第 19 卷 第 10 期　　控 制 与 决 策　　2004 年 10 月
Vol 19 No. 10　　Control and Decision　　Oct 2004

文章编号: 1001-0920(2004)10-1137-05

基于观测器的线性中立时滞系统的 H∞控制

张　友, 井元伟, 张嗣瀛
(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘　要: 研究一类中立时滞系统基于观测器的鲁棒 H∞控制问题. 首先讨论了相应的标称系统的稳定性准则, 然后通过 LMI 方法给出了基于观测器的无记忆镇定控制器存在的充分条件及相应的设计方案, 最后通过一个数值例子的仿真表明所提出的设计方法是有效而可用的.

关键词: 观测器; H∞控制; 线性矩阵不等式; 中立时滞系统
中图分类号: TP13　　　**文献标识码**: A

Observer-based H∞ control for a class of linear neutral delay systems

ZHANG You, JING Yuan-wei, ZHANG Si-ying
(School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: ZHANG You, E-mail: zhangy097@nenu.edu.cn)

Abstract: The problem of observer-based $H\infty$ control for a class of neutral delay systems is addressed. First, a stability criterion of the nominal systems is presented. A sufficient condition for the existence of the desired controller is given in terms of a linear matrix inequality. Finally, a numerical example is given to demonstrate the validity of the proposed approach.

Key words: observer; $H\infty$ control; linear matrix-inequality; neutral delay systems

1 引　言

时滞广泛存在于动力系统中, 如通讯系统、生态系统、化工系统、电力系统等. 它的存在时常导致系统不稳定和系统性能变差. 在过去的 30 年中, 时滞系统的稳定性分析与镇定问题引起了人们的极大关注[1~3]. 特别是近年来许多学者又致力于中立型微分系统稳定性分析的研究. 中立型微分系统具有理论和实践上的重要意义, 例如中立型泛函微分方程是输电线中电压和电流波动的自然模型. 许多学者利用各种分析技术, 如 Lyapunov 方法、特征方程方法和状态方程解方法, 建立了多种中立系统渐近稳定的稳定性准则[3~8], 然而关于中立系统的分析与综合方面的文献却较少. Xu 等[9]解决了线性中立时滞系统的 $H\infty$和正实控制问题, 并发展了相应的控制器设计方案. Mahmoud[10]考虑了线性不确定性中立时滞系统的鲁棒 $H\infty$控制, 并得出一些可解性的充分条件.

从实践的观点看, 系统的状态通常是未知或部分已知的, 因而在应用中设计观测器来估计中立时滞系统的状态便显得尤为重要. 与中立时滞系统稳定性的研究相比, 关于观测器设计的研究则更少. Wang 等[11]最近通过奇异值分解和广义逆原理研究了中立时滞系统的观测器设计问题, 依据一个代数 Riccati 方程正定解的存在性, 提出一种中立时滞系

收稿日期: 2003-08-18; **修回日期**: 2003-11-20.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60274009); 教育部博士点基金资助项目(20020145007).
作者简介: 张友(1971—), 男, 山东高密人, 博士生, 从事时滞系统、系统稳定性等研究; 张嗣瀛(1925—), 男, 山东章丘人, 中国科学院院士, 教授, 博士生导师, 从事复杂控制系统、微分对策等研究.

统观测器的设计方案，但没有考虑基于观测器的镇定问题. 本文研究一类参数不确定中立系统基于观测器的鲁棒 H_∞ 控制问题，给出了无记忆鲁棒镇定控制器存在的充分条件及相应的设计方案.

2　预备知识

本文中的符号说明如下：$\mathbf{R}^n$ 表示 n 维欧氏空间；对于任意实对称阵 X，$X > 0(X \geq 0)$ 表示 X 是一个正定(半正定)矩阵；$\|\cdot\|$ 表示向量的欧氏范数或相应的导出 2-范数；$\lambda_M(A)$ 和 $\lambda_m(A)$ 分别表示矩阵 A 的最大和最小特征值；“ * ”表示对称矩阵中对称位置上的转置元素.

考虑如下线性时滞系统：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_h x(t-h) + \\ \qquad A_d \dot{x}(t-d) + Bu(t) + G\omega(t), \\ y(t) = Cx(t), \\ z(t) = Dx(t), \\ x(t) = \phi(t),\ t \in [-\tau, 0]. \end{cases} \tag{1}$$

其中：$x(t) \in \mathbf{R}^n$ 是状态向量，$u(t) \in \mathbf{R}^m$ 是控制输入向量，$\omega(t) \in \mathbf{R}^p$ 是属于 $L_2[0, +\infty)$ 空间的干扰输入向量，$y(t) \in \mathbf{R}^q$ 是量测输出向量，$z(t) \in \mathbf{R}^r$ 是控制输出向量，$\phi(t) \in \mathbf{R}^n$ 是连续初始向量值函数，标量 $\tau = \max\{h, d\}$ 表示状态及其导数的时滞，A，A_h, A_d, B, C, D, G 是具有适当维数的已知常量矩阵.

为建立本文的结论，首先给出下面一些预备知识：

引理 1　设 A, D, E, P 是具有适当维数的实矩阵，且 $P > 0$，则下列不等式成立：1) 对于任意正数 ϵ，$DE + (DE)^{\mathrm{T}} \leq \epsilon DD^{\mathrm{T}} + \epsilon^{-1}E^{\mathrm{T}}E$；2) $AE + (AE)^{\mathrm{T}} \leq APA^{\mathrm{T}} + E^{\mathrm{T}}P^{-1}E$.

定义 1　当 $u(t) = 0$ 时，考虑系统(1). 对于给定的正常数 γ，如果系统是渐近稳定的，且在零初始条件 $x(t) = 0(t \in [-\tau, 0])$ 下，外部扰动 $\omega(t)$ 和被控输出 $z(t)$ 满足 $\|z\|_2 \leq \gamma\|\omega\|_2$，$\forall \omega \in L_2[0, \infty)$，则称系统具有 H_∞ 性能指标 γ.

引理 2[9]　考虑系统(1)在 $u(t) = 0$ 和 $\omega(t) = 0$ 时的情形，如果存在正定矩阵 P, Q 和 S，满足如下线性矩阵不等式：

$$\begin{bmatrix} PA^{\mathrm{T}} + AP + Q + S & (Q + S + PA^{\mathrm{T}})A_d^{\mathrm{T}} & PA_h^{\mathrm{T}} \\ A_d(Q + S + AP) & A_d(Q + S)A_d^{\mathrm{T}} - Q & 0 \\ A_h P & 0 & -S \end{bmatrix} < 0, \tag{2}$$

则系统对于任意的滞后时间 h 和 d 都是渐近稳定的.

定理 1　对于给定的正常数 γ，若存在矩阵 $P > 0, Q > 0, S > 0$，使得如下 LMI 成立：

$$\begin{bmatrix} PA + A^{\mathrm{T}}P + Q + S + D^{\mathrm{T}}D & (PA + Q + S + D^{\mathrm{T}}D)A_d & PA_h & PG \\ A_d^{\mathrm{T}}(PA + Q + S + D^{\mathrm{T}}D)^{\mathrm{T}} & -W_1 & 0 & 0 \\ A_h^{\mathrm{T}}P & 0 & -S & 0 \\ G^{\mathrm{T}}P & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \tag{3}$$

或

$$\begin{bmatrix} PA^{\mathrm{T}} + AP + Q + S + GG^{\mathrm{T}} & (PA^{\mathrm{T}} + Q + S + GG^{\mathrm{T}})A_d^{\mathrm{T}} & PA_h & PD^{\mathrm{T}} \\ A_d(PA^{\mathrm{T}} + Q + S + GG^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} & -W_2 & 0 & 0 \\ A_h P & 0 & -S & 0 \\ DP & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \tag{4}$$

其中

$$W_1 = Q - A_d^{\mathrm{T}}(D^{\mathrm{T}}D + Q + S)A_d,$$
$$W_2 = Q - A_d(GG^{\mathrm{T}} + Q + S)A_d^{\mathrm{T}}.$$

则系统(1)对于任意的滞后时间 h 和 d 都具有 H_∞ 性能指标 γ.

证明　由不等式(3)并根据引理 2，可得系统(1)是渐近稳定的. 只需考虑 H_∞ 性能指标问题，选取如下 Luapunov 泛函：

$$V(x_t) = (x(t) - A_d x(t-d))^{\mathrm{T}}P(x(t) - A_d x(t-d)) + \int_{-h}^{0} x^{\mathrm{T}}(t+\theta)Sx(t+\theta)\mathrm{d}\theta + \int_{-d}^{0} x^{\mathrm{T}}(t+\theta)Qx(t+\theta)\mathrm{d}\theta \tag{5}$$

其中：$x_t(\theta) = x(t+\theta)$，$\theta \in [-\tau, 0]$. 在零初始条件下，考虑 $J_\tau = \int_0^\tau z^{\mathrm{T}}(t)z(t) - \gamma^2\omega^{\mathrm{T}}(t)\omega(t)\mathrm{d}t$，则对任意非零外部扰动 $\omega \in L_2[0, \infty)$，有

$$J_\tau = \int_0^\tau [z^{\mathrm{T}}(t)z(t) - \gamma^2\omega^{\mathrm{T}}(t)\omega(t) +$$

$$\dot V(x)]\mathrm{d}t - V(x(\tau)) \le \int[z^{\mathrm T}(t)z(t) - \gamma^2\omega^{\mathrm T}(t)\omega(t) + \dot V(x)]\mathrm{d}t = \int H(x(t),\omega(t),t)\mathrm{d}t$$

定义差分算子 $\mathcal{D}(x(t)) = x(t) - A_d x(t-d)$, 则 $H(x(t),\omega(t),t)$ 可写成

$$\begin{aligned}H(x(t),\omega(t),t) = {}& \mathcal{D}^{\mathrm T}(x(t))(PA + A^{\mathrm T}P + S + Q + D^{\mathrm T}D)\mathcal{D}(x(t)) + 2\mathcal{D}^{\mathrm T}(x(t))(PA + S + Q + \\ & D^{\mathrm T}D)A_d x(t-d) + 2\mathcal{D}^{\mathrm T}(x(t))PA_h x(t-h) + 2\mathcal{D}^{\mathrm T}(x(t))PG\omega(t) - x^{\mathrm T}(t-d)W_1x(t-d) - \\ & x^{\mathrm T}(t-h)Sx(t-h) - \gamma^2\omega^{\mathrm T}(t)\omega(t).\end{aligned}$$

由引理 1 得

$$\begin{aligned}H(x(t),\omega(t),t) \le {}& \mathcal{D}^{\mathrm T}(x(t))(PA + A^{\mathrm T}P + S + Q + D^{\mathrm T}D + (PA + S + Q + D^{\mathrm T}D)A_dW_1^{-1}A_d^{\mathrm T}(PA + S + Q + \\ & D^{\mathrm T}D)^{\mathrm T} + PA_hS^{-1}A_h^{\mathrm T}P + \gamma^{-2}PGG^{\mathrm T}P)\mathcal{D}(x(t)).\end{aligned}$$

根据线性矩阵不等式(3), 可得 $H(x(t),\omega(t),t) < 0$. 用类似的方法可证不等式(4) 成立 □

3　基于观测器的 H_∞ 控制

由于通常状态不是完全可测的, 为此对系统(1) 设计一个状态观测器

$$\begin{cases}\dot{\hat x}(t) = A\hat x(t) + A_h\hat x(t-h) + A_d\dot{\hat x}(t-d) + L(y(t) - C\hat x(t)) + Bu(t),\\ u(t) = K\hat x(t).\end{cases} \tag{6}$$

用来估计系统(1) 的状态. 定义状态估计误差 $e(t) = x(t) - \hat x(t)$, 相应的误差动态系统为

$$\dot e(t) = (A - LC)e(t) + A_he(t-h) + A_d\dot e(t-h) + G\omega(t). \tag{7}$$

对于中立时滞系统基于观测器的 H_∞ 控制问题, 考虑系统(1) 的扩张系统

$$\begin{bmatrix}\dot x(t)\\ \dot e(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A + BK & -BK\\ 0 & A - LC\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t)\\ e(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}A_h & 0\\ 0 & A_h\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t-h)\\ e(t-h)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}A_d & 0\\ 0 & A_d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot x(t-h)\\ \dot e(t-h)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}G & 0\\ 0 & G\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\omega(t)\\ \omega(t)\end{bmatrix}. \tag{8}$$

对于系统(8), 基于观测器的 H_∞ 控制问题, 有如下结论:

定理 2　对于系统(8) 及给定矩阵 N 和正数 $\epsilon_i(i = 1,2,3)$, 若存在对称正定矩阵 $P_i > 0, Q_i > 0, S_i > 0(i = 1,2)$, 满足下面两个 LMI:

$$\begin{bmatrix}\Sigma_{11} & P_1A_h^{\mathrm T} & \Sigma_{13} & P_1D^{\mathrm T}\\ A_hP_1 & -S_1 & 0 & 0\\ \Sigma_{13}^{\mathrm T} & 0 & \Sigma_{33} & 0\\ DP_1 & 0 & 0 & -\gamma^2 I\end{bmatrix} < 0, \tag{9}$$

$$\begin{bmatrix}\Gamma_{11} & P_2A_h^{\mathrm T} & \Gamma_{13} & P_2P_1^{-1}B & 0\\ A_hP_2 & -S_2 & 0 & 0 & 0\\ \Gamma_{13}^{\mathrm T} & 0 & \Gamma_{33} & 0 & A_dP_2C^{\mathrm T}\\ B^{\mathrm T}P_1^{-1}P_2 & 0 & 0 & -(\epsilon_1^{-1} + \epsilon_2^{-1})^{-1}I & 0\\ 0 & 0 & CP_2A_d^{\mathrm T} & 0 & -\epsilon_3 I\end{bmatrix} < 0. \tag{10}$$

其中

$$\begin{aligned}\Sigma_{11} &= P_1A^{\mathrm T} + AP_1 + Q_1 + S_1 + GG^{\mathrm T} + (\epsilon_1 - 2)BB^{\mathrm T},\\ \Sigma_{13} &= [P_1A^{\mathrm T} + Q_1 + S_1 + GG^{\mathrm T} - BB^{\mathrm T}]A_d^{\mathrm T},\\ \Gamma_{33} &= A_d(Q_1 + S_1 + GG^{\mathrm T})A_d^{\mathrm T} - Q_1 + \epsilon_2A_dBB^{\mathrm T}A_d^{\mathrm T},\\ \Gamma_{11} &= P_2A^{\mathrm T} + AP_2 + Q_2 + S_2 + GG^{\mathrm T} - (2 - \epsilon_3)(MC^{\mathrm T}CM^{\mathrm T} - MC^{\mathrm T}CP_2 - P_2C^{\mathrm T}CM^{\mathrm T}),\\ \Gamma_{13} &= (P_2A^{\mathrm T} + Q_2 + S_2 + GG^{\mathrm T})A_d^{\mathrm T},\\ \Gamma_{33} &= A_d(Q_2 + S_2 + GG^{\mathrm T})A_d^{\mathrm T} - Q_2.\end{aligned}$$

则系统(8) 具有 H_∞ 性能指标 γ, 且 $K = -B^{\mathrm T}P_1^{-1}$, $L = P_2C^{\mathrm T}$.

证明　设

$$\bar A = \begin{bmatrix}A + BK & -BK\\ 0 & A - LC\end{bmatrix},$$

$$\bar A_h = \begin{bmatrix}A_h & 0\\ 0 & A_h\end{bmatrix}, \bar A_d = \begin{bmatrix}A_d & 0\\ 0 & A_d\end{bmatrix},$$

$$\bar G = \begin{bmatrix}G & 0\\ 0 & G\end{bmatrix}, \bar D = [D \quad 0],$$

且

$$\bar P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} > 0,$$
$$\bar Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix} > 0,$$
$$\bar S = \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix} > 0.$$

由定理 1 知, 系统(8) 具有 H_∞ 性能指标 γ 的一个充分条件是

$$\begin{bmatrix} \bar P\bar A^{\mathrm T} + \bar A\bar P + \bar Q + \bar S + \bar G\bar G^{\mathrm T} & (\bar P\bar A^{\mathrm T} + \bar Q + \bar S + \bar G\bar G^{\mathrm T})\bar A_d^{\mathrm T} & \bar P\bar A_h^{\mathrm T} & \bar P\bar D^{\mathrm T} \\ * & \bar A_d(\bar G\bar G^{\mathrm T} + \bar Q + \bar S)\bar A_d^{\mathrm T} - \bar Q & 0 & 0 \\ * & * & -\bar S & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \qquad (11)$$

将 $\bar A, \bar A_h, \bar A_d, \bar G, \bar D, \bar P, \bar Q, \bar S$ 代入式(11) 左边矩阵, 可得

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & 0 & P_1A_h^{\mathrm T} & 0 & P_1D^{\mathrm T} \\ * & M_{22} & -P_2(BK)^{\mathrm T}A_d^{\mathrm T} & M_{24} & 0 & P_2A_h^{\mathrm T} & 0 \\ * & * & M_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & M_{44} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -S_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -S_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix}. \qquad (12)$$

其中

$$M_{11} = P_1(A + BK)^{\mathrm T} + (A + BK)P_1 + Q_1 + S_1 + GG^{\mathrm T},$$
$$M_{12} = -BKP_2,$$
$$M_{13} = [P_1(A + BK)^{\mathrm T} + Q_1 + S_1 + GG^{\mathrm T}]A_d^{\mathrm T},$$
$$M_{22} = P_2(A - LC)^{\mathrm T} + (A - LC)P_2 + Q_2 + S_2 + GG^{\mathrm T},$$
$$M_{24} = [P_2(A - LC)^{\mathrm T} + Q_2 + S_2 + GG^{\mathrm T}]A_d^{\mathrm T},$$
$$M_{33} = A_d(Q_1 + S_1 + GG^{\mathrm T})A_d^{\mathrm T} - Q_1,$$
$$M_{44} = A_d(Q_2 + S_2 + GG^{\mathrm T})A_d^{\mathrm T} - Q_2.$$

对矩阵(12) 进行行换和相应的列换, 由引理 1 有

$$(12) \le \begin{bmatrix} U & 0 \\ 0 & V \end{bmatrix} = \Phi \qquad (13)$$

其中

$$U = \begin{bmatrix} U_{11} & P_1A_h^{\mathrm T} & U_{13} & P_1D^{\mathrm T} \\ A_hP_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ U_{13}^{\mathrm T} & 0 & U_{33} & 0 \\ DP_1 & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix},$$

$$V = \begin{bmatrix} V_{11} & P_2A_h^{\mathrm T} & V_{13} \\ A_hP_2 & -S_2 & 0 \\ V_{13}^{\mathrm T} & 0 & V_{33} \end{bmatrix}.$$

式中

$$U_{11} = P_1(A + BK)^{\mathrm T} + (A + BK)P_1 + Q_1 + S_1 + GG^{\mathrm T} + \epsilon_1 B^{\mathrm T}B,$$
$$U_{13} = [P_1(A + BK)^{\mathrm T} + Q_1 + S_1 + GG^{\mathrm T}]A_d^{\mathrm T},$$
$$U_{33} = M_{33} + \epsilon_2 A_dBB^{\mathrm T}A_d^{\mathrm T},$$
$$V_{11} = M_{22} + (\epsilon_1^{-1} + \epsilon_2^{-1})P_2K^{\mathrm T}KP_2,$$
$$V_{13} = M_{24}, V_{33} = M_{44}.$$

在 U 和 V 中取 $K = -B^{\mathrm T}P_1^{-1}, L = P_2C^{\mathrm T}$. 由 Schur 补引理得 $U < 0$ 等价于式(9) 成立, 而

$$V = \begin{bmatrix} V'_{11} & P_2A_h^{\mathrm T} & V'_{13} \\ * & -S_2 & 0 \\ * & * & V'_{33} \end{bmatrix}.$$

其中

$$V'_{11} = P_2A^{\mathrm T} + AP_2 + Q_2 + S_2 + GG^{\mathrm T} - 2P_2C^{\mathrm T}CP_2 + (\epsilon_1^{-1} + \epsilon_2^{-1})P_2P_1^{-1}BB^{\mathrm T}P_1^{-1}P_2,$$
$$V'_{13} = (P_2A^{\mathrm T} + Q_2 + S_2 + GG^{\mathrm T})A_d^{\mathrm T} - P_2C^{\mathrm T}CP_2A_d^{\mathrm T},$$
$$V'_{33} = A_d(Q_2 + S_2 + GG^{\mathrm T})A_d^{\mathrm T} - Q_2.$$

由引理 1 得

$$V \le \begin{bmatrix} V'_{11} + \epsilon_3 P_2C^{\mathrm T}CP_2 & P_2A_h^{\mathrm T} & (P_2A^{\mathrm T} + Q_2 + S_2 + GG^{\mathrm T})A_d^{\mathrm T} \\ * & -S_2 & 0 \\ * & * & V'_{33} + \epsilon_3^{-1}A_dP_2C^{\mathrm T}CP_2A_d^{\mathrm T} \end{bmatrix}. \qquad (14)$$

若定理 2 的条件(10) 成立, 则由 Schur 补引理知式(14) 小于零. 这里用到

$$-P_2C^{\mathrm T}CP_2 \le NC^{\mathrm T}CN^{\mathrm T} - NC^{\mathrm T}CP_2 - P_2C^{\mathrm T}CN^{\mathrm T},$$

这是因为对于任意具有适当维数的矩阵 N, 有 $(N-P_2)C^{T}C(N-P_2)^{T}\geq 0$, 从而有 $\Phi<0$, 进而有式(11) 成立. 根据定理 1, 系统(8) 具有 H_∞ 性能指标 γ. □

4　数值例子

这里提供一个数值实例, 用于说明本文所得结论的有效性. 考虑系统(1), 其中

$$A=\begin{bmatrix}-1&1\\1&-1\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},$$

$$C=[1\quad 1],D=[1\quad 0],$$

$$G=\begin{bmatrix}-0.01&0.03\\0.01&0.1\end{bmatrix},$$

$$A_h=\begin{bmatrix}0.15&0.05\\0&0.1\end{bmatrix},$$

$$A_d=\begin{bmatrix}-0.05&0.02\\0.01&0\end{bmatrix}.$$

根据定理 3, 取 $N=\begin{bmatrix}1&2\\0&1\end{bmatrix}$, $\gamma=1$, $\epsilon_1=\epsilon_2=1$, 可得

$$P_1=\begin{bmatrix}0.4942&-0.1496\\-0.1496&0.4717\end{bmatrix},$$

$$Q_1=\begin{bmatrix}0.3645&-0.4019\\-0.4019&0.7353\end{bmatrix},$$

$$S_1=\begin{bmatrix}0.3644&-0.4017\\-0.4017&0.7376\end{bmatrix},$$

$$P_2=\begin{bmatrix}1.4336&-0.1481\\-0.1481&0.4883\end{bmatrix},$$

$$Q_2=\begin{bmatrix}0.9624&0.0411\\0.0411&0.9041\end{bmatrix},$$

$$S_2=\begin{bmatrix}0.9877&0.0413\\0.0413&0.9057\end{bmatrix},$$

$$\epsilon_3=0.9288,L=\begin{bmatrix}1.2855\\0.3403\end{bmatrix},$$

$$K=[-0.7098\quad -2.3452].$$

通过上面的可行解, 可构造所考虑系统的 H_∞ 控制器

$$\dot{\hat{x}}(t)=\begin{bmatrix}-2.2855&-0.2855\\-0.0501&-3.6854\end{bmatrix}\hat{x}(t)+\begin{bmatrix}0.15&0.05\\0&0.1\end{bmatrix}\hat{x}(t-h)+\begin{bmatrix}-0.05&0.02\\0.01&0\end{bmatrix}\dot{\hat{x}}(t-d)+\begin{bmatrix}1.4289\\0.2969\end{bmatrix}y(t),$$

$$u(t)=-[0.7098\quad 2.3452]\hat{x}(t).$$

显然, 矩阵 $\begin{bmatrix}-2.2855&-0.2855\\-0.0501&-3.6854\end{bmatrix}$ 的特征值均具有负实数, 因而闭环系统在没有时滞的情况下是渐近稳定的.

5　结　　论

本文研究一类不确定中立时滞系统基于观测器的 H_∞ 控制问题. 给出了相应的标称系统的稳定性准则, 通过 LMI 方法设计了一个基于观测器的 H_∞ 控制器, 使得闭环系统具有 H_∞ 性能指标 γ. 最后的数值例子说明了本文所得结论是有效的.

参考文献(References):

[1] Dugard L, Verriest E I. *Stability and Control of Time-delay Systems*[M]. New York: Springer-Verlag, 1997.

[2] Cao Y, Sun Y. Delay-dependent robust H_∞ control for uncertain state delayed systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25(2): 230-235.

[3] Hale J K. *Theory of Functional Differential Equations*[M]. New York: Springer-Verlag, 1977.

[4] Hu G D. Some simple stability criteria of neutral delay-differential systems[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 1996, 80: 257-271.

[5] Park J H, Won S. A note on stability of neutral delay-differential systems[J]. *J of Franklin Institute*, 1999, 336: 543-548.

[6] Park J H, Won S. Asymptotic stability of neutral systems with multiple delays[J]. *J of Optimization Theory and Applications*, 1999, 103: 187-200.

[7] Park J H, Won R. Stability analysis for neutral delay-differential systems[J]. *J of Franklin Institute*, 2000, 337: 1-9.

[8] Han Q L. Robust stability of uncertain delay-differential systems of neutral type[J]. *Automatica*, 2002, 38: 719-723.

[9] Xu S Y, Lam J, Yang C W. H_∞ and positive-real control for linear neutral delay systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(8): 1321-1326.

[10] Mahmoud M S. Robust H_∞ control of linear neutral systems[J]. *Automatica*, 2000, 36: 757-764.

[11] Wang Z, Lam J, Burnham K J. Stability analysis and observer design for neutral delay systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 47(8): 1321-1326.