

文章编号: 1001-0920(2004)10-1121-04

一类基于模糊逻辑系统的非线性系统自适应跟踪控制

王银河^{1,2}, 李志远²

(1. 汕头大学 理学院, 广东 汕头 515063; 2. 内蒙古师范大学 数学系, 内蒙古 呼和浩特, 010022)

摘要: 利用非线性不确定系统的动态数学模型和模糊逻辑系统, 对不确定性的输出信息, 设计出被控制系统的自适应鲁棒跟踪控制器和模糊逻辑系统参数估计的自适应律. 在较弱的假设条件下, 证明了这种控制器能使被控制系统的状态及参数估计误差一致终极有界. 仿真实例表明, 所提出的方法是有效的.

关键词: 非线性系统; 鲁棒自适应跟踪控制; 模糊逻辑系统; 一致终极有界

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive tracking control for a class of nonlinear systems based on fuzzy logic systems

WANG Yin-he^{1,2}, LI Zhi-yuan²

(1. Science College, Shantou University, Shantou 515063, China; 2. Department of Mathematics, Inner Mongolia Normal University, Huhhot 010022, China. Correspondent: WANG Yin-he, E-mail: yhwang@stu.edu.cn)

Abstract: By using the dynamic mathematical model of a complex system and output information of the fuzzy logic system about uncertainties, an adaptive robust tracking controller and adaptive laws of parameter estimate of the fuzzy logic system are constructed. Under some mild conditions, the laws and controller ensure that the output of the controlled system can asymptotically track the known goal, and its states and parameter estimate errors are uniformly ultimately bounded (UUB). The simulation shows the validity of the method.

Key words: nonlinear systems; robust adaptive tracking control; fuzzy logic system; UUB

1 引言

非线性系统控制问题是当前控制界研究的一个重要课题, 具有不确定性的复杂系统的鲁棒反馈控制是其中的一个重要研究方向. 值得注意的是, 在以往的经典控制理论研究中, 复杂系统鲁棒性是在假定系统的不确定性(或干扰)满足“匹配条件”或“广义 Riccati 方程有解”或“已知其精确上界”的情况下获得的^[1-3]. 这一点并不切合实际, 这是因为: 一方面, 系统的结构(或所受干扰)机理很难得到; 另一方面, 对于具有非线性、变系数等特征的对象, 还没有一套完整实用的设计理论. 现实系统很难用基于物

理学、化学等规律导出其精确的数学模型, 即使某些简单的动力学模型可以得到, 其中的某些参数因受周围环境和测量部件精度的影响也难以精确化. 因此, 从工程应用的角度出发, 研究较弱条件下的反馈鲁棒控制是完全必要的.

模糊逻辑系统具有充分利用语言信息的功能, 特别适合于解决数学模型未知、复杂系统的控制问题. 目前, 有关模糊逻辑系统在鲁棒控制中的应用研究已取得了许多有价值的成果^[4,5], 但这些成果与预期的目标还相差甚远. 从理论分析的角度看, 有关模糊逻辑系统在鲁棒控制应用中的研究大多建立在

收稿日期: 2003-11-04; 修回日期: 2004-02-10

基金项目: 广东省自然科学基金资助项目(032035); 内蒙古自治区自然科学基金资助项目(200208020201).

作者简介: 王银河(1962—), 男, 内蒙古包头人, 教授, 博士生导师, 博士, 从事复杂系统、智能控制等研究; 李志远(1952—), 男, 内蒙古集宁人, 副教授, 从事复杂系统几何结构等研究.

仿真的基础上, 缺少严密的数学推理基础 因此, 有必要研究如何将模糊逻辑系统建立在严密推理上的方法

本文利用模糊逻辑系统研究复杂系统的鲁棒自适应跟踪控制问题 这种研究方法可有效发挥模糊逻辑系统利用语言信息的功能, 不需要知道不确定性的精确上界, 避免了严格的数学假定

2 系统描述

考虑如下非线性不确定控制系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \Delta f(x, t) + \\ \quad B(g(x, t)u + \Delta g(x, t)), \\ y = Cx. \end{cases} \quad (1)$$

其中: 状态向量 $x \in U \subseteq R^n, U$ 是 R^n 中的有界闭集; 系统的输出 $y \in V \subseteq R$; 系统的输入 $u \in R$; A 和 B 是适当维数的实矩阵; $\Delta f(x, t)$ 和 $\Delta g(x, t)$ 是系统不确定性或干扰; $g(x, t) \geq 0$ 是已知的增益

本文的任务是设计鲁棒控制器, 要求系统(1)的输出 y 跟踪给定的已知参考信号 y_r , 并保证跟踪过程中系统(1)的状态和相关参数有界

假定 1 矩阵对 (A, B) 是可控的

假定 2 系统(1)中的不确定性满足下列条件:

- 1) $\Delta f(x, t) = \zeta(x), x \in U$;
- 2) $\Delta g(x, t) = \eta(x), x \in U$;
- 3) $y_r = r$, 且 y_r 有界, r 是常数

其中: $\zeta(x)$ 和 $\eta(x)$ 可以是未知的非负连续函数,

$\|\cdot\|$ 表示欧氏范数

假定 3 $\text{rank} \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + 1$

在假定 1 下, 由文献[6]知, 假定 3 意味着矩阵对 $\begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$ 可控

考虑如下扩张系统:

$$\begin{cases} \dot{z} = \bar{A}z + \bar{\Delta f}(x, t) + \\ \quad \bar{B}(g(x, t)u + \bar{\Delta g}(x, t)). \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} z &= \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{\Delta f} &= \begin{bmatrix} \Delta f \\ (Cx - y_r)^2 - Cx \end{bmatrix}, \bar{\Delta g} = \begin{bmatrix} \Delta g \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

由上述记法可得到

$$\begin{aligned} \bar{B} &= B, \quad \bar{\Delta f} = \zeta(x), \\ \bar{\Delta g} &= \eta(x). \end{aligned} \quad (3)$$

记 q 为辅助函数, 满足 $\dot{q} = (Cx - y_r)^2$, 则

$$\bar{\zeta}(x) = \sqrt{\zeta(x) + 2Cx - (r + Cx)^2 + r^2}.$$

若假定 3 成立, 则存在线性反馈 $u = \bar{K}z$, 使对任意给定的正定对称矩阵 \bar{Q} , 下列 Lyapunov 方程存在唯一正定矩阵解 \bar{P} , 即

$$(\bar{A} + \bar{B}\bar{K})^T \bar{P} + \bar{P}(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = -\bar{Q}. \quad (4)$$

本文利用有关模糊逻辑系统的研究成果构造模糊逻辑系统, 用于逼近系统(1)中经归一化处理后的不确定性 这里选用单点模糊化、乘积推理、中心解模糊和如下模糊规则^[4]:

R^j : If x_1 is A^j_1 and ... and x_n is A^j_n ,

Then y is $B^j, j = 1, 2, \dots, N$. (5)

构造模糊逻辑系统 其输出为

$$F(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \theta_i A^j_i(x_i)}{\sum_{j=1}^N \left[\prod_{i=1}^n A^j_i(x_i) \right]}. \quad (6)$$

其中: $A^j_i(x_i)$ 是对应于模糊集 A^j_i 的隶属函数, $\theta = \text{Max}_{y \in R} B^j(y)$ 为常数 令

$$e_j(x) = \frac{\prod_{i=1}^n A^j_i(x_i)}{\sum_{j=1}^N \left[\prod_{i=1}^n A^j_i(x_i) \right]},$$

则式(6)可表示为 $F(x) = \theta^T E(x)$. 其中

$$\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N)^T,$$

$$E(x) = (e_1(x), \dots, e_N(x))^T.$$

容易看出, $0 \leq e_j(x) \leq 1$, 所以 $E(x) \leq 1$. 如果所有的模糊隶属函数均采用 Gaussian 型函数, 则由文献[4]知如下逼近定理成立:

定理 1 设 $h(x)$ 是有界闭集 $U \subseteq R^n$ 上的连续函数, 则对任何正数 ϵ , 存在形如式(5)和(6)的模糊逻辑系统, 使得

$$\text{Sup}_x |h(x) - F(x)| \leq \epsilon \quad (7)$$

本文利用形如式(5)和(6)的模糊逻辑系统来逼近经归一运算处理后的不确定项 $\bar{\zeta}(x) + B\eta(x)$. 根据定理 1, 对于任意给定的正数 ϵ , 存在形如式(5)和(6)的模糊逻辑系统, 使得

$$\text{Sup}_x |\bar{\zeta}(x) + B\eta(x) - F(x)| \leq \epsilon \quad (8)$$

注意到 U 是有界闭集, 上述 ϵ 将直接影响最终收敛域的大小 若定理 1 中模糊系统的选取较为困难, 则可采取加大 ϵ 的措施 此时式(8)仍然成立

3 控制器和自适应律设计

记 $\hat{\theta} = \theta + \tilde{\theta}$, $\hat{\epsilon} = \epsilon + \tilde{\epsilon}$ 其中: $\hat{\theta}$ 和 $\hat{\epsilon}$ 分别为 θ 和 ϵ 的估计值, θ 和 ϵ 为满足式(8) 模糊逻辑系统的参数

对于系统(1), 设计如下非线性鲁棒控制器:

$$u = u^a + u^b + u^c \quad (9)$$

其中

$$u^a = \frac{\bar{K}z}{g(x, t)}$$

$$u^b = \begin{cases} -\tau \frac{[\hat{\theta}^T E(x)] B^T \bar{P} z}{z^T \bar{P} B} g(x, t), & B^T \bar{P} z \neq 0; \\ 0, & B^T \bar{P} z = 0; \end{cases}$$

$$u^c = -\frac{(\tau^2 - 1) B^T \bar{P} z}{\alpha g(x, t)}$$

式中: $\tau > 1$ 为可调的增益参数, α 和 $\hat{\theta}$ 由下列自适应律确定 对于系统(2), 采用如下自适应律:

$$\dot{\hat{\theta}} = -\alpha \hat{\theta} + 2\lambda_{\max}(\bar{P}) z^T E(x) \quad (10a)$$

$$\dot{\hat{\epsilon}} = -\beta \hat{\epsilon} + 2\lambda_{\max}(\bar{P}) z \quad (10b)$$

其中 α 和 β 为可调正常数, 且满足

$$\frac{1}{\beta} + \frac{1 + B^2}{\alpha} < \frac{\lambda_{\min}(\bar{Q})}{2\lambda_{\max}^2(\bar{P})} \quad (11)$$

定理 2 考虑组合系统(1), 如果假定 1~ 假定 3 成立, 则在模糊逻辑系统(6), 非线性控制器(9) 和自适应律(10) 的共同作用下, 系统(1) 的输出渐近跟踪参考信号, 并保证状态一致终极有界和参数估计误差有界

考虑扩张系统(2) 和正定函数

$$V = z^T \bar{P} z + \frac{1}{2} \hat{\theta}^T \hat{\theta} + \frac{1}{2} \hat{\epsilon}^2$$

即可完成证明(略).

注 1 模糊逻辑系统的选择以及可调参数 α 和 β 的选取, 将直接影响最终收敛域的大小和收敛速度 一般情况下, 如果模糊逻辑系统已由专家确定, 为保证状态和估计误差最终收敛到尽可能小的邻域内, 则在适当的收敛速度前提下, 应尽可能选取较小的可调参数 α 和 β

4 仿真算例

考虑如下倒立摆系统^[4]:

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = f(x) + \vartheta + g(x)u,$$

$$y = x_1$$

其中: $x_1 = \theta$ 是摆的偏转角; $x_2 = \dot{\theta}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 是重力加速度; u 是施加于小车水平方向的力; ϑ 是未

知的与系统状态或时间有关的干扰, 满足 $|\vartheta| \leq \gamma(x)$, $\gamma(x)$ 可以是一个未知的连续函数, 这里假定 ϑ 的大小与摆的速度平方成正比, 即 $\vartheta = \dot{\theta} = x_2^2$

设小车的质量为 M , 摆的质量为 m , 摆的长度为 l , 则

$$f(x) = \frac{g \sin x_1 - (0.5m l x_2^2 \sin 2x_1)/(M + m)}{l(4/3 - (m \cos^2 x_1)/(M + m))}$$

$$g(x) = \frac{(\cos x_1)/(M + m)}{l(4/3 - (m \cos^2 x_1)/(M + m))}$$

将 $f(x)$ 在 $(0, 0)$ 处近似线性化, 可得到

$$f(x) = cx_1 + \Delta f(x_1, x_2)$$

其中

$$c = \frac{g}{l\left(\frac{4}{3} - \frac{m}{M + m}\right)}$$

$\Delta f(x_1, x_2)$ 是高阶余项 于是倒立摆系统可表示为

$$\dot{x} = Ax + \Delta f(x, t) + B(g(x_1, x_2)u)$$

其中

$$\Delta f(x) = \Delta f(x_1, x_2) + \vartheta,$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ c & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

注意到此时对应于假定 2 中的 $\xi(x_1, x_2)$ 为 $\Delta f(x_1, x_2) + \vartheta$ 的上界(其精确数学表达式可以未知), 可见系统(1) 和假定 2 是有实际背景的 这里假定 $m = 0.1 \text{ kg}$, $M = 1 \text{ kg}$, $l = 0.5 \text{ m}$, 跟踪信号 $y_r = 0.5 \sin t$, 则可直接算出

$$c = 3.234/205 = 15.7756$$

选取模糊逻辑系统逼近不确定性

$$\zeta(x) = \sqrt{\zeta(x) + 2(x + 0.25)^2 + 0.125}$$

对于 $\zeta(x)$, 可直接由高阶余项 $\Delta f(x_1, x_2)$ 的数学形式得到部分信息, 再结合相应的采样数据构造模糊逻辑系统 容易验证 (A, B) 是可控的, 因此假定 1 成立 直接验证 $\text{rank} \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = 3$, 则假定 3 成立 选取 $\bar{K} = [-30 \quad -10 \quad -20]$, $\bar{Q} = 2I$ (I 表示单位矩阵). 在区间 $[-10, 10]$ 内取状态 x_1 和 x_2 的 5 组采样

$$\begin{aligned} & (-2.7650 \quad -5.1942), \\ & (-1.8675 \quad -3.4924), \\ & (0.0821 \quad 0.5108), \\ & (1.7249 \quad 3.1942), \\ & (2.5273 \quad 7.1764). \end{aligned}$$

选择以上述采样点为中心的 Gaussian 型隶属函数, 取初值 $x(0) = (1.5 \ 0)^T$, 可调参数

$$\alpha = \beta = s + \frac{2(2 + B^{-2})\lambda_{\max}^2(\bar{P})}{\lambda_{\min}(\bar{Q})},$$

$$s = 1.5, \tau = 1.$$

对倒立摆系统进行仿真, 其输出跟踪误差和状态响应分别如图1和图2所示. 仿真结果从另外一个角度说明了本文提出的基于模糊逻辑系统的鲁棒跟踪控制器是有效的

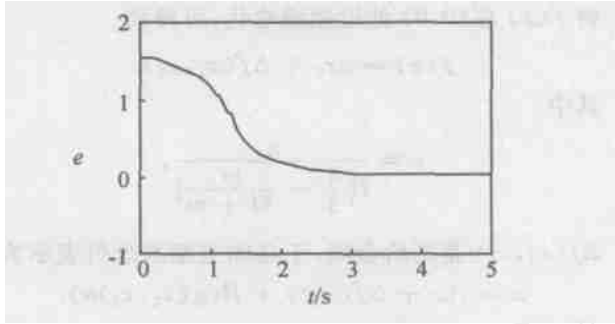


图1 倒立摆输出跟踪误差

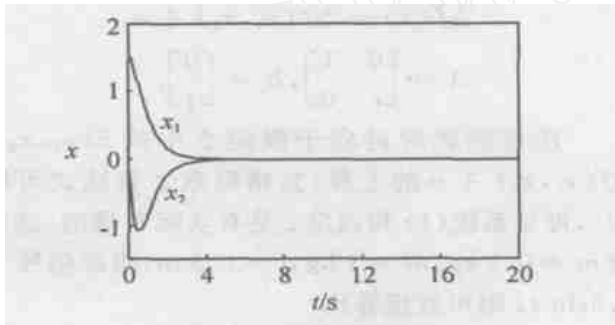


图2 倒立摆状态响应

参考文献(References):

- [1] 王耀青. 一类不确定参数系统鲁棒控制问题的研究[J]. 信息与控制, 1998, 27(3): 167-178
(Wang Yaoqing. Study on the robust control for a class of uncertain systems[J]. *Information and Control*, 1998, 27(3): 167-178.)
- [2] 刘粉林, 王银河, 张嗣瀛. 具有不确定未知界的相似组合系统的鲁棒分散输出控制[J]. 自动化学报, 2000, 26(3): 332-338
(Liu Fenlin, Wang Yinhe, Zhang Siying. Robust decentralized output feedback control of similar composite systems with uncertainties of unknown bounds[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000, 26(3): 332-338.)
- [3] 刘粉林, 黎阳生, 王银河, 等. 不确定相似组合系统的分散自适应输出反馈控制[J]. 信息与控制, 2000, 29(2): 97-101
(Liu Fenlin, Li Yangsheng, Wang Yinhe, et al. Decentralized output feedback adaptive control of similar composite systems with uncertainties[J]. *Information and Control*, 2000, 29(2): 97-101.)
- [4] Wang Lixin. Fuzzy systems are universal approximations[A]. *Proc IEEE Int Conf on Fuzzy Systems*[C]. San Diego: Piscataway, 1992. 1163-1170
- [5] Shaocheng Tong, Qingguo Li, Tianyou Chai. Fuzzy adaptive control for a class of nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 101(1): 31-39
- [6] Ni ML, Chen Y. Decentralized stabilization and output tracking of large-scale systems[J]. *Automatica*, 1996, 32(7): 1077-1080

(上接第 1120 页)

参考文献(References):

- [1] Takagi H. Interactive evolutionary computation: Fusion of the capabilities of EC optimization and human evolution[J]. *Proc of the IEEE*, 2001, 89(9): 1275-1296
- [2] Kim H S, Cho S B. Application of interactive genetic algorithm to fashion design[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2000, 13(6): 635-644
- [3] Tokui N, Iba H. Music composition with interactive evolutionary computation[A]. *Proc of the 3rd Int Conf on Generative Art*[C]. Milan, 2000. 215-226
- [4] Morita T, Iba H, Ishizuka M. Generating emotional voice and behavior expression by interactive evolutionary computation[A]. *Proc of the 62nd Annual Meeting of Japan Society for Information Processing*[C]. Yokohama, 2001. 45-46
- [5] Iwasaki T, Kimura A, Todoroki Y, et al. Interactive virtual aquarium[A]. *Proc of the 5th Annual Conf of the Virtual Reality Society of Japan*[C]. 2000. 141-144
- [6] Lee J H, Cho S B. Analysis of direct manipulation in interactive evolutionary computation on fitness landscape[A]. *Proc of the 2002 Congress on Evolutionary Computation*[C]. Honolulu, 2002. 460-465