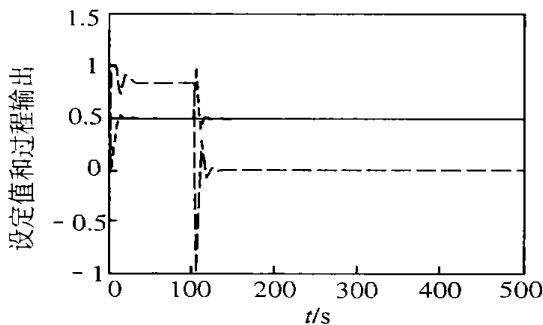


图 2 原有预测函数控制方法的仿真曲线

外部干扰  $d(k) = 0.5$

采用本文的预测函数控制方法, 其仿真结果如图 1 所示; 而用原有基于状态方程的预测函数控制方法<sup>[1]</sup>, 其仿真结果如图 2 所示 其中: 实线表示设定值  $c$ , 点线表示过程输出  $y$ . 比较两图可以看出, 本文预测函数控制方法没有超调, 具有更好的鲁棒性, 跟踪快速, 抑制干扰能力强

### 4 结 论

本文基于灰色系统模型建立了预测函数控制算法 通过数值仿真表明, 该算法不仅比一般基于状态方程的算法<sup>[1]</sup>更优, 即鲁棒性好、跟踪快速和抑制干扰能力强, 而且建模简单, 可描述系统的不确定性和不完全性, 因此具有更广泛的应用范围

### 参考文献(References):

- [1] Richalet J. Predictive functional control: Application to fast and accurate robots [A]. *Proc 10th IFA C World Congress*[C]. Munich, 1987. 431-434
- [2] Didier C S. Computer aided design of weapon system guidance and control with predictive functional control technique [A]. *AGARD Conf: Software for Guidance of Control*[C]. Greece, 1991. 725-730
- [3] 潘红华, 苏宏业, 胡剑波, 等. 预测函数控制及其在导弹控制系统设计中的应用[J]. *火力与指挥控制*, 2000, 25(1): 56-59  
(Pan Hong-hua, Su Hong-ye, Hu Jian-bo, et al. Predictive functional control and its application in missile control system [J]. *Fire Control and Comm and Control*, 2000, 25(1): 56-59.)
- [4] 邓聚龙. 灰色控制系统[M]. 武汉: 华中工学院出版社, 1987. 293-302
- [5] 罗开元, 高峰, 胡利蕊. 灰色广义预测控制算法及仿真研究[J]. *控制理论与应用*, 2002, 19(2): 207-210  
(Luo Kai-yuan, Gao Feng, Hu Li-rui. Grey general predictive control and simulation study [J]. *Control Theory and Applications*, 2002, 19(2): 207-210.)

(上接第 116 页)

### 参考文献(References):

- [1] Somolines A. Stability of Lurie-type functional equations[J]. *J of Differential Equations*, 1977, 26(2): 191-199
- [2] Gan Z, Ge W, Zhao S, et al. Robust absolute stability of general Lurie type nonlinear control systems [J]. *Mathematics Applications*, 1999, 12(1): 121-124
- [3] Nian Xiao-hong. Delay dependent conditions for absolute stability of Lurie type control systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25(4): 564-566
- [4] Nian Xiao-hong, Wang Tian-cheng. Robust absolute stability criteria of Lurie control systems via LM I [J]. *J of Changsha Railway University*, 2000, 18(4): 74-79
- [5] Yu Li. On the absolute stability of a class of time-delay systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(5): 781-784.
- [6] Yu Li. Optimal guaranteed cost control for uncertain discrete-time linear systems [J]. *Control Theory and Applications*, 1999, 16(5): 639-642