

文章编号: 1001-0920(2004)01-0012-05

具有区域极点和方差约束的 Delta 算子 系统鲁棒 H_∞ 滤波

张端金¹, 吴捷²

(1. 郑州大学 信息工程学院, 河南 郑州 450052; 2. 华南理工大学 电力学院, 广东 广州 510640)

摘 要: 研究 Delta 算子不确定系统在误差方差约束和区域极点约束下的鲁棒 H_∞ 滤波问题. 针对多目标 H_∞ 滤波问题, 采用代数矩阵不等式方法, 提出滤波器的存在条件和显式表达式. 所得结果可将连续系统和离散系统的有关结果统一到 Delta 算子框架.

关键词: 不确定系统; Delta 算子; H_∞ 滤波; 极点配置

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Robust H_∞ filtering for Delta operator formulated systems with circular pole and error variance constraints

ZHANG Duan-jin¹, WU Jie²

(1. College of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450052, China; 2. Electric Power College, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China. Correspondent: ZHANG Duan-jin, Email: djzhang@zzu.edu.cn)

Abstract: The problem of robust H_∞ filtering for the Delta operator formulated uncertain discrete time system with error variance and circular pole constraints is studied. The system under consideration is subject to norm-bound time-invariant uncertainties in both the state and output matrices. A robust filter is designed to guarantee that the filtering process is D -stable, the steady-state estimation error variance of each state is not more than the individual prespecified value, and the H_∞ norm of the transfer function from noise inputs to error state outputs meets given upper bound. In terms of algebraic matrix inequality approach, such multi-objective H_∞ filtering problem is solved, and both the existence conditions and explicit expression of the desired filter are developed. The proposed results bring previous related conclusions of continuous and discrete-time systems into the unified Delta form.

Key words: uncertain systems; Delta operator; H_∞ filtering; pole assignment

1 引 言

连续系统和离散系统的滤波理论经历了最优滤波和鲁棒滤波两个阶段. 一般情况下, 最优滤波可分为维纳滤波、卡尔曼滤波和现代时间序列分析方法. 将含有不确定性和未建模动态的系统滤波问题统称为鲁棒滤波. 在鲁棒滤波设计中, 卡尔曼滤波和

H_∞ 滤波的研究取得了丰富成果.

Delta 算子是一种新的离散化方法, 它不仅避免了传统的移位算子方法在高速采样时引起的病态条件问题, 而且当采样周期趋于零时, Delta 算子离散化模型趋近于原来的连续模型, 所得结果也趋于连续情形的相应结果. 它在自动控制和信号处理领域

收稿日期: 2002-09-09; 修回日期: 2002-11-26

基金项目: 中国博士后科学基金资助项目([2000]31); 河南省自然科学基金资助项目(0311011600).

作者简介: 张端金(1966—), 男, 湖北荆州人, 教授, 博士后, 从事鲁棒控制与鲁棒滤波等研究; 吴捷(1937—), 男, 河北乐亭人, 教授, 博士生导师, 从事自适应控制、电力系统优化与控制等研究.

获得了许多成果^[1]. 目前, Delta 算子系统的鲁棒滤波取得一些新的进展. 文献[2, 3]研究了Delta 算子描述的不确定系统在稳态估计误差方差约束下的鲁棒滤波问题.

本文进一步研究Delta 算子系统在误差方差约束和区域极点约束下的H 鲁棒滤波问题. 采用代数矩阵不等式方法, 给出了多目标H 滤波器的存在条件和显式表达式. 基于Delta 算子描述, 统一处理连续和离散系统的H 滤波问题.

2 问题描述

Delta (δ) 算子定义为^[4]

$$\delta = (q - 1)/T. \tag{1}$$

其中: T 为采样周期; q 为前向移位算子, 即 $qx(t) = x(t + 1)$.

Delta 算子系统的稳定域是在 \mathcal{Y} 平面上以 $(-1/T, 0)$ 为圆心, $1/T$ 为半径的圆盘区域 $D(-1/T, 1/T)$. 其中: $\mathcal{Y} = (z - 1)/T$ 为 δ 算子的变换域变量, z 为 q 算子的变换域变量. 显然, $|z| < 1$, 当且仅当 \mathcal{Y} 满足 $\text{Re}\{\mathcal{Y}\} + \frac{T}{2}|\mathcal{Y}|^2 < 0$, 或表示为 $\mathcal{Y} \in D(-1/T, 1/T)$.

考虑Delta 算子描述的不确定系统

$$\begin{cases} \delta x(t) = (A + \Delta A)x(t) + D_1 w(t), \\ y(t) = (C + \Delta C)x(t) + D_2 w(t), \\ z(t) = Lx(t). \end{cases} \tag{2}$$

其中: $x(t) \in R^n$ 为系统的状态变量, $y(t) \in R^p$ 为系统的测量输出, $z(t)$ 为待估计的信号, $w(t)$ 为均值为零, 方差为单位阵的高斯白噪声, A, C, L, D_1, D_2 均为适当维数的常值矩阵, ΔA 和 ΔC 为未知的范数有界不确定性, 且有下列形式:

$$\begin{bmatrix} \Delta A \\ \Delta C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} FN. \tag{3}$$

其中: M_1, M_2 和 N 为已知的常值矩阵; F 为不确定参数矩阵, 且满足

$$FF^T \leq I. \tag{4}$$

若式(3)和(4)成立, 则不确定性 ΔA 和 ΔC 称为容许的.

假设 1 对于所有容许的不确定性 ΔA , 系统(2)是稳定的. 即存在矩阵 $Q > 0$, 使得

$$\begin{aligned} & [I + T(A + \Delta A)] \frac{Q}{T} [I + \\ & T(A + \Delta A)]^T - \frac{Q}{T} < 0 \end{aligned}$$

假设 2 系统(2)中的矩阵 A 是非奇异的. 考虑如下线性滤波器:

$$\begin{cases} \hat{\delta x}(t) = G\hat{x}(t) + Ky(t), \\ \hat{z}(t) = Lx(t). \end{cases} \tag{5}$$

其中: $\hat{x}(t) \in R^n$ 为状态的估计, $\hat{z}(t) \in R^m$ 为 $z(t)$ 的估计, G 和 K 是待定的滤波器参数.

定义状态估计误差 $e(t)$ 和输出估计误差 $e_z(t)$ 分别为

$$\begin{cases} e(t) = x(t) - \hat{x}(t), \\ e_z(t) = z(t) - \hat{z}(t). \end{cases} \tag{6}$$

则由式(2)和(5)可得到增广系统的闭环方程

$$\begin{cases} \delta x_f(t) = (A_f + \Delta A_f)x_f(t) + D_f w(t), \\ e_z(t) = C_f x_f(t). \end{cases} \tag{7}$$

其中

$$x_f(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix}, A_f = \begin{bmatrix} A & 0 \\ A - G - KC & G \end{bmatrix},$$

$$D_f = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_1 - KD_2 \end{bmatrix}, C_f = [0 \quad L],$$

$$\Delta A_f = M_f FN_f, M_f = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_1 - KM_2 \end{bmatrix},$$

$$N_f = [N \quad 0]$$

由式(7)和Delta 算子的定义, 有

$$\begin{aligned} x_f(t + 1) = & [I + T(A_f + \Delta A_f)]x_f(t) + TD_f w(t). \end{aligned} \tag{8}$$

若增广系统(7)稳定, 则稳态状态协方差

$$\begin{aligned} X = \lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} E[x_f(t)x_f^T(t)] = & \begin{bmatrix} X_{xx} & X_{xe} \\ X_{xe}^T & P \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{9}$$

且满足Lyapunov 方程

$$\begin{aligned} X = [I + T(A_f + \Delta A_f)]X[I + & T(A_f + \Delta A_f)]^T + T^2 D_f D_f^T. \end{aligned} \tag{10}$$

式(9)中的 $P = \lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} E[e(t)e^T(t)]$, 表示稳态估计误差的方差.

本文的目的是设计滤波器参数 G 和 K , 使得对于所有容许的不确定性 ΔA 和 ΔC , 下列指标同时满足:

1) 滤波方程(5)或增广系统(7)是渐近稳定的, 且闭环系统(7)的所有极点位于 $D(a, r)$ 区域, 并有

$$\begin{aligned} \lambda(A_f + \Delta A_f) & \subset D(a, r), \\ |a| + r & < 2/T, \quad r < 1/T. \end{aligned}$$

2) 从 $w(t)$ 到 $e_z(t)$ 的传递函数 $T_{we}(\mathcal{Y})$ 的H 范数满足

$$\begin{aligned} T_{we}(\mathcal{Y}) = & C_f (\mathcal{Y}I - A_f - \Delta A_f)^{-1} D_f < \mathcal{Y}. \end{aligned}$$

其中: $\mathcal{Y}_i > 0$ 为给定常数, $T_{we}(\mathcal{Y})$ 的 H 范数定义为

$$T_{we}(\mathcal{Y}) = \sup_{\substack{\mathcal{Y} \in (e^{j\theta} - 1)/T \\ w \in L_2}} \alpha_{\max}(T_{we}(\mathcal{Y})) = \sup_{w \in L_2} z^2 / w^2$$

式中 $\alpha_{\max}(\bullet)$ 表示最大奇异值, $v \in L_2$ 的定义为

$$\|v\|_2 = [S_{\tau=0} v^T(t) v(t) dt]^{1/2} < \infty$$

式中 S_{τ} 表示连续时间的 Riemann 积分或离散时间的 Riemann 求和

3) 稳态估计误差协方差 P 满足 $[P]_{ii} = \sigma_i^2$ 其中: $\sigma_i^2 (i = 1, 2, \dots, n)$ 表示稳态估计误差的方差约束, $[P]_{ii}$ 为矩阵 P 的第 i 个对角元素

3 主要结果

引理 1^[5] 设 A_f, N_f, Q_f, F, M_f 为适当维数的矩阵, F 满足 $FF^T = I, \Delta A_f = M_f F N_f$. 若存在 $\epsilon > 0$ 和 $Q_f > 0$, 使得 $\epsilon I - N_f Q_f N_f^T > 0$, 则有

$$(A_f + \Delta A_f) Q_f (A_f + \Delta A_f)^T + A_f (Q_f^{-1} - \epsilon^{-1} N_f^T N_f)^{-1} A_f^T + M_f M_f^T$$

引理 2 设 X 和 Y 为适当维数的矩阵, $\epsilon > 0$ 为常数, 则有

$$(X^{-1} - \epsilon^{-1} Y^T Y)^{-1} = X + X Y^T (\epsilon I - Y X Y^T)^{-1} Y X$$

引理 3^[6] 矩阵 $A \in R^{n \times n}$ 的特征根位于图 1 所示圆形区域 $D(a, r)$ 内, 当且仅当存在正定矩阵 $Q > 0$, 满足

$$(I + TA_a) \frac{Q}{T} (I + TA_a)^T - \frac{Q}{T} < 0, A_a = \frac{A - aI - (1/T)I}{rT}$$

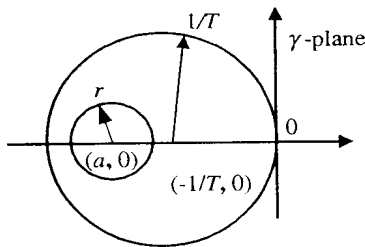


图 1 Delta 算子圆形区域 $D(a, r)$ 的极点配置

定义 1 给定常数 $\mathcal{Y}_i > 0$, 如果存在滤波器和矩阵 $Q_f > 0$, 使得对于所有容许的不确定性 ΔA 和 ΔC , 增广系统 (7) 满足

$$(I + TA_{fr}) \frac{Q_f}{T} (I + TA_{fr})^T - \frac{Q_f}{T} + \beta(I + TA_{fc}) Q_f C_f^T (\mathcal{Y}_i I - TC_f Q_f C_f^T)^{-1} C_f Q_f (I + TA_{fc})^T + \beta D_f D_f^T < 0, \quad (11)$$

和 $\mathcal{Y}_i I - TC_f Q_f C_f^T > 0$, 则称 Delta 算子系统 (2) 是 D

稳定的, 且有 H 性能 \mathcal{Y}_i . 其中

$$A_{fc} = A_f + \Delta A_f, A_{fr} = \frac{A_{fc} - aI - (1/T)I}{rT}, \beta = \frac{rT + |1 + aT|}{r^2 T^2} > 0$$

注 1 式 (11) 还可表示为如下形式:

$$A_f Q_f + Q_f A_{fr}^T + TA_f Q_f A_{fr}^T + \beta(I + TA_{fc}) Q_f C_f^T (\mathcal{Y}_i I - TC_f Q_f C_f^T)^{-1} C_f Q_f (I + TA_{fc})^T + \beta D_f D_f^T < 0$$

注 2 当不考虑区域极点配置约束, 即取 $D(a, r) = D(-1/T, 1/T)$ 时, 定义 1 仅涉及 H 滤波问题. 在这种情况下, 令 $T = 1, A = TA + I$, 本文结果将退化为离散系统 H 滤波^[7]. 令 $T = 0$, 并利用注 1, Delta 算子 H 滤波即为连续系统的滤波问题^[5].

定理 1 如果 Delta 算子不确定系统 (2) 是 D 稳定的, 且有 H 指标 \mathcal{Y}_i , 则存在滤波器参数 G 和 K , 使得对于所有容许的不确定性, 增广系统 (7) 的极点位于圆形区域 $D(a, r)$ 内, 且干扰输入 $w(t)$ 到输出误差 $e_z(t)$ 的传递函数的 H 范数满足 $T_{we}(\mathcal{Y}) < \mathcal{Y}_i$.

由引理 3 和定义 1, 类似于文献 [8] 中定理 3.1 的证明过程即可证得, 此略

引入如下记号:

$$a_1 = 2 + aT - rT, \theta = rT\sqrt{\beta}, \tilde{Q}_2 = \frac{Q_2}{T} + \theta Q_2 L^T (\mathcal{Y}_i I - TLQ_2 L^T)^{-1} LQ_2, R_1 = [\frac{Q_1}{T} + Q_1 N^T (\epsilon I - TNQ_1 N^T)^{-1} \times NQ_1] T (I + TA - a_1 I)^T, R_2 = R_1^{-1} T (Q_1^{-1} - \epsilon^{-1} TN^T N)^{-1} (R_1^{-1})^T, R_{11} = M M^T + \Theta D_1 D_1^T, R_{12} = M M^T + \Theta D_1 D_2^T, R_{22} = M M^T + \Theta D_2 D_2^T, \bar{A} = A + R_{11} R_1^{-1}, \bar{C} = C + R_2^{-1} R_1^{-1}, R = T \bar{C} T \tilde{Q}_2^{-1} \bar{C}^T + R_2^{-1} R_2 R_{12} + R_{22}, \Theta = [(I + T \bar{A}) \tilde{Q}_2 - a_1 \frac{Q_2}{T}] T \bar{C}^T + R_{11} R_2 R_{12} + R_{12}$$

定理 2 假定 Delta 算子系统 (2) 是稳定的, 如果存在常数 $\epsilon > 0$ 和 $\mathcal{Y}_i > 0$, 使得下列两个 Riccati 不等式:

$$\begin{aligned} & (I + TA - a_1I) \frac{Q_1}{T} (I + TA - a_1I)^T - \\ & r^2 T^2 \frac{Q_1}{T} + (I + TA - a_1I) Q_1 N^T (E I - \\ & TN Q_1 N^T)^{-1} N Q_1 (I + TA - a_1I)^T + R_{11} < 0; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & [(I + TA) \tilde{Q}_2 - a_1 \frac{Q_2}{T} \tilde{Q}_2^{-1} [(I + TA) \tilde{Q}_2 - \\ & a_1 \frac{Q_2}{T}]^T + (a_1^2 - r^2 T^2) \frac{Q_2}{T} - a_1^2 \frac{Q_2}{T} \tilde{Q}_2^{-1} \frac{Q_2}{T} - \\ & \Theta R^{-1} \Theta^T + R_{11} R_2 R_{11}^T + R_{11} < 0 \end{aligned} \quad (13)$$

分别有正定解 $Q_1 > 0$ 和 $Q_2 > 0$, 且满足

$$E I - TN Q_1 N^T > 0, Y_1 I - TL Q_1 L^T > 0 \quad (14)$$

则由 $K = \Theta R^{-1}$ 和 $G = \bar{A} - K \bar{C}$ 定义的滤波器(5), 将使对于容许的不确定性 ΔA 和 ΔC , 有:

- 1) 增广系统(7) 是 D 稳定的, 即 $\lambda(A_f + \Delta A_f) \subset D(a, r)$;
- 2) 稳态误差协方差 P 存在且满足 $P \leq Q_2$;
- 3) $T_w e(Y) < Y_k$.

证明 令

$$\begin{aligned} N_{f1} &= TN_f, \Delta A_{f1} = T \Delta A_f, N_1 = TN, \\ Q_{f1} &= \frac{Q_f}{T}, Q_f = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

则式(11) 可改写为

$$\begin{aligned} & [(I + TA_{fc})M - a_1 Q_{f1}] M^{-1} [(I + \\ & TA_{fc})M - a_1 Q_{f1}]^T + W < 0 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} M &= Q_{f1} + \Theta Q_f C_f^T [Y_1 I - T C_f Q_f C_f^T]^{-1} C_f Q_f, \\ W &= (a_1^2 - r^2 T^2) Q_{f1} + \Theta D_f D_f^T - \\ & a_1^2 Q_f M^{-1} Q_{f1} < 0 \end{aligned}$$

根据定义 1 和引理 1, 增广系统(7) 具有 D 稳定和 H 性能的充分条件为

$$\begin{aligned} & [(I + TA_{fc})M - a_1 Q_{f1}] M^{-1} [(I + \\ & TA_{fc})M - a_1 Q_{f1}]^T + W \\ \Omega &= \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{12}^T & \Omega_{22} \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \Omega_{11} &= \\ & (I + TA - a_1I) \left[\frac{Q_1}{T} + Q_1 N^T (E I - \\ & TN Q_1 N^T)^{-1} N Q_1 (I + TA - a_1I)^T - \right. \\ & \left. r^2 T^2 \frac{Q_1}{T} + \Theta M^{-1} \Theta^T + \Theta D_1 D_1^T, \right. \\ \Omega_{22} &= \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & (A - G - KC) [Q_1^{-1} - \epsilon^1 TN^T N]^{-1} (I + \\ & TA - a_1I)^T + \Theta M_1 (M_1 - KM_2)^T + \\ & \Theta D_1 (D_1 - KD_2)^T, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Omega_{22} &= \\ & [(I + TG) \tilde{Q}_2 - a_1 \frac{Q_2}{T} \tilde{Q}_2^{-1} [(I + \\ & TG) \tilde{Q}_2 - a_1 \frac{Q_2}{T}] + (A - G - KC) T \times \\ & [Q_1^{-1} - \epsilon^1 TN^T N]^{-1} (A - G - KC)^T + \\ & \epsilon (M_1 - KM_2) (M_1 - KM_2)^T + \\ & \Theta (D_1 - KD_2) (D_1 - KD_2)^T + \\ & (a_1^2 - r^2 T^2) \frac{Q_2}{T} - a_1^2 \frac{Q_2}{T} \tilde{Q}_2^{-1} \frac{Q_2}{T}. \end{aligned} \quad (18)$$

式(15) 的充分条件是 $\Omega_{12} = 0, \Omega_{11} < 0, \Omega_{22} < 0$ 令 $\Omega_{12} = 0$, 则有

$$\begin{aligned} G &= A - KC + R_{11} R_1^{-1} - K^T R_{12} R_1^{-1} = \\ & \bar{A} - K \bar{C}. \end{aligned} \quad (19)$$

将式(19) 代入式(18), 得

$$\begin{aligned} \Omega_{22} &= \\ & [(I + TG) \tilde{Q}_2 - a_1 \frac{Q_2}{T} \tilde{Q}_2^{-1} [(I + \\ & TG) \tilde{Q}_2 - a_1 \frac{Q_2}{T}] + (a_1^2 - r^2 T^2) \frac{Q_2}{T} - \\ & a_1^2 \frac{Q_2}{T} \tilde{Q}_2^{-1} \frac{Q_2}{T} - \Theta R^{-1} \Theta^T + R_{11} R_2 R_{11}^T + \\ & R_{11} + (K - \Theta R^{-1}) R (K - \Theta R^{-1})^T. \end{aligned} \quad (20)$$

若 $K = \Theta R^{-1}$, 则条件 $\Omega_{22} < 0$ 可写为式(13). 在式(16) 中利用引理 2, $\Omega_{11} < 0$ 的条件即为式(12).

下面考虑由式(9) 定义的稳态误差的方差, 经过适当推导可得

$$\begin{aligned} & [I + T(A_f + \Delta A_f)] (Q_f - X) [I + \\ & T(A_f + \Delta A_f)]^T - (Q_f - X) < 0 \end{aligned} \quad (21)$$

由于 $A_f + \Delta A_f$ 渐近稳定, 由式(21) 得 $Q_f - X > 0$, 则有

$$Q_2 - P = [0 \ I_n] (Q_f - X) [0 \ I_n]^T > 0$$

因此, 在 $\sigma_i^2 [Q_2]_{ii} (i = 1, 2, \dots, n)$ 的假设下, 可得出 $\text{var}[e_i] = [P]_{ii} < [Q_2]_{ii} - \sigma_i^2$.

注 3 定理 2 给出了 Delta 算子系统的多目标鲁棒 H 滤波问题可解的充分条件. 求解顺序是先由式(12) 解出 Q_1 , 再由式(13) 解出 Q_2 .

4 结 论

本文研究 Delta 算子描述的不确定系统在区域极点约束和误差方差约束下的 H 滤波问题, 根据代数矩阵不等式方法, 提出了满足多指标约束的滤

波器的存在条件和显式表达式 所得结果可将连续系统和离散系统 H_∞ 滤波的有关结果统一到Delta算子框架

参考文献(References):

- [1] 张端金, 王忠勇, 吴捷 系统控制和信号处理中的Delta算子方法[J] 控制与决策, 2003, 18(4): 385-391
(Zhang D J, Wang Z Y, Wu J. Survey on systems control and signal processing using the delta operator [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(4): 385-391.)
- [2] 邵锡军, 杨成梧 具有约束方差的不确定性Delta算子系统的鲁棒滤波器设计[J] 兵工学报, 2001, 22(3): 312-316
(Shao X J, Yang C W. Robust filter design of delta operator systems with time varying uncertainty and error variance constraints [J]. *Acta Automatica*, 2001, 22(3): 312-316.)
- [3] 张端金, 王忠勇, 吴捷 Delta算子描述的离散系统鲁棒滤波[J] 系统工程与电子技术, 2003, 25(1): 71-73
(Zhang D J, Wang Z Y, Wu J. Robust filtering for delta operator formulated discrete time systems [J]. *System Engineering and Electronics*, 2003, 25(1): 71-73.)
- [4] Middleton R H, Goodwin G C. Improved finite word length characteristics in digital control using delta operators [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1986, 31(11): 1015-1021.
- [5] Wang Z, Huang B. Robust H_2/H_∞ filtering for linear systems with error variance constraints [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2000, 48(8): 2463-2467.
- [6] 张端金, 吴捷, 杨成梧 Delta算子系统圆形区域极点配置的鲁棒性[J] 控制与决策, 2001, 16(3): 337-340
(Zhang D J, Wu J, Yang C W. Robustness of pole assignment in a circular region for delta operator systems [J]. *Control and Decision*, 2001, 16(3): 337-340.)
- [7] Yang F, Hung Y S. Robust H_∞ filtering with error variance constraints for uncertain discrete time systems [A]. *Proc IEEE Int Conf on Control Applications* [C]. Anchorage, 2000. 635-640.
- [8] Zhang D J, Wu J. Robust H_∞ control for the delta operator formulated uncertain systems with circular pole constraints [A]. *Proc Int Conf on Control and Automation* [C]. Xiamen, 2002. 2377-2381.
- [29] Petyne D L, Cassandras C G. Optimal control of hybrid systems in manufacturing [J]. *Proc of the IEEE*, 2000, 88(7): 1108-1123.
- [30] Hedlund S, Rantzer A. Optimal control of hybrid systems [A]. *Proc 38th CDC* [C]. Phoenix, 1999. 3972-3977.
- [31] 秦世引, 宋永华 混杂控制系统的结构体系分析[J] 电力系统自动化, 2000, 24(11): 5-9
(Qin Shi-yin, Song Yong-hua. The analysis of architecture of hybrid control systems [J]. *Automation of Electric Power Systems*, 2000, 24(11): 5-9.)
- [32] Antsaklis P J, Lemmon M D. Special issue on hybrid systems [J]. *Discrete Event Dynamical Systems: Theory and Applications*, 1998, 8(2): 99-131.
- [33] Henzinger T A, Sastry S. *Hybrid Systems: Computation and Control — Lecture Notes in Computer Science* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1998.
- [34] Vaandrager F W, Van Schuppen J H. *Hybrid Systems: Computation and Control — Lecture Notes in Computer Science* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1999.
- [35] Tomlin C J, Greenstreet M R. *Hybrid Systems: Computation and Control — Lecture Notes in Computer Science* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2002.
- [36] 郑大钟, 赵千川 离散事件动态系统[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.

(上接第11页)