第 19 卷 第 1 期 | 控 制 与 决 策 | 2004 年 1 月
Vol. 19 No. 1 | Control and Decision | Jan. 2004

文章编号: 1001-0920(2004)01-0031-05

非线性奇异系统非交互控制的反馈实现

王文涛, 李 媛, 刘晓平, 赵 军
(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘 要: 研究非线性奇异系统的非交互控制的反馈实现问题. 首先给出了非线性奇异系统的向量相对阶与其非交互控制实现的关系; 然后对正则非线性奇异系统的反馈控制系统的非交互控制的实现问题, 给出了一种可使系统实现非交互控制的反馈律的构造方法.

关键词: 奇异系统; 非线性系统; 反馈控制; 非交互控制
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Feedback realization of non-interacting control for nonlinear singular systems

WANG Wen-tao, LI Yuan, LIU Xiao-ping, ZHAO Jun
(School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: WANG Wen-tao, E-mail: wwtlxy@163.com)

Abstract: The feedback realization problem of non-interacting control is studied for nonlinear singular systems. The relation between vector relative degree and non-interacting control is discussed. For feedback control systems of regular nonlinear singular systems, a feedback law is constructed to solve the feedback realization problem of non-interacting control.

Key words: singular systems; nonlinear systems; feedback control; non-interacting control

1 引 言

自 20 世纪 70 年代以来, 奇异系统(广义系统、微分代数系统)的研究受到众多学者的关注. 人们已发现许多实际系统, 如经济系统、机器人系统、电力系统、化工过程等都是奇异系统[1~4]. 围绕线性定常奇异系统, 已形成了与线性系统理论相平行的理论体系, 包括可解性、稳定性、能控性、能观性、观测器设计、解耦控制等[5,6]. 线性时变奇异系统的研究取得了相当的成就[7], 但非线性奇异系统的研究则进展缓慢, 只是在系统的可解性及数值解等方面做些工作. 近 10 年来, 在非线性系统微分几何理论的推动下, 非线性奇异系统的研究取得了一定的进展, 主要包括完全线性化、输入输出解耦、干扰解耦、输出跟踪、稳定性等[8~10].

对于控制系统, 输出与输入的联系是实现控制的基础. 但如果输出与输入的联系过于复杂, 也会影响系统的控制, 使得一些输出与输入的关系不清楚, 系统的控制难以实现. 因此, 简化系统输出与输入的关系是控制理论研究的一个重要问题, 典型的方法是输出输入解耦问题. 对于非线性系统, 输入输出解耦问题的研究比较完善, 特别是与系统的相对阶概念相联系, 形成了输出输入解耦的典型方法. 对于非线性奇异系统, 由于其结构的特殊性, 使得该问题的研究受到一些限制, 理论与方法还不够完备, 特别是

收稿日期: 2002-11-06; **修回日期**: 2003-02-13.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69974007); 教育部博士点基金资助项目(20020145007).
作者简介: 王文涛(1956—), 男, 辽宁辽中人, 教授, 博士生, 从事非线性奇异控制系统等研究; 刘晓平(1962—), 男, 黑龙江双城人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统、非线性系统等研究.

相对阶的概念与非线性奇异系统解耦问题的联系需要进一步揭示.

本文首先阐述了非线性奇异系统通过反馈实现非交互控制的概念; 然后研究了非线性奇异系统的向量相对阶与系统可通过反馈实现非交互控制的联系, 并给出了非线性奇异系统向量相对阶的反馈不变性; 最后提出了可通过反馈实现非交互控制的正则非线性奇异系统的非交互控制的具体实现方法.

2 问题描述与定义

对于非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, y = h(x), \tag{1}$$

设系统的平衡点为 $x^0 = 0$. 考虑一个正则状态反馈

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v, \tag{2}$$

满足 $\alpha(0) = 0$, $\beta(x)$ 非奇异. 对系统(1) 施加反馈(2), 得

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\alpha(x) + g(x)\beta(x)v, \\ y = h(x). \end{cases} \tag{3}$$

定义 1 对于非线性系统(1), 如果存在正则状态反馈(2), 使得系统(3) 满足:

1) 微分方程系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\alpha(x),$$

在平衡点 $x^0 = 0$ 处渐近稳定;

2) 闭环系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\alpha(x) + g(x)\beta(x)v,$$
$$y = h(x),$$

在 $x^0 = 0$ 处具有向量相对阶, 且每一个输出 $y_i(1 \le i \le m)$ 仅受输入 v_i 的影响, 而不受 $v_j(j \ne i)$ 的影响. 则称系统(1) 可通过状态反馈实现输入输出解耦, 或称系统可实现非交互控制.

考虑非线性奇异控制系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f_1(x) + p_1(x)z + g_1(x)u, \\ 0 = f_2(x) + p_2(x)z + g_2(x)u, \\ y = h(x). \end{cases} \tag{4}$$

其中: $x \in R^n$ 为可微分的变量, $z \in R^s$ 为代数变量, $u \in R^m$ 为输入变量, $y \in R^m$ 为输出变量, $f_1(x)$, $f_2(x)$ 和 $h(x)$ 分别为 n 维, s 维和 m 维光滑的向量函数, $p_i(x)$ 和 $g_i(x)$ $(i = 1, 2)$ 为有适当维数的矩阵值函数. 对于非线性奇异系统, 考虑状态反馈

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v + \gamma(x)z, \tag{5}$$

其中 $\beta(x)$ 为邻域 U 内的非奇异矩阵. 对系统(4) 施加反馈(5), 得

$$\begin{aligned} \dot{x} = {} & f_1(x) + g_1(x)\alpha(x) + [p_1(x) + \\ & g_1(x)\gamma(x)]z + g_1(x)\beta(x)v, \\ 0 = {} & f_2(x) + g_2(x)\alpha(x) + [p_2(x) + \\ & g_2(x)\gamma(x)]z + g_2(x)\beta(x)v, \\ y = {} & h(x). \end{aligned} \tag{6}$$

定义 2 对于系统(4), 如果存在状态反馈(5), 使得闭环系统(6) 可实现非交互控制, 则称系统(4) 可通过状态反馈实现非交互控制, 或称系统(4) 的非交互控制问题可解.

3 非线性奇异系统的非交互控制可解条件

根据文献[8], 对于正则非线性奇异系统($[p_2(x) \quad g_2(x)]$ 行满秩), 如果存在向量相对阶$(\rho_1, \cdots, \rho_m)$, 即

$$L_{g_1}L_{f_1}^k h_i(x) = 0, L_{p_1}L_{f_1}^k h_i(x) = 0,$$
$$k = 0, \cdots, \rho_i - 2, i = 1, \cdots, m, \tag{7}$$

且矩阵

$$\begin{bmatrix} p_2(x) & g_2(x) \\ L_{p_1}L_{f_1}^{\rho_1 - 1}h_1(x) & L_{g_1}L_{f_1}^{\rho_1 - 1}h_1(x) \\ \vdots & \vdots \\ L_{p_1}L_{f_1}^{\rho_m - 1}h_m(x) & L_{g_1}L_{f_1}^{\rho_m - 1}h_m(x) \end{bmatrix} \tag{8}$$

在 x^0 处非奇异, 则该系统可通过状态反馈实现非交互控制.

如果系统(4) 正则, 即存在矩阵 $\gamma(x)$ 使得矩阵 $[p_2(x) \quad g_2(x)\gamma(x)]$ 非奇异, 则从式(6) 的第 2 个方程能唯一解出 z, 即

$$\begin{aligned} z = {} & -[p_2(x) + g_2(x)\gamma(x)]^{-1}[f_2(x) + \\ & g_2(x)\alpha(x) + g_2(x)\beta(x)]. \end{aligned} \tag{9}$$

将式(9) 代入(6) 的第 1 个方程, 得

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\alpha(x) + g(x)\beta(x)v, \\ y = h(x). \end{cases} \tag{10}$$

其中

$$\begin{cases} f(x) = f_1(x) - [p_1(x) + g_1(x)\gamma(x)] \times \\ \qquad [p_2(x) + g_2(x)\gamma(x)]^{-1}f_2(x), \\ g(x) = g_1(x) - [p_1(x) + g_1(x)\gamma(x)] \times \\ \qquad [p_2(x) + g_2(x)\gamma(x)]^{-1}g_2(x). \end{cases} \tag{11}$$

记

$$\dot{x} = f(x) + g(x)w, y = h(x); \tag{12}$$

$$w = \alpha(x) + \beta(x)v. \tag{13}$$

定理 1 如果系统(4) 具有向量相对阶$(\rho_1, \cdots, \rho_m)$, 则系统(12) 也具有向量相对阶$(\rho_1, \cdots, \rho_m)$.

证明 由于系统(4) 具有向量相对阶$(\rho_1, \cdots, \rho_m)$, 则式(7) 成立且矩阵(8) 在 x^0 处非奇异. 由式(11) 确定的 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的结构, 可得

$$L_g L_f^k h_i(x) = 0,$$
$$k = 0, \cdots, \rho_i - 2,\ i = 1, \cdots, m,$$

且有

$$L_g L_f^{\rho_i - 1} h_i(x) = L_{g_1} L_{f_1}^{\rho_i - 1} h_i(x) - [L_{p_1} L_{f_1}^{\rho_i - 1} h_i(x) + L_{g_1} L_{f_1}^{\rho_i - 1} h_i(x) \gamma(x)][p_2(x) + g_2(x)\gamma(x)]^{-1} g_2(x). \tag{14}$$

下面证明矩阵

$$\tilde{A}(x) = \begin{bmatrix} L_g L_f^{\rho_1 - 1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_g L_f^{\rho_m - 1} h_m(x) \end{bmatrix} \tag{15}$$

在 x^0 处非奇异. 根据式(14) 的结构, 可得

$$\tilde{A}(x) = A(x) - [B(x) + A(x)\gamma(x)] \times [p_2(x) + g_2(x)\gamma(x)]^{-1} g_2(x).$$

其中

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_{f_1}^{\rho_1 - 1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_{g_1} L_{f_1}^{\rho_m - 1} h_m(x) \end{bmatrix},$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} L_{p_1} L_{f_1}^{\rho_1 - 1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_{g_1} L_{f_1}^{\rho_m - 1} h_m(x) \end{bmatrix}.$$

由于

$$\mathrm{Rank}\begin{bmatrix} p_2(x) & g_2(x) \\ B(x) & A(x) \end{bmatrix} = \mathrm{Rank}\begin{bmatrix} p_2(x) & g_2(x) \\ B(x) & A(x) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I & 0 \\ \gamma(x) & I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I & -[p_2(x) + g_2(x)\gamma(x)]^{-1} g_2(x) \\ 0 & I \end{bmatrix} =$$

$$\mathrm{Rank}\begin{bmatrix} p_2(x) + g_2(x)\gamma(x) & 0 \\ B(x) + A(x)\gamma(x) & A(x) - [B(x) + A(x)\gamma(x)][p_2(x) + g_2(x)\gamma(x)]^{-1} g_2(x) \end{bmatrix} =$$

$$\mathrm{Rank}\begin{bmatrix} p_2(x) + g_2(x)\gamma(x) & 0 \\ B(x) + A(x)\gamma(x) & \tilde{A}(x) \end{bmatrix}.$$

由矩阵(8) 和 $[p_2(x) + g_2(x)\gamma(x)]$ 的非奇异性, 得矩阵 $\tilde{A}(x)$ 在 x^0 处非奇异. 这说明系统(12) 也具有向量相对阶 $(\rho_1, \cdots, \rho_m)$. □

定理 1 说明, 当系统(4) 具有向量相对阶 $(\rho_1, \cdots, \rho_m)$ 时, 对于任何状态反馈

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v + \gamma(x)z,$$

只要矩阵 $[p_2(x) \quad g_2(x)\gamma(x)]$ 非奇异, 则系统(12) 也具有向量相对阶 $(\rho_1, \cdots, \rho_m)$, 因此系统(12) 可通过状态反馈实现非交互控制. 下面的定理在一定程度上给出了这一问题的反问题的解答.

定理 2　对于正则非线性奇异系统(4), 如果存在形如式(5) 的状态反馈, 使得系统(12) 具有向量相对阶 $(\rho_1, \cdots \rho_m)$, 则存在状态反馈使得原系统(4) 实现非交互控制, 或称原系统(4) 的非交互控制问题可解.

证明　由于系统(12) 具有向量相对阶 $(\rho_1, \cdots, \rho_m)$, 即

$$L_g L_f^k h_i(x) = 0,$$
$$k = 0, \cdots, \rho_i - 2,\ i = 1, \cdots, m,$$

且

$$\tilde{A}(x) = \begin{bmatrix} L_g L_f^{\rho_1 - 1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_g L_f^{\rho_m - 1} h_m(x) \end{bmatrix}$$

在 x_0 处非奇异. 因为

$$L_g h_i(x) = L_{g_1} h_i(x) - [L_{p_1} h_i(x) + L_{g_1} h_i(x)\gamma(x)] \times [p_2(x) + g_2(x)\gamma(x)]^{-1} g_2(x),$$

又因

$$\mathrm{Rank}\begin{bmatrix} p_2(x) & g_2(x) \\ L_{p_1} h_i(x) & L_{g_1} h_i(x) \end{bmatrix} = \mathrm{Rank}\begin{bmatrix} p_2(x) + g_2(x)\gamma(x) & 0 \\ L_{p_1} h_i(x) + L_{g_1} h_i(x)\gamma(x) & 0 \end{bmatrix},$$

由此可得 $[L_{p_1} h_i(x) \quad L_{g_1} h_i(x)]$ 是 $[p_2(x) \quad g_2(x)]$ 的线性组合. 即存在矩阵 $R_i^0(x)$, 使得

$$[L_{p_1} h_i(x) \quad L_{g_1} h_i(x)] = R_i^0(x)[p_2(x) \quad g_2(x)],$$

或

$$L_{p_1} h_i(x) + L_{g_1} h_i(x)\gamma(x) = R_i^0(x)[p_2(x) + g_2(x)\gamma(x)],$$

所以

$$L_{g_1} h_i(x) = R_i^0(x) g_2(x).$$

如果 $\rho_i > 1$, 由于

$$L_f h_i(x) = L_{f_1} h_i(x) - [L_{p_1} h_i(x) + L_{g_1} h_i(x)\gamma(x)] \times [p_2(x) + g_2(x)\gamma(x)]^{-1} f_2(x) = L_{f_1} h_i(x) - R_i^0(x) f_2(x),$$

令

$$\phi_i^1(x) = h_i(x),$$
$$\phi_i^2(x) = L_{f_1} h_i(x) - R_i^0(x) f_2(x),$$

因此

$$L_g L_f h_i(x) = L_{g_1} \phi_i^2(x) - [L_{p_1} \phi_i^2(x) + L_{g_1} \phi_i^2(x)\gamma(x)] \times$$

$$[p_2(x)+g_2(x)\gamma(x)]^{-1}g_2(x).$$

由于 $L_gL_fh_i(x)=0$, 用 $\phi_i^1(x)$ 代替 $h_i(x)$, 重复上述过程, 可得存在矩阵 $R_i^1(x)$, 使得

$$L_{p_1}\phi_i^1(x)+L_{g_1}\phi_i^1(x)\gamma(x)=R_i^1(x)[p_2(x)+g_2(x)\gamma(x)],$$

所以

$$\begin{aligned}&L_f^2h_i(x)=L_f\phi_i^1(x)=\\&L_{f_1}\phi_i^1(x)-[L_{p_1}\phi_i^1(x)+L_{g_1}\phi_i^1(x)\gamma(x)]\times\\&[p_2(x)+g_2(x)\gamma(x)]^{-1}f_2(x)=\\&L_{f_1}\phi_i^1(x)-R_i^1(x)f_2(x).\end{aligned}$$

令

$$\phi_i^2(x)=L_{f_1}\phi_i^1(x)-R_i^1(x)f_2(x),$$

由此构造过程可得函数序列

$$\phi_1^0(x),\cdots,\phi_1^{\rho_1-1}(x),\cdots,\phi_m^0(x),\cdots,\phi_m^{\rho_m-1}(x).$$

根据文献[9], 可证明上述函数序列线性独立, 且有矩阵

$$\begin{bmatrix}p_2(x) & g_2(x)\\ L_{p_1}\phi_1^{\rho_1-1}(x) & L_{g_1}\phi_1^{\rho_1-1}(x)\\ \vdots & \vdots\\ L_{p_1}\phi_m^{\rho_m-1}(x) & L_{g_1}\phi_m^{\rho_m-1}(x)\end{bmatrix}\tag{16}$$

在 x^0 处非奇异.

设 $\rho_1+\cdots+\rho_m=r$, 如果 $r<n$, 则可选取 $n-r$ 个相互独立的函数 $\eta_1(x),\cdots,\eta_{n-r}(x)$, 使得

$$\phi_1^0(x),\cdots,\phi_1^{\rho_1-1}(x),\cdots,\phi_m^{\rho_m-1}(x),\eta_1(x),\cdots,\eta_{n-r}(x)$$

在 x^0 的某邻域内线性独立. 于是可建立坐标变换

$$\begin{cases}\xi_i^1=\phi_i^0(x),\cdots,\xi_i^{\rho_i}=\phi_i^{\rho_i-1}(x),\\ \eta_1=\eta_1(x),\cdots,\eta_{n-r}=\eta_{n-r}(x),\end{cases}\quad i=1,\cdots,m.\tag{17}$$

在新坐标下, 系统(4) 转化为

$$\begin{cases}\dot\xi_i^1=\xi_i^2+R_i^0(x)(f_2(x)+p_2(x)z+g_2(x)u),\\ \quad\vdots\\ \dot\xi_i^{\rho_i-1}=\xi_i^{\rho_i}+R_i^{\rho_i-2}(f_2(x)+p_2(x)z+g_2(x)u),\\ \dot\xi_i^{\rho_i}=L_{f_1}\phi_i^{\rho_i-1}(x)+L_{p_1}\phi_i^{\rho_i-1}(x)z+L_{g_1}\phi_i^{\rho_i-1}(x)u,\end{cases}\quad i=1,\cdots,m;\tag{18}$$

$$0=f_2(x)+p_2(x)z+g_2(x)u;\tag{19}$$

$$\dot\eta=\tilde f_1(\xi,\eta)+\tilde p_1(\xi,\eta)z+\tilde g_1(\xi,\eta)u.\tag{20}$$

其中

$$\xi=(\xi_1^1,\cdots,\xi_1^{\rho_1},\cdots,\xi_m^1,\cdots,\xi_m^{\rho_m}),$$
$$\eta=(\eta_1,\cdots,\eta_{n-r}),\ x=\Phi^{-1}(\xi,\eta).$$

下面分两步构造反馈以实现解耦. 首先选取矩阵 $\gamma(x)$ 保证 $[p_2(x)+g_2(x)\gamma(x)]$ 非奇异, 施加状态反馈 $u=\gamma(x)z+\hat u$, 则系统(18)～(20) 可化为

$$\begin{cases}\dot\xi_i^1=\xi_i^2+R_i^0(x)[f_2(x)+(p_2(x)+g_2(x)\gamma(x))z+g_2(x)\hat u],\\ \quad\vdots\\ \dot\xi_i^{\rho_i-1}=\xi_i^{\rho_i}+R_i^{\rho_i-2}[f_2(x)+(p_2(x)+g_2(x)\gamma(x))z+g_2(x)\hat u],\\ \dot\xi_i^{\rho_i}=L_{f_1}\phi_i^{\rho_i-1}(x)+(L_{p_1}\phi_i^{\rho_i-1}(x)+L_{g_1}\phi_i^{\rho_i-1}(x)\gamma(x))z+L_{g_1}\phi_i^{\rho_i-1}(x)\hat u,\end{cases}\quad i=1,\cdots,m;\tag{21}$$

$$0=f_2(x)+(p_2(x)+g_2(x)\gamma(x))z+g_2(x)\hat u;\tag{22}$$

$$\dot\eta=\tilde f_1(\xi,\eta)+(\tilde p_1(\xi,\eta)+\tilde g_1(\xi,\eta)\gamma(x))z+\tilde g_1(\xi,\eta)\hat u.\tag{23}$$

由于 $[p_2(x)+g_2(x)\gamma(x)]$ 非奇异, 由式(23) 可得

$$z=-[p_2(x)+g_2(x)\gamma(x)]^{-1}\times[f_2(x)+g_2(x)\hat u].\tag{24}$$

将式(24) 代入(21)～(23), 得

$$\begin{cases}\dot\xi_i^1=\xi_i^2,\cdots,\dot\xi_i^{\rho_i-1}=\xi_i^{\rho_i},\\ \dot\xi_i^{\rho_i}=\hat a_i(x)+\hat c_i(x)\hat u,\ i=1,\cdots,m;\end{cases}\tag{25}$$

$$\dot\eta=\hat f_1(\xi,\eta)+\hat g_1(\xi,\eta)\hat u.\tag{26}$$

其中

$$\begin{aligned}\hat a_i(x)=&L_{f_1}\phi_i^{\rho_i-1}(x)-[L_{p_1}\phi_i^{\rho_i-1}(x)+\\&L_{g_1}\phi_i^{\rho_i-1}(x)\gamma(x)][p_2(x)+\\&g_2(x)\gamma(x)]^{-1}f_2(x),\\ \hat c_i(x)=&L_{g_1}\phi_i^{\rho_i-1}(x)-[L_{p_1}\phi_i^{\rho_i-1}(x)+\\&L_{g_1}\phi_i^{\rho_i-1}(x)\gamma(x)][p_2(x)+\\&g_2(x)\gamma(x)]^{-1}g_2(x).\end{aligned}$$

由矩阵(16) 的非奇异性, 可证明矩阵 $\hat c=[\hat c_1(x),\cdots,\hat c_m(x)]^{\mathrm T}$ 非奇异. 因此令

$$\hat a_i(x)+\hat c_i(x)\hat u=v_i,\ i=1,\cdots,m;$$

或

$$\hat u=-\hat c(x)^{-1}[\hat a(x)-v].$$

则系统(25) 和(26) 可化为

$$\dot\xi_i^1=\xi_i^2,\cdots,\dot\xi_i^{\rho_i-1}=\xi_i^{\rho_i},\ \dot\xi_i^{\rho_i}=v_i,\quad i=1,\cdots,m;\tag{27}$$

$$\dot\eta=\bar f_1(\xi,\eta)+\bar g_1(\xi,\eta)v.\tag{28}$$

系统(27) 和(28) 已实现了非交互控制, 所用状态反馈为

$$u=-\hat c(x)^{-1}\hat a(x)+\gamma(x)z+\hat c(x)^{-1}v.\qquad\square$$

4 结 论

本文研究了非线性奇异系统通过反馈实现非交互控制的问题 首先建立了非线性奇异系统的向量相对阶与系统可通过反馈实现非交互控制的联系,得到了非线性奇异系统向量相对阶的反馈不变性;然后给出了可通过反馈实现非交互控制的正则非线性奇异系统的非交互控制律的具体构造方法 利用本文的研究方法及相关结论,可进一步探讨非线性奇异系统干扰解耦及输出跟踪问题,也可探讨系统的反馈稳定化问题

参考文献(References):

[1] Luenberger D G. Singular dynamic Leontief systems [J]. *Enconometrica*, 1977, 45(5): 991-995.

[2] You L S, Chen B S. Tracking control designs for both holonomic and non-holonomic contrained mechanical systems[J]. *Int J Control*, 1993, 58(4): 587-612.

[3] Gani R, Cameron I T. Modelling for dynamic simulation of chemical process: The index problem [J]. *Chemistry Engineering Society*, 1992, 47(7): 1311-1313.

[4] Krishnan H, McClamroch N H. Tracking in nonlinear differential-algebraic control systems with applications to constrained robot systems[J]. *Automatica*, 1994, 30(10): 1885-1897.

[5] Dai L Y. Strong decoupling in singular systems[J]. *Mathematics Systems Theory*, 1989, 22(2): 275-289.

[6] Campbell S L. *Singular Systems of Differential Equations-*Ⅱ[M]. London: Pitman, 1982.

[7] Campbell S L, Nichols N, Terrell W J. Observability and controllability for linear time-varying descriptor systems [J]. *Circuits, Systems and Signal Process*, 1991, 10(3): 455-470.

[8] Liu X P, Celikovsky S. Feedback control of affine nonlinear singular control systems[J]. *Int J Control*, 1997, 68(4): 753-774.

[9] Liu X P. Local disturbance decoupling of nonlinear singular systems[J]. *Int J Control*, 1998, 70(5): 685-702.

[10] Liu X P. Asymptotic output tracking of nonlinear differential-algebraic control systems [J]. *Automatica*, 1998, 34(3): 393-397.

[11] Isidori A. *Nonlinear Control Systems*[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1995.

[12] Wang W T. The zero dynamics of nonlinear singular control systems[A]. *Proc of the* 2002 *American Control Conf* [C]. Anchorage, 2002. 3564-3569.

(上接第 30 页)

参考文献(References):

[1] Arimoto S, Kawamura S, Miyaski F. Bettering operation of robots by learning [J]. *J of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123-140.

[2] Ren X M, Gao W B. On the initial conditions in learning control [A]. *Int IEEE Symp on Industry Electronic*[C]. Xi′an, 1992. 182-185.

[3] Roberts P D. Stability analysis of iterative optimal control algorithms modelled as linear unit memory repetitive processes [J]. *IEE Proc Control Theory Applications*, 2000, 147(3): 229-238.

[4] 林辉, 王林. 迭代学习控制理论[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1998.

[5] Jang T, Choi C H, Ahn H S. Iterative learning control in feedback systems [J]. *Automatica*, 1995, 31(2): 243-248.

[6] Seo W G, Park B H, Lee J S. Intelligent learning control for a class of nonlinear dynamics system [J]. *IEE Proc Control Theory Applications*, 1999, 146(2): 165-170.

[7] Park B H, Kuc T Y, Lee J S. Adaptive learning control of uncertain robotic systems[J]. *Int J Control*, 1996, 65(5): 725-744.

[8] Choi J Y, Lee J S. Adaptive iterative learning control of uncertain robotic systems[J]. *IEE Proc Control Theory Applications*, 2000, 147(2): 217-223.

[9] Yang Sheng-yue, Fan Xiao-ping, Luo An. Adaptive robust iterative learning control for uncertain robotic systems[A]. *Proc 4th World Congress on Intelligent Control and Automation* [C]. Shanghai, 2002. 964-968.

[10] Douglas M Bates, Donald G Watts. *Nonlinear Regression Analysis and Its Applications*[M]. New York: John Wiley and Sons Inc, 1988.

[11] Wang Li-xin. *A Course in Fuzzy Systems and Control* [M]. NJ: Prentice-Hall Inc, 1988.