文章编号: 1001-0920(2004)01-0022-05

基于后推设计的直接自适应模糊控制

张天平, 张惠艳, 顾海军
(扬州大学 信息工程学院, 江苏 扬州 225009)

摘　要: 针对一类严格反馈不确定非线性动态系统, 提出一种直接鲁棒自适应模糊控制新方案. 利用模糊系统的逼近能力、后推设计方法和积分型李亚普诺夫函数, 依次确定各虚拟控制及模糊系统中可调参数的自适应律, 并最终确定出控制律. 为改善控制系统的性能, 引入逼近误差的自适应补偿项. 通过李亚普诺夫方法, 证明了闭环系统是一致终结有界的. 仿真结果表明了该方法的有效性.

关键词: 严格反馈非线性系统; 后推; 模糊控制; 自适应控制; 李亚普诺夫稳定性
中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Direct adaptive fuzzy control based on backstepping technique

ZHANG Tian-ping, ZHANG Hui-yan, GU Hai-jun
(College of Information Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225009, China. Correspondent: ZHANG Tian-ping, E-mail: tpzhang@mail.yzu.edu.cn)

Abstract: A novel scheme of direct robust adaptive fuzzy control for a class of strict-feedback uncertain nonlinear systems is proposed. By utilizing the approximation capability of fuzzy systems, backstepping technique and Lyapunov function of integral type, each virtual control and the adaptation law of the adjustable parameters in the fuzzy systems are determined in turn. Finally, the control law is determined. The adaptive compensation term of the approximation error is introduced to improve the control performance of the closed-loop system. By Lyapunov method, the closed-loop control system is shown to be uniformly ultimately bounded. Simulation results illustrate the effectiveness of the proposed approach.

Key words: strict feedback nonlinear systems; backstepping; fuzzy control; adaptive control; Lyapunov stability

1　引　　言

近年来, 基于普适估计器的不确定非线性动态系统自适应控制已成为控制理论研究的热点之一, 并取得了一些研究结果[1~8]. 其主要思想是利用模糊系统、神经网络等逼近系统的不确定性, 基于李亚普诺夫方法确定模糊系统或神经网络中可调参数的自适应律, 结合鲁棒控制、滑模控制及后推设计方法来保证控制系统的稳定性. 文献[1~4]主要讨论一类非线性规范型的自适应控制问题. 文献[5,6]利用后推技术, 针对一类严格反馈非线性系统及多层神经网络, 分别提出了直接自适应神经网络控制策略. 文献[5]中控制策略计算量较大, 而文献[6]中控制结构虽然简单, 但需要虚拟控制增益的导数上界已知.

本文基于后推设计方法和修改的积分型李亚普诺夫函数, 并利用模糊系统的逼近能力, 提出一种鲁棒自适应模糊控制器设计的新方案. 利用李亚普诺夫方法, 证明闭环控制系统是一致终结有界的, 跟踪误差收敛到一个小的残差集内. 与已有研究结果相比, 本文提出的控制方案具有以下特点: 1) 虚拟控制

收稿日期: 2002-11-12; **修回日期**: 2003-02-13.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60074013, 69934010); 扬州大学信息科学学科群基金项目(ISG030606).
作者简介: 张天平(1964—), 男, 江苏泰兴人, 教授, 博士, 从事自适应控制、模糊控制等研究; 张惠艳(1978—), 女, 江苏扬州人, 硕士, 从事自适应控制、模糊控制的研究.

及控制律结构简单; 2) 反馈增益为常数, 避免了虚拟控制和控制律中所需的函数积分计算; 3) 引进逼近误差补偿项, 进一步改善了控制系统的性能; 4) 无需虚拟控制增益的导数上界已知的假设.

2　问题描述及基本假设

考虑如下一类严格反馈非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(x_1,\cdots,x_i) + g_i(x_1,\cdots,x_i)x_{i+1}, \\ \qquad i = 1,\cdots,n-1; \\ \dot{x}_n = f_n(x_1,\cdots,x_n) + g_n(x_1,\cdots,x_n)u; \\ y = x_1. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $\bar{x}_n = (x_1,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}} \in R^n$ 是状态向量; $f_1(x_1)$, $f_2(\bar{x}_2)$, $\cdots$, $f_n(\bar{x}_n)$ 和 $g_1(x_1)$, $g_2(\bar{x}_2)$, $\cdots$, $g_n(\bar{x}_n)$ 是未知连续函数, $\bar{x}_i = (x_1,\cdots,x_i)^{\mathrm{T}}$, $i = 1,\cdots,n$; u 是控制输入, y 是系统输出.

控制目标要求系统输出 y 尽可能好地跟踪一个指定的期望轨迹 y_d. 因此, 问题是设计一个控制律 u, 使得闭环系统一致终结有界, 跟踪误差收敛到一个小的残差集内. 定义跟踪误差 $z_1 = y - y_d = x_1 - y_d$.

假设 1　存在正常数 g_{i0} 和 g_{i1}, 使得 $0 < g_{i0} \le g_i(\bar{x}_i) \le g_{i1}$, $\forall \bar{x}_i \in R^i$, $i = 1,\cdots,n$, 且 $g_i(\bar{x}_i)$ $(\forall t \ge 0)$ 是可微的.

假设 2　期望的轨迹向量 x_{id} 是连续的, 且 $x_{id} \in \Omega_{id} \subset R^{i+1}$, $i = 1,\cdots,n$. 其中: $x_{id} = (y_d, \dot{y}_d, \cdots, y_d^{(i)})^{\mathrm{T}}$, Ω_{id} 是已知的有界闭集.

模糊系统不但能利用传感器测得的数字信息, 而且能利用专家的语言信息, 这一点是其他普适估计器无法做到的. 因此, 本文采用具有线性可调参数的第 1 类模糊系统逼近未知连续函数. 具有 M 条模糊规则的模糊系统为

R^l: If x_1 is A_1^l, x_2 is A_2^l, $\cdots$, x_n is A_n^l,

Then y is B^l, $l = 1,\cdots,M$.

若采用单点模糊化、乘积推理和重心清晰化方法, 则上述模糊系统的输出可表示为

$$y = \frac{\sum_{l=1}^{M} y^l \left[\prod_{i=1}^{3} \mu_{A_i^l}(x_i)\right]}{\sum_{l=1}^{M} \prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^l}(x_i)} = \theta^{\mathrm{T}} \xi(x). \tag{2}$$

其中: $x = (x_1,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}$, $\theta = (y^l,\cdots,y^M)^{\mathrm{T}}$, $\xi(x) = (p_1(x),\cdots,p_M(x))^{\mathrm{T}}$, 且

$$p_l(x) = \frac{\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^{M} \prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^l}(x_i)}, \ l = 1,\cdots,M.$$

称为模糊基函数, 模糊集 A_i^l 的隶属度函数为 $\mu_{A_i^l}(x_i) = \exp\left(-\left(\dfrac{x_i - a_i^l}{b_i^l}\right)^2\right)$, y^l 是正规模糊集的峰值, 即 $\mu_{B^l}(y^l) = 1$. 根据文献[1], 上述模糊系统可作为普适估计器.

假设 3　对于给定的连续函数 $h(x)$ 及有界闭区域 Ω_x, 存在理想的可调参数向量 θ^* 及正常数 ϵ^*, 使得

$$\left|\theta^{*\mathrm{T}}\xi(x) - h(x)\right| \le \epsilon^*, \ \forall x \in \Omega_x.$$

3　自适应模糊控制器的设计

采用后推方法设计自适应模糊控制器, 其步骤如下:

第 1 步 $(i = 1)$　针对方程 $\dot{x}_1 = f(x_1) + g_1(x_1)x_2$, 将 x_2 看作虚拟控制输入, 可设计 α_1 去稳定子系统 $\dot{z}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 - \dot{y}_d$. 引入误差 $z_2 = x_2 - \alpha_1$, 并令

$$h_1(\bar{z}_1) = \frac{f_1(x_1)}{g_1(x_1)} + \Psi_1(z_1).$$

其中

$$\Psi_1(\bar{z}_1) = -\frac{\dot{y}_d}{z_1}\int_0^{z_1} \frac{1}{g_1(\sigma + y_d)} \mathrm{d}\sigma,$$

$$\bar{z}_1 = (x_1, y_d, \dot{y}_d)^{\mathrm{T}} \in R^3.$$

定义积分型李亚普诺夫函数

$$V_{z1} = \int_0^{z_1} \frac{\sigma}{g_1(\sigma + y_d)} \mathrm{d}\sigma$$

由积分中值定理知, $\exists \lambda_1 \in (0,1)$, 使得 $V_{z1} = \dfrac{z_1^2}{2g_1(\lambda_1 z_1 + y_d)}$. 因为 $0 < g_{10} \le g_1(\bar{x}_1) \le g_{11}$, 所以 $\dfrac{z_1^2}{2g_{11}} \le V_{z1} \le \dfrac{z_1^2}{2g_{10}}$, 故 V_{z1} 是关于变量 z_1 的非负函数. 将 V_{z1} 对时间 t 求导, 运用复合函数的求导规则及分部积分法, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{z1} = {} & \\ & \frac{z_1}{g_1(x_1)}\dot{z}_1 + \int_0^{z_1} \sigma \left[\frac{\partial g_1^{-1}(\sigma + y_d)}{\partial y_d}\dot{y}_d\right] \mathrm{d}\sigma = \\ & \frac{z_1}{g_1(x_1)}\dot{z}_1 + \dot{y}_d\left[\frac{z_1}{g_1(x_1)} - \int_0^{z_1} \frac{1}{g_1(\sigma + y_d)}\mathrm{d}\sigma\right] = \\ & z_1[x_2 + h_1(\bar{z}_1)] = z_1[z_2 + \alpha_1 + h_1(\bar{z}_1)]. \end{aligned} \tag{3}$$

取虚拟控制 $\alpha_1 = -k_1 z_1 - \hat{h}(\bar{z}_1 | \hat{\theta}_1)$, 其中: $k_1 > 0$ 是设计常数, $\hat{h}(\bar{z}_1 | \hat{\theta}_1) = \hat{\theta}_1^{\mathrm{T}} \xi_1(\bar{z}_1)$ 是模糊系统在有界闭集 $\Omega_{\bar{z}_1}$ 上对 $h_1(\bar{z}_1)$ 的逼近, $\hat{\theta}_1$ 是理想参数向量 θ_1^* 在 t 时刻的估计值. 令 $h_1(\bar{z}_1) = \theta_1^{*\mathrm{T}} \xi_1(\bar{z}_1) + \epsilon_1(\bar{z}_1)$, 则 $|\epsilon_1(\bar{z}_1)| \le \epsilon_1^*$, $\forall \bar{z}_1 \in \Omega_{\bar{z}_1}$. 于是式(3) 可化为

$$\dot{V}_{z1} = z_1[z_2 - k_1 z_1 - \tilde{\theta}_1^{\mathrm{T}} \xi_1(\bar{z}_1) + \epsilon_1(\bar{z}_1)]. \tag{4}$$

其中 $\tilde{\theta}_1 = \hat{\theta}_1 - \theta_1^*$.

考虑如下李亚普诺夫函数:

$$V_1 = V_{z1} + \frac{1}{2}\tilde{\theta}_1^{T}\Gamma_1^{-1}\tilde{\theta}_1.$$

取自适应律

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \Gamma_1[z_1\xi_1(\bar{z}_1) - \sigma_1\hat{\theta}_1]. \tag{5}$$

其中: $\Gamma_1 > 0$ 为正定常矩阵, $\sigma_1 > 0$ 为设计常数. 将 V_1 对时间 t 求导, 得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = {} & \\ & z_1[z_2 - k_1 z_1 + \epsilon_1(\bar{z}_1)] - \sigma_1\tilde{\theta}_1^{T}\hat{\theta}_1 \le \\ & -k_1 z_1^2 + z_1 z_2 + |z_1|\epsilon_1^* - \sigma_1\tilde{\theta}_1^{T}\hat{\theta}_1.\end{aligned} \tag{6}$$

第 i 步 $(2 \le i \le n-1)$ $z_i = x_i - \alpha_{i-1}$ 的导数 $\dot{z}_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} - \dot{\alpha}_{i-1}$. 将 x_{i+1} 作为虚拟控制输入, 可设计 α_i 去稳定 $(z_1, \cdots, z_i)$ 子系统. 定义 $z_{i+1} = x_{i+1} - \alpha_i$, 则

$$h_i(\bar{z}_i) = \frac{f_i(\bar{x}_i)}{g_i(x_i)} + \psi_i(\bar{z}_i). \tag{7}$$

其中

$$\begin{aligned}\psi_i(\bar{z}_i) = {} & \\ & \frac{1}{z_i}\int_0^{z_i}\sigma\frac{\partial g_i^{-1}(\bar{x}_{i-1}, \sigma + \alpha_{i-1})}{\partial \bar{x}_{i-1}^{T}}\dot{\bar{x}}_{i-1}\mathrm{d}\sigma - \\ & \frac{\dot{\alpha}_{i-1}}{z_i}\int_0^{z_i}\frac{1}{g_i(\bar{x}_{i-1}, \sigma + \alpha_{i-1})}\mathrm{d}\sigma\end{aligned} \tag{8}$$

式中

$$\begin{aligned}\bar{z}_i = {} & (\bar{x}_i^{T}, \alpha_{i-1}, \partial\alpha_{i-1}/\partial x_1, \cdots, \partial\alpha_{i-1}/ \\ & \partial x_{i-1}, \omega_{i-1})^{T} \in \Omega_{\bar{z}_i} \subset R^{2i+1},\end{aligned}$$

$$\omega_{i-1} = \frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_{(i-1)d}^{T}}\dot{x}_{(i-1)d} + \sum_{k=1}^{i-1}\left[\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\hat{\theta}_k^{T}}\dot{\hat{\theta}}_k\right].$$

定义积分型李亚普诺夫函数

$$V_{zi} = \int_0^{z_i}\frac{\sigma}{g_i(\bar{x}_{i-1}, \sigma + \alpha_{i-1})}\mathrm{d}\sigma \tag{9}$$

由积分中值定理知, $\exists\lambda_i \in (0, 1)$, 使得 $V_{zi} = \dfrac{z_i^2}{2g_i(\bar{x}_{i-1}, \lambda_i z_i + \alpha_{i-1})}$. 因为 $0 < g_{i0} \le g_i(\bar{x}_i) \le g_{i1}$, $\forall \bar{x}_i \in R^i$, $i = 1, \cdots, n$, 所以 $\dfrac{z_i^2}{2g_{i1}} \le V_{zi} \le \dfrac{z_i^2}{2g_{i0}}$, 故 V_{zi} 是关于变量 z_i 的非负函数. 运用复合函数的求导规则及分部积分法, 得

$$\dot{V}_{zi} = z_i[z_{i+1} + \alpha_i + h_i(\bar{z}_i)]. \tag{10}$$

取虚拟控制

$$\alpha_i = -z_{i-1} - k_i z_i - \hat{h}_i(\bar{z}_i | \hat{\theta}_i^{T}). \tag{11}$$

其中: $k_i > 0$ 是设计常数, $\hat{h}_i(\bar{z}_i | \hat{\theta}_i^{T}) = \hat{\theta}_i^{T}\xi_i(\bar{z}_i)$ 是模糊系统在有界闭集 $\Omega_{\bar{z}_i}$ 上对 $h_i(\bar{z}_i)$ 的逼近, $\hat{\theta}_i$ 是理想参数向量 θ_i^* 在 t 时刻的估计值. 令 $h_i(\bar{z}_i) = \theta_i^{*T}\xi_i(\bar{z}_i) + \epsilon_i(\bar{z}_i)$, 则 $|\epsilon_i(\bar{z}_i)| \le \epsilon_i^*$, $\forall \bar{z}_i \in \Omega_{\bar{z}_i}$. 于是式(10) 可化为

$$\begin{aligned}\dot{V}_{zi} = {} & z_i[z_{i+1} - z_{i-1} - k_i z_i - \\ & \tilde{\theta}_i^{T}\xi_i(\bar{z}_i) + \epsilon_i(\bar{z}_i)],\end{aligned} \tag{12}$$

其中 $\tilde{\theta}_i = \hat{\theta}_i - \theta_i^*$.

考虑如下李亚普诺夫函数:

$$V_i = V_{i-1} + V_{zi} + \frac{1}{2}\tilde{\theta}_i^{T}\Gamma_i^{-1}\tilde{\theta}_i.$$

取自适应律

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \Gamma_i[z_i\xi_i(\bar{z}_i) - \sigma_i\hat{\theta}_i]. \tag{13}$$

其中: $\Gamma_i > 0$ 为正定常矩阵, $\sigma_i > 0$ 为设计常数. 将 V_i 对时间 t 求导, 得

$$\begin{aligned}\dot{V}_i \le {} & -\sum_{j=1}^{i}k_j z_j^2 + z_i z_{i+1} + \\ & \sum_{j=1}^{i}|z_j|\epsilon_j^* - \sum_{j=1}^{i}\sigma_j\tilde{\theta}_j^{T}\hat{\theta}_j.\end{aligned} \tag{14}$$

第 n 步 $z_n = x_n - \alpha_{n-1}$ 的导数 $\dot{z}_n = f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u - \dot{\alpha}_{n-1}$. 可设计 u 去稳定 $(z_1, \cdots, z_n)$ 子系统. 定义积分型李亚普诺夫函数

$$V_{zn} = \int_0^{z_n}\frac{\sigma}{g_n(\bar{x}_{n-1}, \sigma + \alpha_{n-1})}\mathrm{d}\sigma \tag{15}$$

类似于第 i 步的讨论, 可知 V_{zn} 是关于变量 z_n 的非负函数, 且

$$\dot{V}_{zn} = z_n[u + h_n(\bar{z}_n)]. \tag{16}$$

其中 $h_n(\bar{z}_n)$ 由式(7) 和式(8) 确定 $(i = n)$.

采用如下控制律:

$$\begin{aligned}u = {} & -z_{n-1} - k_n z_n - \\ & \hat{h}_n(\bar{z}_n | \hat{\theta}_n^{T}) - \hat{\epsilon}_n\mathrm{sgn}(z_n).\end{aligned} \tag{17}$$

其中: $k_n > 0$ 是设计常数, $\hat{h}_n(\bar{z}_n | \hat{\theta}_n^{T}) = \hat{\theta}_n^{T}\xi_n(\bar{z}_n)$ 是模糊系统在有界闭集 $\Omega_{\bar{z}_n}$ 上对 $h_n(\bar{z}_n)$ 的逼近, $\hat{\theta}_n$ 是理想参数向量 θ_n^* 在 t 时刻的估计值. 令 $h_n(\bar{z}_n) = \theta_n^{*T}\xi_n(\bar{z}_n) + \epsilon_n(\bar{z}_n)$, 则 $|\epsilon_n(\bar{z}_n)| \le \epsilon_n^*$, $\forall \bar{z}_n \in \Omega_{\bar{z}_n}$, $\hat{\epsilon}_n$ 是 ϵ_n^* 在 t 时刻的估计值. 故式(16) 可化为

$$\begin{aligned}\dot{V}_{zn} = {} & z_n[-z_{n-1} - k_n z_n - \\ & \tilde{\theta}_n^{T}\xi_n(\bar{z}_n) - \hat{\epsilon}_n\mathrm{sgn}(z_n) + \epsilon_n(\bar{z}_n)],\end{aligned} \tag{18}$$

其中 $\tilde{\theta}_n = \hat{\theta}_n - \theta_n^*$.

考虑如下李亚普诺夫函数:

$$\begin{aligned}V_n = {} & V_{n-1} + V_{zn} + \frac{1}{2}\tilde{\theta}_n^{T}\Gamma_n^{-1}\tilde{\theta}_n + \\ & \frac{1}{2\eta}(\hat{\epsilon}_n - \epsilon_n^*)^2.\end{aligned}$$

自适应律为

$$\begin{cases}\dot{\hat{\theta}}_n = \Gamma_n[z_n\xi_n(\bar{z}_n) - \sigma_n\hat{\theta}_n],\\ \dot{\hat{\epsilon}}_n = \eta[|z_n| - \sigma\hat{\epsilon}_n].\end{cases}\tag{19}$$

其中：$\Gamma_n > 0$ 为正定常矩阵，$\sigma_n > 0$，$\eta > 0$，$\sigma > 0$ 均为设计常数，$\hat{\epsilon}_n$ 是 ϵ_n^* 在 t 时刻的估计值．则

$$\dot{V}_n \le -\sum_{j=1}^{n} k_j z_j^2 + \sum_{j=1}^{n-1}|z_j|\epsilon_j^* - \sum_{j=1}^{n}\sigma_j\tilde{\theta}_j^{\mathrm{T}}\hat{\theta}_j - \sigma\tilde{\epsilon}_n\hat{\epsilon}_n,\tag{20}$$

其中 $\tilde{\epsilon}_n = \hat{\epsilon}_n - \epsilon_n^*$.

现提出如下稳定性定理：

定理 1　考虑严格反馈系统(1)，其控制律由式(17)确定，自适应律由式(5)，(13)和(19)确定，并满足假设 1～假设 3．则对任意有界初始条件，有如下结论：

1) 闭环控制系统中所有信号有界，且向量 $\bar{z}_i$ 属于下述有界闭集：

$$\Omega_{\bar{z}_i} = \Big\{\bar{z}_i \Big| \sum_{j=1}^{n} z_j^2 \le c_0,\ \sum_{j=1}^{n}|\tilde{\theta}_j|^2 \le c_1,\ \|\tilde{\epsilon}_n\| \le c_2,\ x_{id}\in\Omega_{jd}\Big\}.\tag{21}$$

2) 下列不等式成立：

$$\sum_{j=1}^{n} z_j^2 \le 2g_{\max}[V_n(0)\exp(-\lambda_0 t) + \gamma].\tag{22}$$

3) 存在 $T > 0$，使得 $|z_1| < \epsilon$，$\forall t \ge T$．其中

$$c_0 = 2g_{\max}[V_n(0) + \gamma],$$

$$c_1 = \frac{2[V_n(0) + \gamma]}{\min\limits_{1\le j\le n}\lambda_{\min}(\Gamma_j^{-1})},$$

$$c_2 = 2\eta[V_n(0) + \gamma],$$

$$g_{\max} = \max_{1\le j\le n} g_{j1} > 0.$$

$\epsilon > \sqrt{2g_{\max}\gamma}$ 为一正常数，$\lambda_{\min}(\Gamma_j^{-1})$ 表示矩阵 Γ_j^{-1} 的最小特征值．

证明　1) 取李亚普诺夫函数

$$V_n = \sum_{j=1}^{n} V_{zj} + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\tilde{\theta}_j^{\mathrm{T}}\Gamma_j^{-1}\tilde{\theta}_j + \frac{1}{2\eta}\tilde{\epsilon}_n^2.\tag{23}$$

易知

$$-\sigma_j\tilde{\theta}_j^{\mathrm{T}}\hat{\theta}_j = -\sigma_j\tilde{\theta}_j^{\mathrm{T}}(\tilde{\theta}_j + \theta_j^*) \le -\frac{\sigma_j\|\tilde{\theta}_j\|^2}{2} + \frac{\sigma_j\|\theta_j^*\|^2}{2}.\tag{24}$$

将上式代入式(20)，得

$$\dot{V}_n \le -\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n} k_j z_j^2 - \sum_{j=1}^{n}\frac{\sigma_j\|\tilde{\theta}_j\|^2}{2} + \sum_{j=1}^{n}\frac{\sigma_j\|\theta_j^*\|^2}{2} - \frac{\sigma\tilde{\epsilon}_n^2}{2} + \sum_{j=1}^{n-1}\frac{\epsilon_j^{*2}}{2k_j} + \frac{\sigma\epsilon_n^{*2}}{2}.\tag{25}$$

令 $\lambda_0 = \min\{k_1 g_{10}/2, \cdots, k_n g_{n0}/2, \sigma_1/\lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1}), \cdots, \sigma_n/\lambda_{\max}(\Gamma_n^{-1}), \sigma\eta\}$，并假设设计常数

$$\mu = \sum_{j=1}^{n}\frac{\sigma_j\|\theta_j^*\|^2}{2} + \sum_{j=1}^{n-1}\frac{\epsilon_j^{*2}}{2k_j} + \frac{\sigma\epsilon_n^{*2}}{2},$$

式中 $\lambda_{\max}(\Gamma_j^{-1})$ 表示矩阵 Γ_j^{-1} 的最大特征值．所以

$$\dot{V}_n \le -\lambda_0\sum_{j=1}^{n}\Big[V_{zj} + \frac{\tilde{\theta}_j^{\mathrm{T}}\Gamma_j^{-1}\tilde{\theta}_j}{2}\Big] - \frac{\lambda_0\tilde{\epsilon}_n^2}{2\eta} + \mu = -\lambda_0 V_n + \mu.\tag{26}$$

取 $\gamma = \mu/\lambda_0$，则

$$V_n(t) \le (V_n(0) - \gamma)\exp(-\lambda_0 t) + \gamma.\tag{27}$$

由上式易知结论 1) 成立．

2) 由式(23)和(27)得

$$\sum_{j=1}^{n} z_j^2/2g_{\max} \le V_n \le (V_n(0) - \gamma)\exp(-\lambda_0 t) + \gamma.\tag{28}$$

所以结论 2) 成立．

3) 由式(28)易知，对于给定的正常数 $\epsilon > \sqrt{2g_{\max}\gamma}$，一定存在 $T > 0$，使得 $|z_1| < \epsilon$，$\forall t \ge T$．

□

4　仿真结果

考虑如下非线性系统：

$$\dot{x}_1 = x_1 e^{-0.5x_1} + (1 + x_1^2)x_2,$$

$$\dot{x}_2 = x_1 x_2^2 + (3 + \cos(x_1 x_2))u,$$

$$y = x_1.$$

控制目标是使输出 y 跟踪指定信号

$$y_d = 0.5[\sin(t) + \sin(0.5t)].$$

采用控制律

$$u = -z_1 - k_2 z_2 - \hat{\theta}_2^{\mathrm{T}}\xi_2(\bar{z}_2) - \hat{\epsilon}_2\,\mathrm{sgn}(z_2).$$

其中

$$z_1 = x_1 - y_d,\ z_2 = x_2 - \alpha_1,$$

$$\bar{z}_2 = (x_1, x_2, \alpha_1, \partial\alpha_1/\partial x_1, \omega_1)^{\mathrm{T}} = (z_{21}, z_{22}, \cdots, z_{25})^{\mathrm{T}},$$

$$\alpha_1 = -k_1 z_1 - \hat{\theta}_1^{\mathrm{T}}\xi_1(\bar{z}_1),$$

$$\bar{z}_1 = (x_1, y_d, \dot{y}_d)^{\mathrm{T}} = (z_{11}, z_{12}, z_{13})^{\mathrm{T}},$$

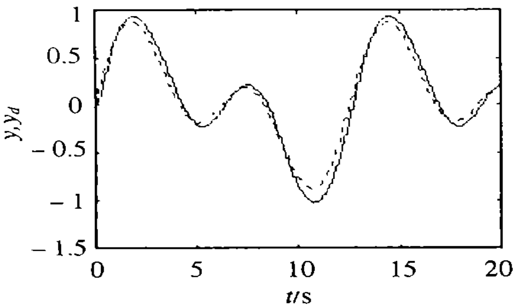
$$\omega_1 = \frac{\partial\alpha_1}{\partial y_d}\dot{y}_d + \frac{\partial\alpha_1}{\partial\dot{y}_d}\ddot{y}_d + \frac{\partial\alpha_1}{\partial\hat{\theta}_1}\dot{\hat{\theta}}_1.$$

$\hat{\theta}_1$，$\hat{\theta}_2$ 和 $\hat{\epsilon}_2$ 的自适应律分别由式(5)和(19)确定．模糊系统中的隶属度函数分别为

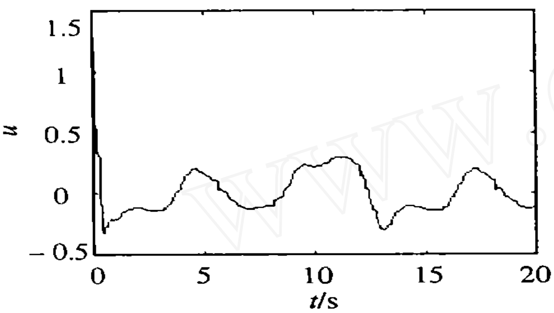
$$\mu_{A_{1i}^l}(z_{1i}) = \exp\Big(-\frac{(z_{1i} - 3 + l)^2}{16}\Big),$$

$$\mu_{A_{2k}^{l}}(z_{2k}) = \exp\left(-\frac{(z_{2k}-3+l)^2}{4}\right),$$
$$i = 1, 2, 3,\ k, l = 1, \cdots, 5.$$

$k_1 = 5, k_2 = 2, \sigma_1 = \sigma_2 = 0.2, \sigma = 0.1, \Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}(10, 10), x_1(0) = 0, x_2(0) = -0.2, \hat{\epsilon}_2(0) = 0.3.$ $\hat{\theta}_1(0)$ 在$[-1, 1]$内随机选取, $\hat{\theta}_2(0)$ 在 $[-2, 2]$内随机选取. 仿真结果如图1所示, 图1(a) 中实线表示 y_d, 虚线表示 y.



(a) 系统输出 y 和跟踪曲线 y_d



(b) 控制信号 u

图1 系统输出、跟踪曲线及控制信号

5 结 论

本文讨论一类严格反馈非线性系统的自适应模糊控制问题. 基于修改的积分型李亚普诺夫函数及模糊系统的逼近性质, 并利用后推设计方法, 提出一种自适应模糊控制新策略. 根据李亚普诺夫方法, 确定了模糊系统中可调参数和逼近误差的自适应律. 理论分析证明了跟踪误差收敛到一个小的残差集内, 并且跟踪精度可通过设计参数来调节.

参考文献(References):

[1] Wang L X. *Adaptive Fuzzy Systems and Control — Design and Stability Analysis* [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1994. 102-163.

[2] Sanner R M, Slotine J J E. Gaussian networks for direct adaptive control [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1992, 3(6): 837-863.

[3] Chen S C, Chen W L. Adaptive radial basis function neural network control with variable parameters [J]. *Int J Systems Science*, 2001, 32(4): 413-424.

[4] 张天平. 基于一种修改的李亚普诺夫函数的自适应模糊滑模控制[J]. 自动化学报, 2002, 28(1): 137-142.
(Zhang T P. Adaptive fuzzy sliding mode control based on a modified Lyapunov function [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(1): 137-142.)

[5] Zhang T, Ge S S, Hang C C. Adaptive neural network control for strict-feedback nonlinear systems using backstepping design [J]. *Automatica*, 2000, 36(12): 1835-1846.

[6] Ge S S, Wang C. Direct adaptive NN control of a class of nonlinear systems [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2002, 13(1): 214-221.

[7] Ge S S, Hang C C, Zhang T. Stable adaptive control for nonlinear multivariable systems with a triangular control structure [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(6): 1221-1225.

[8] 丁刚, 张曾科, 韩曾晋. 非线性系统的鲁棒自适应模糊控制[J]. 自动化学报, 2002, 28(3): 356-362.
(Ding G, Zhang Z K, Han Z J. Robust adaptive fuzzy control of nonlinear systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(3): 356-362.)

(上接第21页)

[10] Yuan L, Achenie L E, Jiang W. Robust H_∞ control for linear discrete-time systems with norm-bounded time-varying uncertainty [J]. *Systems and Control Letters*, 1996, 27(4): 190-208.

[11] Song S H, Kim J K. H_∞ control of discrete-time linear systems with norm-bounded uncertainties and time-delays in state [J]. *Automatica*, 1998, 34(1): 137-139.

[12] Mahmoud M S. Robust H_∞ control of discrete systems with uncertain parameters and unknown delays[J]. *Automatica*, 2000, 36(4): 627-635.