

文章编号: 1001-0920(2004)10-1133-04

具有大时延的网络控制系统的稳定性分析

刘玉忠^{1,2}, 于海斌¹

(1. 中国科学院 沈阳自动化研究所, 辽宁 沈阳 110016; 2 沈阳师范大学 数学与系统科学学院, 辽宁 沈阳 110034)

摘 要: 针对一类具有随机大时延(大于一个采样周期)的网络控制系统, 通过对系统的离散化, 从理论上分析了系统的稳定性. 利用分割的思想处理随机的网络时延, 采用离线控制器设计与在线切换规律设计相结合的方法, 给出了系统基于控制器切换技术的稳定的梯度算法. 仿真算例说明了结论与算法的正确性.

关键词: 网络控制系统; 大时延; 分割; 切换技术; 梯度算法

中图分类号: TP273, TP393 **文献标识码:** A

Analysis of stability for networked control systems with large delays

L IU Yu-zhong^{1,2}, YU Hai-bin¹

(1. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China; 2 School of Mathematics and System Science, Shenyang Normal University, Shenyang 110034, China Correspondent: L IU Yu-zhong, E-mail: liuyuzhong@sina.com)

Abstract: The stability of networked control systems with larger delays is studied. The analysis of networked control systems is carried out in theory by dispersing the systems. The stochastic networked-induced delay is dealt with by the idea of partition. Based on this idea, a method of combining controller design offline with switching law online is proposed and a gradient algorithm is developed for the system. Finally, a simulation example shows the validity of the algorithm.

Key words: networked control systems; larger delay; partition; switching technique; gradient algorithm

1 引 言

通过实时的网络构成闭环的反馈控制系统称为网络控制系统(NCSS). 与传统的点对点的设计相比, 网络控制结构具有安装费用较低, 易于维护, 可进行远程控制和故障诊断等优点, 因此受到人们的普遍关注, 并成为控制理论应用的一大热点问题^[1-3].

可从多个角度来研究网络控制系统: 以满足系统稳定和动态性能为目标的控制策略^[4,5], 保证多媒体传输和远程通信服务质量的调度算法, 控制与调

度的集成方法和信息理论的方法等^[6,7]. 状态增量法是网络控制系统分析的基本方法之一^[8]; Nilsson^[9]等提出最优随机控制方法, 将网络随机时延的影响归于一个LQG问题; Walsh等^[7,10]最早将扰动分析法引入网络控制系统的稳定性分析, 得到了系统渐近稳定的一些结果.

分析由网络导致的随机时延是网络控制系统研究的重要内容之一. 然而由于大时延的复杂性及系统离散模型结构的不确定性, 却很少有人进行研究. 在实际系统中, 网络时延大于一个采样周期的情况

收稿日期: 2003-09-28; 修回日期: 2003-12-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60084001); 沈阳师范大学博士启动基金资助项目(054-554204).

作者简介: 刘玉忠(1963—), 男(满族), 辽宁新宾人, 教授, 博士, 从事切换系统、网络控制等研究; 于海斌(1964—), 男, 黑龙江密山人, 研究员, 博士生导师, 从事控制理论、优化调度等研究.

时有发生,因此对这种情况的研究是非常必要的.本文讨论了时延大于一个采样周期的网络控制系统的稳定性问题,采用分割的思想处理随机时延,将离线的控制器设计与在线的切换规律设计结合起来,给出了系统基于控制器切换技术的实时梯度算法.仿真算例验证了所得结果的正确性和有效性.

2 预备知识

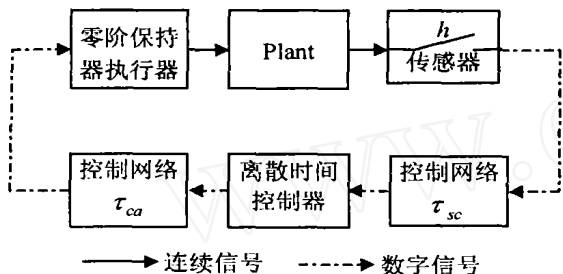


图 1 带有网络时延的网络控制系统模型

考虑图 1 所示的网络控制系统模型,它是由连续的性能指标

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad (1)$$

和离散控制器

$$\begin{aligned} u(kh) &= -K_i x(kh), \\ k &= 0, 1, \dots, i = 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (2)$$

构成.这里: $x \in R^n, y \in R^p, u \in R^m; A, B, C, K_i$ 为适当维数的矩阵; τ_{ca} 和 τ_{sc} 分别表示控制器到执行器、传感器到控制器的时延,它们可写成^[4]

$$\tau = \tau_{ca} + \tau_{sc}$$

本文恒假定时延 τ_k 满足 $0 < \tau_k < lh, h$ 为采样周期, l 为大于 1 的正整数.则系统方程可写成

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ t \in [kh + \tau_k, (k+1)h + \tau_{k+1}); \\ y(t) = Cx(t); \\ u(t^+) = -K_i x(t - \tau_k), \\ t \in \{kh + \tau_k, k = 0, 1, \dots\}, i = 1, 2, \dots, p. \end{cases} \quad (3)$$

记 $z(kh) = [x^T(kh), u^T((k-1)h), \dots, u^T((k-1)h)]^T$, 则对系统 (3) 以采样周期 h 离散化, 得

$$z((k+1)h) = \tilde{\Phi}(K_k) z(kh), \quad (4)$$

其中 $\tilde{\Phi}(K_k)$ 为递归矩阵.下面给出控制器的设计和递归矩阵 $\tilde{\Phi}(K_k)$ 的表达形式.

2.1 控制器的设计

考虑到时延 τ_k 满足 $0 < \tau_k < lh$, 因此将区间 $(0, lh)$ 平均分成 m 个小区间: $[l_i, l_{i+1}), i = 0, 1, \dots, m-1$ ($i = 0$ 时的小区间为 (l_0, l_1)), 其中: $l_0 = 0, l_m = lh$,

$m > l$. 若 $\tau_k \in [l_i, l_{i+1})$, 则设计若干个控制器 $K_{k_j}, j = 1, 2, \dots, p(i)$, 使得相应的递归矩阵 $\tilde{\Phi}(K_k)$ 为 Schur 的^[5].

从以上定义可以看出, 相应于 τ_k 的控制器 K_{k_j} 只与 τ_k 的值所在的小区间有关. 于是对于所有的 $\tau_k, k = 1, 2, \dots$, 它所对应的控制器的个数是有限的, 且设为 $K_k, k = 1, 2, \dots, p, p > m > l$.

注 1 在每个小区间设计多个控制器, 目的是使相应的递归矩阵 $\tilde{\Phi}(K_k)$ 更好地满足 Schur 性; 设计多个控制器的另一个目的是在控制器切换算法中有更多的选择, 从而得到较优的控制策略.

2.2 递归矩阵 $\tilde{\Phi}(K_k)$ 的表达式

递归矩阵 $\tilde{\Phi}(K_k)$ 与控制器 K_k 和 τ_k 有关. 实际上, 当 $0 < \tau_k < h$ 和 $(l-1)h < \tau_k < lh$ 时, 分别有

$$\tilde{\Phi}(K) = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma_0(\tau_k)K_k & 0 & 0 & \dots & \Gamma_1(\tau_k) \\ 0 & 0 & I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I \\ -K_k & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Phi}(K) = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma_1(\tau_k) & \Gamma_0(\tau_k) & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I \\ -K_k & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi &= e^{A\tau_k}, \tau_k = \tau_k - (l-1)h, \\ \Gamma_0(\tau_k) &= \int_0^{h-\tau_k} e^{A s} B ds, \Gamma_1(\tau_k) = \int_{h-\tau_k}^h e^{A s} B ds \end{aligned}$$

3 主要结果

3.1 稳定性分析

定义 1^[11] 如果对任意 l 个矩阵 $\tilde{\Phi}(K_{i_j}), i_j \in \{1, 2, \dots, p\}, j = 1, 2, \dots, l$, 存在一个 Schur 矩阵 $\tilde{\Phi}$, 使得

$$\tilde{\Phi}(K_{i_1}) \tilde{\Phi}(K_{i_2}) \dots \tilde{\Phi}(K_{i_l}) z = \tilde{\Phi} z, \quad (5)$$

则称矩阵 $\tilde{\Phi}(K_i) (i = 1, 2, \dots, p)$ 是一致 Schur 有界的.

定义 2 设 $A = (a_{i,j})_{m \times n}$, 则称向量 $[a_{11}, \dots, a_{1n}, a_{21}, \dots, a_{2n}, \dots, a_{m1}, \dots, a_{mn}]^T$ 为矩阵 A 的向量函数, 记为 $\text{vec } A$.

引理 1^[12] 设 A, B, X 为具有适当维数的矩阵, 则 $\text{vec}(AXB) = (B^T \otimes A) \text{vec } X$, 其中 $B^T \otimes A$ 表示矩阵 B^T 和 A 的 Kronecker 积.

定理 1 对于随机的网络时延 $\tau_k, k = 1, 2, \dots, 0$

$< \tau_k < lh$, 若存在控制器 $K_i, i = 1, 2, \dots, p$, 使得矩阵 $\Psi(K_i) (i = 1, 2, \dots, p)$ 是一致 Schur 有界的, 则系统 (3) 是稳定的 这里 $\Psi(K_i) = \tilde{\Phi}(K_i) \odot \tilde{\Phi}(K_i)$.

证明 令 $P_i = z_i z_i^T$, 由式 (4) 得

$$P_{i+1} = \tilde{\Phi}(K_i) P_i \tilde{\Phi}(K_i)^T,$$

由引理 1 知

$$\text{vec}(P_{i+1}) = (\tilde{\Phi}(K_i) \odot \tilde{\Phi}(K_i)) \text{vec}(P_i) = \Psi(K_i) \text{vec}(P_i). \quad (6)$$

于是

$$\text{vec}(P_m) = \Psi(K_{i_1}) \Psi(K_{i_2}) \dots \Psi(K_{i_l}) \text{vec}(P_{(m-1)l}).$$

由 $\Psi(K_i) (i = 1, 2, \dots, p)$ 的一致 Schur 有界性得

$$\lim_m \text{vec}(P_m) = 0 \quad (7)$$

对于任意 $q, 0 < q < l$, 有

$$\text{vec}(P_{m+l+q}) = \Psi(K_{j_{l-q+1}}) \Psi(K_{j_{l-q+2}}) \dots \Psi(K_{j_l}) \text{vec}(P_{(m-1)l}). \quad (8)$$

因 $0 < \tau_k < lh$, 故存在一个常数 M , 使得 $\Psi(K_i)$

$M, i = 1, 2, \dots, p$. 再由式 (8), 可得

$$\text{vec}(P_{m+l+q}) \leq M^q \text{vec}(P_m).$$

由式 (7) 有 $\lim_m \text{vec}(P_{m+l+q}) = 0, 0 < q < l$ 结合式 (7) 及 P_i 的定义可得 $\lim_i z_i = 0$

注 2 定理条件中并不要求每一个 $\tilde{\Phi}(K_i) (i = 1, 2, \dots, p)$ 是 Schur 的

注 3 如果 $\tilde{\Phi}(K_i) (i = 1, 2, \dots, p)$ 均为 Schur 矩阵, 则 $\Psi(K_i) (i = 1, 2, \dots, p)$ 一致 Schur 有界的条件要弱于 $\tilde{\Phi}(K_i) (i = 1, 2, \dots, p)$ 的一致 Schur 有界性 对于这一点, 可从下面关于矩阵特征值的式子中得到^[12], 即

$$\lambda(A \otimes B) = \{\lambda(A) \lambda_j(B), i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m\}.$$

3.2 基于控制器切换技术的梯度算法

通过设计离线控制器和在线切换策略, 得到网络控制系统的一个实时的梯度算法 具体步骤如下:

1) 离线控制器: 将区间 $(0, lh)$ 平均分成若干个小区间, 当时延属于某个小区间时, 设计若干个控制器 K_i (称为基本控制器, $i = 1, 2, \dots, q$), 使 $\tilde{\Phi}(K_i) (i = 1, 2, \dots, q)$ 为 Schur 的 下面算法中控制器切换就是在这些控制器之间进行的

2) 在线切换策略: 当系统按式 (4) 进行迭代时, 根据第 k 步的迭代值及第 $k+1$ 步的时延 τ_{k+1} , 计算不同控制器所产生的第 $k+1$ 步迭代值, 与第 k 步的梯度方向比较, 得到所选的控制器及相应的切换规律 记 $z(kh) = [z_{k_1}, z_{k_2}, \dots, z_{k_{n+m}}]^T, \bar{a}_0 = \{z_{k_1}, z_{k_2},$

$\dots, z_{k_{n+m}}\}$, 称 \bar{a}_0 是由 $z(kh)$ 构成的 再记 $z^i((k+1)h)$ 为由 $z(kh)$ 出发采用控制器 K_i 时的下一步迭代值 $\bar{a}_i (i = 1, 2, \dots, p)$ 是由 $z_i(k+1)h - z(kh)$ 构成的 记 \bar{g}_k 为对应于 $z(kh)$ 的梯度, 令 θ 为 $-\bar{g}_k$ 与 \bar{a}_i 之间的夹角, 则

$$\cos \theta = \frac{-\bar{g}_k \bar{a}_i}{\|\bar{g}_k\| \|\bar{a}_i\|}, i = 1, 2, \dots, p.$$

令 i_0 满足 $\cos \theta_0 = \max_{1 \leq i \leq p} \{\cos \theta_i\}$, 则下一步迭代采用控制器 K_{i_0}

综上, 可得到基于控制器切换策略的梯度算法如下:

- 1) 对于 $\forall k$, 计算 \bar{g}_k 和 $\bar{a}_i, i = 1, 2, \dots, p$;
- 2) 计算 $\cos \theta, i = 1, 2, \dots, p$;
- 3) 令 $i_0 = \arg(\cos \theta)$, 并且控制器 K_{i_0} 被激活;
- 4) 根据式 (4) 计算 $z((k+1)h), K_k = K_{i_0}$;
- 5) 将 $k+1$ 赋值给 k , 返回步骤 1).

4 仿真算例

为简便起见, 考虑如下标量系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= x(t) + u(t), \\ t & \in [kh + \tau_k, (k+1)h + \tau_{k+1}); \\ u(t^+) &= -K_i x(t - \tau_k), \\ t & \in \{kh + \tau_k, k = 0, 1, \dots\}. \end{aligned}$$

取采样周期 $h = 0.2$, 设网络时延 $0 < \tau_k < 2h$. 将区间 $(0, 2h)$ 平均分成 6 等份, 从左到右依次记为 I_1, I_2, \dots, I_6 ; 相应地, 设计控制器 K_1, K_2, \dots, K_6 . 当 $0 < \tau_k < h$ 和 $h < \tau_k < 2h$ 时, 分别有

$$\tilde{\Phi}(K) = \begin{bmatrix} \Phi - \Gamma_0(\tau_k)K & 0 & \Gamma_1(\tau_k) \\ 0 & 0 & I \\ -K & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Phi}(K) = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma_1(\tau_k) & \Gamma_0(\tau_k) \\ 0 & 0 & I \\ -K & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Phi = e^{Ah}, \tau_k = \tau_k - h,$$

$$\Gamma_0(\tau_k) = \int_0^{h-\tau_k} e^{As} B ds, \Gamma_1(\tau_k) = \int_{h-\tau_k}^h e^{As} B ds$$

由此可设计控制器 K_1, K_2, \dots, K_6 , 具体结果如表 1 所示. 取初值 $z(0) = (4, -4, -6)^T$, 迭代次数 $k = 50$, 随机时延由计算机随机产生, 可得到增广向量 $z(kh)$ 的响应曲线及相应的控制器切换规律和随机时延 $(0 < \tau_k < 2h = 0.4)$. 计算结果分别如图 2 和图 3 所示

表1 控制器设计及相应迭代矩阵的谱半径

时延的区间	相应的控制器	Φ 的谱半径	相应的特征值
$(0, h/3)$	$K_1 = 2$	$\rho(\Phi) = 0.7786$	$\lambda = 0.7786$
$[h/3, 2h/3)$	$K_2 = 3$	$\rho(\Phi) = 0.6763$	$\lambda = 0.5073 \pm 0.4473i$
$[2h/3, h)$	$K_3 = 4$	$\rho(\Phi) = 0.9411$	$\lambda = 0.6107 \pm 0.7160i$
$[h, 4h/3)$	$K_4 = 3.5$	$\rho(\Phi) = 0.9707$	$\lambda = 0.7570 \pm 0.6076i$
$[4h/3, 5h/3)$	$K_5 = 2.8$	$\rho(\Phi) = 0.9731$	$\lambda = 0.8361 \pm 0.4978i$
$[5h/3, 2h)$	$K_6 = 1.4$	$\rho(\Phi) = 0.8462$	$\lambda = 0.8271 \pm 0.1787i$

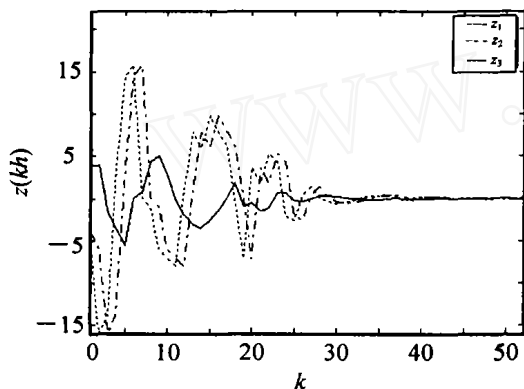


图2 增广向量 $z(kh)$ 的状态响应曲线

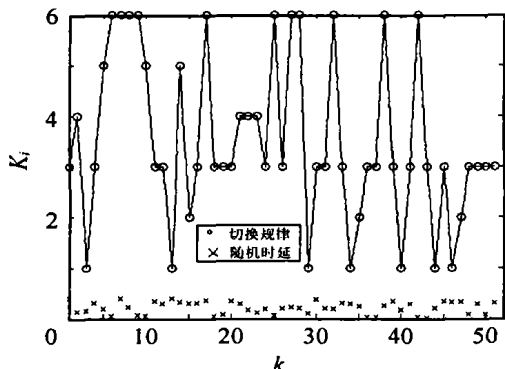


图3 控制器切换规律和随机时延(0~0.4)

5 结语

本文研究时延大于一个采样周期的网络控制系统的稳定性问题。与小于一个采样周期的时延相比,大时延的情形更为复杂,因而更具挑战性。本文在随机时延的概率分布律未知的条件下,利用分割的思想处理随机时延,将离线设计控制器与在线设计控制器的切换规律相结合,得到系统稳定的结果和系统控制的梯度算法。仿真算例说明了该算法的有效性。

参考文献(References):

[1] Lee K C, Lee S. Remote controller design of

networked control systems using genetic algorithm [A]. *ISIE 2001*[C]. Pusan, 2001. 1845-1850.

[2] Feng-li Lian, Moyne J, Tilbury D. Optimal controller design and evaluation for a class of networked control systems with distributed constant delays [A]. *Proc American Control Conf* [C]. Anchorage, 2002. 3009-3014.

[3] Feng-li Lian, Moyne J, Tilbury D. Control performance study of a networked machining cell [A]. *Proc American Control Conf* [C]. Chicago, 2000. 2337-2341.

[4] Wei Zhang, Branicky M S, Phillips S M. Stability of networked control systems [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2001, 21(1): 84-99.

[5] Branicky M S, Phillips S M, Wei Zhang. Stability of networked control systems: Explicit analysis of delay [A]. *Proc American Control Conf* [C]. Chicago, 2000. 2352-2357.

[6] Wei Zhang. Stability analysis of networked control systems [D]. Case Western Reserve University, 2001.

[7] Walsh G C, Ye H, Bushnell L. Stability analysis of networked control systems [A]. *Proc American Control Conf* [C]. San Diego, 1999. 2876-2880.

[8] Astrom K J, Wittenmark B. *Computer-controlled Systems: Theory and Design* [M]. 2nd. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1990.

[9] Nilsson J, Bernhardsson B, Wittenmark B. Stochastic analysis and control of real-time systems with random time delays [J]. *Automatica*, 1998, 34(1): 57-64.

[10] Walsh G C, Beldiman O, Bushnell L. A asymptotic behavior of nonlinear networked control systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(7): 1093-1097.

[11] Yuzhong Liu, Haibin Yu. Stability of networked control systems based on switched technique [A]. *Proc 42nd IEEE CDC* [C]. Maui, 2003. 1110-1113.

[12] Lancaster P T, Tismenetsky. *The Theory of Matrices* [M]. 2nd. San Diego: Academic Press, 1985.