

文章编号: 1001-0920(2004)01-0027-04

基于经验数据库的迭代学习初始控制输入量的确定

杨胜跃, 樊晓平, 罗安

(中南大学 信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410075)

摘要: 分析了初始控制输入量对迭代学习控制稳定性和收敛速度的影响, 提出充分利用系统以往的控制经验来确定迭代学习初始控制输入量的思想, 并给出 3 类确定方法——线性加权法、拟合曲线法和智能化法。对机器人对象的仿真结果表明, 恰当地选取初始控制输入量, 可使系统以较小的误差对新任务进行跟踪, 进而减少迭代次数, 提高学习控制的收敛速度, 增强对新环境、新任务的适应能力。

关键词: 迭代学习; 线性加权; 拟合曲线; 神经网络; 模糊技术

中图分类号: TP273.22

文献标识码: A

Experience based acquisition of the initial value for the iterative learning control inputs

YANG Sheng-yue, FAN Xiao-ping, LUO An

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410075, China
Correspondent: YANG Sheng-yue, E-mail: yangsy@mail.csu.edu.cn)

Abstract: The effects of the initial value of iterative learning control inputs to the convergence and stability are discussed. An idea of acquiring these values based on the system's control experience is presented. At the same time, three kinds of methods of getting these values——linear weighted average, curve fitting and intelligent methods, are given. Simulation results of a robotic system show that the robotic system can track the new task with less error at the first trial if the initial control input is chosen properly. So the trials of learning is decreasing, and the convergence and capacity of adapting to the new task and new environment are improved.

Key words: iterative learning control; linear weighted average method; curve fitting method; neural networks; fuzzy technique

1 引言

Arimoto 等人^[1]提出了迭代学习控制(LC), 该方法简单有效, 物理含义清晰, 即使在系统模型未知的情况下, 通过对任务的反复跟踪, 也能最终达到很高的控制精度, 因而受到了广泛的关注^[2-9]。经过近 20 年的发展, 迭代学习控制已成为智能控制的一个重要分支。迭代学习控制的研究涉及学习律与学习结构, 初始状态问题, 算法稳定性及收敛性, 学习控

制过程的鲁棒性, 学习速度等。

实际系统常会面临新的环境和任务(比如空间、水下移动机器人等), 如何让系统尽快适应新的环境与任务是非常有意义的。对于迭代学习控制而言, 则意味着能以很少的学习次数实现对新任务的跟踪。目前, 这方面已有不少研究成果^[4,9], 不过都是从学习算法本身入手, 即通过提高学习速度来减少迭代次数。然而, 这些结论很难从理论上予以证明, 其结

收稿日期: 2002-10-14; 修回日期: 2003-03-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69975003); 湖南省自然科学基金资助项目(98JJY2044)。

作者简介: 杨胜跃(1969—), 男, 湖南凤凰人, 讲师, 博士生, 从事先进控制理论与方法、机器人控制等研究; 罗安(1957—), 男, 湖南长沙人, 教授, 博士生导师, 从事现代控制理论、电力系统等研究。

果也不具有一般性 文献[9]给出的自适应鲁棒迭代学习控制策略,考虑了系统标称动力学模型,因而能减少学习次数

本文提出充分利用系统对若干任务的学习和控制经验,确定新环境下系统控制量初始值的思想和方法,可以达到减小初始误差、加快收敛的目的

2 初始控制输入量与算法收敛速度的关系

考虑如下具有一般形式的非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), \\ y(t) = g(t, x(t)) + D(t)u(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^{n \times 1}$, $y(t) \in R^{m \times 1}$, $u(t) \in R^{r \times 1}$ 分别表示系统的状态变量、输出变量和输入量; $f(\bullet)$, $g(\bullet)$, $D(t)$ 为相应维数的向量或矩阵 对于系统(1),控制目标是:在要求的时间区间 $[0, T]$ 内,系统输出 $y(t)$ 能精确跟踪期望输出 $y_d(t)$.

设在迭代学习过程中,第 k 次运行时系统状态为 $x_k(t)$,输出为 $y_k(t)$,控制输入为 $u_k(t)$. 定义误差

$$\begin{cases} \epsilon_k(t) = x_d(t) - x_k(t), \\ e_k(t) = y_d(t) - y_k(t), \\ \delta u_k(t) = u_d(t) - u_k(t). \end{cases} \quad (2)$$

式中: $x_d(t)$, $y_d(t)$, $u_d(t)$ 分别为系统的状态、输出、控制输入的期望值

假设采用开环 P 型迭代学习律

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma(t)e_k(t). \quad (3)$$

如下定理^[4]给出了开环 P 型迭代学习控制收敛的充分条件

定理 1 设系统(1)在运行区间 $t \in [0, T]$ 内,满足下列条件:

1) 对于 $\forall t, u, x_1, x_2$, 有

$$\begin{aligned} & f(t, x_1, u) - f(t, x_2, u) \\ & F(t, u) \|x_1 - x_2\|, \end{aligned}$$

其中 $F(t, u)$ 为 (t, u) 的连续函数;

2) 对于 $\forall t, x, u_1, u_2$, 有

$$\begin{aligned} & f(t, x, u_1) - f(t, x, u_2) \\ & M \|u_1 - u_2\|, \end{aligned}$$

其中 M 为正的常数;

3) 对于 $\forall t, x_1, x_2$, 有

$$g(t, x_1) - g(t, x_2) \leq M \|x_1 - x_2\|;$$

4) 初始误差序列 $\{\epsilon_k(0)\}_{k=0}$ 收敛到零;

5) 存在唯一理想控制输入 $u_d(t)$,使得系统的状态和输出达到期望值

若系统迭代学习律采用式(3),则对于任意给定的初始控制输入 $u_0(t)$,序列 $\{\epsilon_k(t)\}_{k=0}$, $\{e_k(t)\}_{k=0}$ 和

$\{\delta u_k(t)\}_{k=0}$ 收敛到零的充分条件为

$$\rho [I - \Gamma(t)D(t)] < 1, t \in [0, T]; \quad (4)$$

必要条件为

$$\rho [I - \Gamma(t)D(t)]_{=0} < 1, t \in [0, T] \quad (5)$$

由定理 1 可知,迭代学习控制初始控制输入量的选取不影响系统的收敛性和稳定性 文献[1, 4]证明了在满足充分条件(4)的前提下,有

$$e_{k+1}(t) = \rho e_k(t). \quad (6)$$

式中 $\rho \in (0, 1)$ 且为常数 进一步由式(6)易得

$$e_{k+1}(t) = \rho^k e_0(t). \quad (7)$$

可见,影响系统收敛的主要因素是常数 ρ 和初始误差 $e_0(t)$. 由式(4)可知,常数 ρ 与学习律 $\Gamma(t)$ 相关,而初始误差 $e_0(t)$ 直接与所选取的初始控制输入量 $u_0(t)$ 有关 恰当地选取 $u_0(t)$ 的值,可使系统初始误差 $e_0(t)$ 减小,从而减少迭代学习次数,加快收敛

3 迭代学习控制初始控制输入量的确定

上节的分析显示,初始控制输入量对系统收敛快慢具有重要的影响 本节给出利用以前的学习控制经验来确定系统迭代学习初始控制输入量的方法

3.1 经验数据库的建立

不失一般性,将式(1)的逆模型写成

$$u(t) = \Psi(\dot{x}(t), x(t), y(t)). \quad (8)$$

在满足定理 1 的条件下,通过不断学习,系统最终能实现对期望轨迹的理想跟踪 此时式(8)可写成

$$u(t) \cong u_d(t) = \Psi(\dot{x}_d(t), x_d(t), y_d(t)). \quad (9)$$

利用系统对若干任务的控制经验,可建立图 1 所示的系统(1)的逆模型数据库 其中: $Z_i = [x_i, \dot{x}_i, y_i]^T$ 表示系统某一状态及输出变量, U_i 表示与之对应的控制量 称 $P_i = [Z_i, U_i]$ 为数据库中的一个数据点

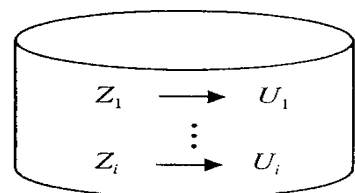


图 1 系统(1)的逆模型数据库

基于数据库知识,借助于下面介绍的方法,在系统面临新的控制任务时,可迅速求取系统迭代学习的初始控制输入量 当系统对新任务学习完毕后,得出的新控制经验可充实到数据库中,为以后的决策提供更加丰富的数据资源

3.2 初始控制输入量的确定

如何利用控制经验, 得到新环境下系统初始控制输入量是本文的关键 首先引入如下定义:

定义 1(数据库全集 Θ) 在图 1 所示的数据库中, 所有数据的集合可表示为如下数学式:

$$\Theta = \{P_1, P_2, \dots, P_i\}, P_i = [Z_i, U_i] \quad (10)$$

定义 2 对于任给两个数据点 P_m 和 P_n , 称 $d(P_m, P_n)$ 为这两点间的欧氏范数距离, 即

$$d(P_m, P_n) = \sqrt{(Z_m - Z_n)^T (Z_m - Z_n)}. \quad (11)$$

定义 3(k 邻近集) 任给 $P = [Z, U]$, 在集合 Θ 中可找到 k 个数据点, 这 k 个数据点组成的集合称为数据点 P 的 k 邻近集 Γ_k 对于 Γ_k , 有

$$\forall P_j \in \Gamma_k, \forall P_i \in \Theta - \Gamma_k; \\ d(P, P_j) < d(P, P_i).$$

对于给定的新任务, 可用 3.1 节中数据库的数据形式描述为

$$\begin{cases} P(t) = [Z_d(t), U_d(t)], \\ Z_d^T(t) = [x_d(t), x_d(t), y_d(t)] \end{cases} \quad (12)$$

其中: $Z_d(t)$ 和 $U_d(t)$ 分别表示系统的期望轨迹和期望控制输入量, $t \in [0, T]$ 表示系统运行的时间区间 $U_d(t)$ 具有未知性, 而迭代学习的任务就是通过期望轨迹的反复跟踪, 使得当 $j \rightarrow \infty$ 时, 第 j 次迭代学习控制输入量 $U_j(t) \rightarrow U_d(t)$.

为便于描述, 对于期望轨迹上任意 $t = \tau$ 时刻的数据点 $P(\tau)$, 其迭代学习控制的初始控制输入量记为 $U(\tau)$. 相应地, 对于 $P(\tau)$ 在数据库的 k 邻近集 $\Gamma_k(\tau)$, 其元素记为

$$P_i(\tau) = [Z_i(\tau), U_i(\tau)], i = 1, 2, \dots, k.$$

利用上述定义, 下面给出确定初始控制输入量的几类方法

3.2.1 线性加权求和方法

$$\begin{cases} U(\tau) = \xi_1 U_1(\tau) + \dots + \xi_k U_k(\tau), \\ \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_k = 1. \end{cases} \quad (13)$$

加权系数 $\xi_j (j = 1, 2, \dots, k)$ 的选取遵循如下原则:

1) 如果存在 $P_i(\tau) \in \Gamma_k(\tau)$, 使得

$$d(P(\tau), P_i(\tau)) = 0,$$

则 $\xi_j = \begin{cases} 1, & j = i; \\ 0, & j \neq i \end{cases}$

2) 对于 $\forall P_i(\tau), P_j(\tau) \in \Gamma_k(\tau)$, 如果

$$d(P(\tau), P_i(\tau)) < d(P(\tau), P_j(\tau)),$$

则加权系数满足 $\xi_i > \xi_j$.

3.2.2 拟合曲线方法

如果系统模型结构已知, 则系统辨识和非线性

回归分析^[10] 方法可以精确地对系统参数进行估计, 也可用来确定迭代学习控制的初始控制输入量

利用如下二阶模型, 对 k 邻近集 $\Gamma_k(\tau)$ 中元素 $P_i(\tau) = [Z_i(\tau), U_i(\tau)]$ 的控制量 $U_i(\tau)$ 的第 j 分量 ($j = 1, 2, \dots, r$) 进行估计.

$$U_{ij}(\tau) = \lambda_0 + \lambda_1 Z_i(\tau) + \lambda_2 Q_j \quad (14)$$

式中: $\lambda_0 \in R^{1 \times 1}, \lambda_1, \lambda_2 \in R^{r \times (n+m)}, Q_j$ 为 $Z_i(\tau) Z_i^T(\tau)$ 的第 j 列向量 令

$$y_j = [U_{1j}(\tau) \quad \dots \quad U_{kj}(\tau)]^T,$$

$$\Phi_j = \begin{bmatrix} 1 & Z_1(\tau) & Q_{1j}(\tau) \\ 1 & Z_2(\tau) & Q_{2j}(\tau) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Z_k(\tau) & Q_{kj}(\tau) \end{bmatrix},$$

$$\theta = [\lambda_0 \quad \lambda_1 \quad \lambda_2]^T.$$

取目标函数

$$J_j = (\xi(Y_j - \hat{Y}_j))^T (\xi(Y_j - \hat{Y}_j)). \quad (15)$$

式中 $\xi = \text{diag}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k)$, ξ_i 为加权系统, 其选取遵循“线性加权求和方法”中的原则 2).

利用加权最小二乘法^[10], 在 Φ_j 非奇异的前提下, 对目标函数 J_j 最小化, 可得

$$\theta = [(\xi \Phi_j)^T (\xi \Phi_j)]^{-1} (\xi \Phi_j)^T \xi Y_j \quad (16)$$

获取参数 θ 之后, 将新任务 t 时刻数据点 $P(t)$ 的状态、输出量 $Z_d(t)$ 代入式 (9), 便可得到相应的迭代学习控制的初始控制输入量 $U(t)$ 的第 j 维分量 $U_j(t)$.

注 1 为使系统获得更高的逼近精度, 式 (14) 可替换为更高阶次的估计模型 但这将加大计算量

3.2.3 智能化方法

(1) 人工神经网络逼近法

近年来, 人工神经网络及其应用研究取得了可喜的进展, 最成功的应用是在非实时性领域 本文神经网络的训练不需要在线实时进行, 所以不失为一种好的选择

具体应用时, 以 k 邻近集 $\Gamma_k(\tau)$ 为样本对神经网络进行离线训练, 训练完毕后, 以数据点 $P(\tau)$ 的状态、输出量 $Z(\tau)$ 作为网络的输入 此时, 网络的输出便可作为迭代学习的初始控制输入量 $U(\tau)$.

关于网络类型, 可选用熟知的 BP 网络、RBF 网络以及泛化能力很强的 CMAC 网络等 限于篇幅, 在此不予讨论

(2) 模糊映射法

第 1 步: 根据式 (6) 定义的欧氏范数距离, 确定 $P(\tau)$ 的 k 邻近集 $\Gamma_k(\tau)$ 中各元素 $P_i(\tau) = [Z_i(\tau),$



$U_i(\tau)$ 的隶属度函数 $\mu_i(\tau), i = 1, 2, \dots, k$

第 2 步: 利用中心平均去模糊器^[11], 求取迭代学习控制的初始控制输入量

$$u(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^k u_i(\tau) \mu_i(\tau)}{\sum_{i=1}^k \mu_i(\tau)} \quad (17)$$

注 2 本文直接利用欧氏范数距离确定 k 邻近集各元素的隶属度 对于多变量系统, 更为有效的方法可用期望轨迹上 $t = \tau$ 时刻数据点 $P(\tau)$ 与其 k 邻近集元素的向量差

$$E_i(\tau) = Z_d(\tau) - Z_i(\tau) \quad (18)$$

进行求取 这样能针对不同对象, 充分考虑各分量的不同影响, 但隶属度的求取将复杂化

注 3 由定理 1 知, 本文方法对系统稳定性和收敛性没有任何影响 系统的稳定性和收敛性条件通过设计恰当的学习律来实现

4 仿真研究

为验证本文思想与方法的正确性和有效性, 现以平面双连杆旋转机器人系统^[4,9] 为例进行仿真研究 假设机器人双臂为均匀刚性细杆, 并设双臂长度和质量分别为 l_1, l_2, m_1, m_2 仿真中设定 $l_1 = 1.0 \text{ m}$, $l_2 = 0.5 \text{ m}$, $m_1 = 10.0 \text{ kg}$, $m_2 = 5.0 \text{ kg}$

首先对如下期望轨迹进行学习跟踪:

$$\text{track 1: } q^d = [q_1^d, q_2^d]^T = [3\sin(2t)/2, 2\cos(2t)]^T, t \in [0, 5];$$

$$\text{track 2: } q^d = [q_1^d, q_2^d]^T = \left[\frac{1}{3}t^2 - \frac{1}{18}t^3, \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{15}t^3 \right]^T, t \in [0, 5]$$

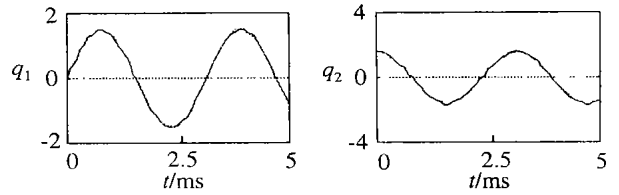
迭代学习律采用式(3) 的开环 P 型结构, 取学习率 $\Gamma(t) = 0.2$

分别经过 30 次和 40 次迭代学习后, 系统能很好地跟踪期望轨迹 图 2 和图 3 分别给出了对两条轨迹跟踪的实际运动轨迹和期望轨迹 将 track1 和 track2 及其对应的控制输入量存入数据库, 作为以后确定控制输入量初始值的依据

假设系统现在面临新的期望跟踪轨迹

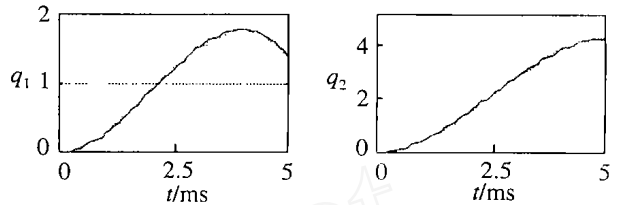
$$\text{track 3: } q^d = [q_1^d, q_2^d]^T = \left[2 - \frac{1}{6}e^{2-t}, \frac{3}{2} - \frac{1}{5}e^{(2-t)/t} \right]^T, t \in [0, 5]$$

采用式(3) 对双连杆机器人进行控制, 学习率取 $\Gamma(t) = 0.2$, 采样时间为 5 ms 为便于对比, 初始控制输入量利用拟合曲线和取为零两种方法来确定 所得两种方案系统误差均方和与迭代次数之间的关系如图 4 所示 其中: l_1 表示初始值取零时的关系曲线, l_2 表示利用拟合曲线法确定初始值的关系曲线



(a) q_1 的跟踪 (b) q_2 的跟踪

图 2 track1 跟踪输出和期望值



(a) q_1 的跟踪 (b) q_2 的跟踪

图 3 track2 跟踪输出和期望值

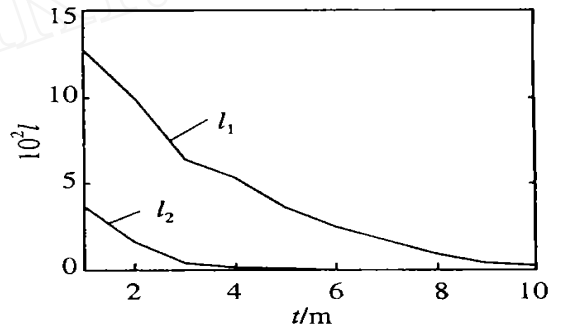


图 4 误差均方和与迭代次数关系曲线

从图 4 可以看出, 利用以往控制经验来确定迭代学习的初始控制量, 可以减少学习次数, 提高学习期间的控制精度

注 4 作者对其他几种初始值的确定方法也作了仿真研究 从仿真结果看, 拟合曲线方法和神经网络方法效果较佳

注 5 单从仿真结果看, 与文献[9] 相比并无太大的优越性, 主要原因是仿真中经验数据太少。

5 结 论

本文提出了利用系统以往控制经验来确定迭代学习初始控制输入量的思想与相应的几类方法 在具体应用中, 可利用系统以前的控制经验, 增强对新环境、新任务的适应能力, 具有很强的现实意义和理论价值 后续工作将立足于: 1) 对现有方法的优化, 并寻找更有效的确定迭代学习初始控制输入量的方法, 进一步减少学习次数, 提高系统的适应能力; 2) 借助于机器人对象, 在实验室环境下将研究结果实用化

(下转第 35 页)

4 结 论

本文研究了非线性奇异系统通过反馈实现非交互控制的问题。首先建立了非线性奇异系统的向量相对阶与系统可通过反馈实现非交互控制的联系, 得到了非线性奇异系统向量相对阶的反馈不变性; 然后给出了可通过反馈实现非交互控制的正则非线性奇异系统的非交互控制律的具体构造方法。利用本文的研究方法及相关结论, 可进一步探讨非线性奇异系统干扰解耦及输出跟踪问题, 也可探讨系统的反馈稳定化问题。

参考文献(References):

- [1] Luenberger D G. Singular dynamic Leontief systems [J]. *Economic Journal*, 1977, 45(5): 991-995
- [2] You L S, Chen B S. Tracking control designs for both holonomic and non-holonomic constrained mechanical systems[J]. *Int J Control*, 1993, 58(4): 587-612
- [3] Gani R, Cameron I T. Modelling for dynamic simulation of chemical process: The index problem [J]. *Chemistry Engineering Society*, 1992, 47(7): 1311-1313
- [4] Krishnan H, McClamroch N H. Tracking in nonlinear differential-algebraic control systems with applications to constrained robot systems[J]. *Automatica*, 1994, 30

(10): 1885-1897.

- [5] Dai L Y. Strong decoupling in singular systems[J]. *Mathematics Systems Theory*, 1989, 22(2): 275-289
- [6] Campbell S L. *Singular Systems of Differential Equations-II* [M]. London: Pitman, 1982
- [7] Campbell S L, Nichols N, Terrell W J. Observability and controllability for linear time-varying descriptor systems [J]. *Circuits, Systems and Signal Process*, 1991, 10(3): 455-470
- [8] Liu X P, Celikovsky S. Feedback control of affine nonlinear singular control systems[J]. *Int J Control*, 1997, 68(4): 753-774
- [9] Liu X P. Local disturbance decoupling of nonlinear singular systems[J]. *Int J Control*, 1998, 70(5): 685-702
- [10] Liu X P. Asymptotic output tracking of nonlinear differential-algebraic control systems [J]. *Automatica*, 1998, 34(3): 393-397.
- [11] Isidori A. *Nonlinear Control Systems* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1995
- [12] Wang W T. The zero dynamics of nonlinear singular control systems [A]. *Proc of the 2002 American Control Conf* [C]. Anchorage, 2002. 3564-3569

(上接第 30 页)

参考文献(References):

- [1] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robots by learning [J]. *J of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123-140
- [2] Ren X M, Gao W B. On the initial conditions in learning control [A]. *Int IEEE Symp on Industry Electronic* [C]. Xi'an, 1992. 182-185
- [3] Roberts P D. Stability analysis of iterative optimal control algorithms modelled as linear unit memory repetitive processes [J]. *IEE Proc Control Theory Applications*, 2000, 147(3): 229-238
- [4] 林辉, 王林. 迭代学习控制理论 [M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1998
- [5] Jang T, Choi C H, Ahn H S. Iterative learning control in feedback systems [J]. *Automatica*, 1995, 31(2): 243-248
- [6] Seo W G, Park B H, Lee J S. Intelligent learning control for a class of nonlinear dynamics system [J].

IEE Proc Control Theory Applications, 1999, 146(2): 165-170

- [7] Park B H, Kuc T Y, Lee J S. Adaptive learning control of uncertain robotic systems [J]. *Int J Control*, 1996, 65(5): 725-744
- [8] Choi J Y, Lee J S. Adaptive iterative learning control of uncertain robotic systems [J]. *IEE Proc Control Theory Applications*, 2000, 147(2): 217-223
- [9] Yang Sheng-yue, Fan Xiao-ping, Luo An. Adaptive robust iterative learning control for uncertain robotic systems [A]. *Proc 4th World Congress on Intelligent Control and Automation* [C]. Shanghai, 2002. 964-968
- [10] Douglas M Bates, Donald G Watts. *Nonlinear Regression Analysis and Its Applications* [M]. New York: John Wiley and Sons Inc, 1988
- [11] Wang Li-xin. *A Course in Fuzzy Systems and Control* [M]. NJ: Prentice-Hall Inc, 1988