

文章编号: 1001-0920(2004)10-1151-04

多回路网络化控制系统中优化采样频率的确定

彭可^{1,2}, 李祥飞¹, 陈岚¹, 陈际达¹

(1. 中南大学 信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410083; 2. 湖南师范大学 工学院, 湖南 长沙 410081)

摘要: 在多回路网络化控制系统中, 通讯资源的共享和网络传输的时延为系统分析和设计带来新的问题。运用非线性规划理论, 分析和推导了多回路网络化控制系统中采样频率优化问题, 并由推导过程归纳出易于计算机编程实现的工程化求解方法。通过仿真示例验证了所提出方法的有效性。

关键词: 网络化控制系统; 优化采样频率; 非线性规划

中图分类号: TP393; TP273 **文献标识码:** A

Determination of optimal sampling frequencies in multi-loop networked control system

PENG Ke^{1,2}, LI Xiang-fei¹, CHEN Lan¹, CHEN Ji-da¹

(1. College of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China; 2. College of Engineering, Hunan Normal University, Changsha 410081, China. Correspondent: PENG Ke, E-mail: pengk@163.net)

Abstract: In multi-loop networked control system (NCS), the share of communication resource and network transmission delay bring up new issues on system analysis and design. With the use of nonlinear programming theory, the problem of how to determine optimal sampling frequencies for every control loop in multi-loop NCS is solved. Moreover, a method suitable for computer programming in practical engineering is also concluded. Finally, an example is presented to show the effectiveness of the method.

Key words: networked control system; optimal sampling frequency; nonlinear programming

1 引言

随着控制网络和现场总线技术的普遍应用, 产生了多种面向控制应用的分布式网络化控制系统 (NCS)。相对于传统的集中或集散控制系统, NCS 在技术和成本上具有许多优势^[1]。然而, 它对于分析和设计通讯资源共享和网络传输时延也带来新的问题。本文研究在具有网络传输时延的多回路网络化控制系统中, 如何确定各回路优化采样频率问题。

文献[2, 3]分析了 NCS 系统中网络时延的构成和模型, 指出传输时延对采样周期的影响, 确定了 NCS 中单回路采样周期的选择范围。文献[4, 5]分

析了对于单处理器实时控制系统, 抢占式任务调度算法与多回路优化采样频率的关系。网络化控制系统和单处理器实时控制系统都存在资源共享问题, 但网络的传输特性不同于处理器任务调度, 它一般是非抢占式的, 而且并非所有网络协议都具有通讯调度性。因此, NCS 系统中多回路采样频率优化问题有其特点。

本文建立了此类优化问题的解析模型, 运用非线性规划理论进行分析和推导, 并由推导过程进一步归纳出求解此类问题的工程化方法。

收稿日期: 2003-10-29; 修回日期: 2004-04-19

作者简介: 彭可(1973—), 男, 湖南南县人, 博士, 从事分布式控制网络系统、现场总线技术等研究; 陈际达(1936—), 男, 湖南长沙人, 教授, 博士生导师, 从事交直流调速、精密伺服系统等研究。

2 采样频率优化问题描述

2.1 问题设定条件

1) 在多回路 NCS 系统中, 所有节点都通过网络连接, 各回路通讯过程均需占用一定的带宽. 假设各控制回路占用的网络带宽为确定值, 且具有足够的带宽以保证所有回路稳定.

2) 各回路的控制计算在不同控制节点中完成 (即为全分布式系统), 因而仅需考虑通讯共享问题, 不考虑处理器共享问题.

3) 节点数据帧发送过程不可中断 (在底层控制网络中, 通讯多为强实时和短帧数据, 一般可在单帧中完成发送), 通讯为非抢占方式.

4) 不加任何集中式或分布式通讯调度假设, 就一般情况进行讨论; 暂不考虑被控对象间的耦合问题.

2.2 多回路 NCS 系统周期性控制任务集的定义

定义 1 多回路 NCS 系统的周期性控制任务集可表示为 $S = \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n\}$, $n > 1$. 其中第 i 回路周期性控制任务 $\tau_i = [c_i, \delta_i^l, f_i^{\min}, f_i^{\max}]$, $i = 1, 2, \dots, n$. $c_i, \delta_i^l, f_i^{\min}, f_i^{\max}$ 分别为第 i 回路的网络传输时间、控制回路时延、采样频率下限值、采样频率上限值.

由设定条件可知 c_i 为常数, δ_i^l 包含了采样时延、网络传输时延、控制计算时延等分量, 一般有 $\delta_i^l < c_i$ 成立. 假定 δ_i^l 也为常数, 则 f_i^{\min} 可通过该控制回路的系统截止频率、控制性能指标和 δ_i^l 而确定. 根据文献 [2, 3] 的分析和采样频率经验公式, 有

$$f_i^{\min} = \frac{1}{1/K f_i^{bw} - 2\delta_i^l}$$

其中: f_i^{bw} 是第 i 控制回路的系统截止频率, $10 < K$

$20 < f_i^{\max}$ 由网络通讯带宽决定, 即 $f_i^{\max} = 1 / \sum_{j=1}^n c_j$.

对于第 i 回路周期性控制任务 τ_i 而言, $c_i, \delta_i^l, f_i^{\min}, f_i^{\max}$ 均为常数, 并有 $f_1^{\max} = \dots = f_n^{\max} = f^{\max}$. 在以下分析中, 对所有控制回路均取 $f^{\max} > f_i^{\min}$ 成立.

2.3 采样频率优化问题的目标函数和约束条件

对于第 i 个控制回路, 设其连续系统控制性能为 J_i . 当网络化控制系统的采样频率为 f_i 时, 其性能为 $J_i(f_i)$. 在网络化控制系统实现过程中, 回路性能损失用 $\Delta J_i(f_i)$ 表示, 则有^[4]

$$\Delta J_i(f_i) = |J_i - J_i(f_i)| = \alpha e^{-\beta f_i}, \quad \alpha, \beta > 0$$

在上述设定条件和控制任务集下, 优化问题的目标函数和约束条件可确定如下:

目标函数

$$\min \{ \Delta J = \sum_{i=1}^n w_i \alpha e^{-\beta f_i} \}; \quad (1a)$$

约束条件

$$\sum_{i=1}^n c_i f_i \leq A, \quad 0 < A \leq 1, \quad (1b)$$

$$f_i^{\min} \leq f_i, \quad (1c)$$

$$f_i \leq f^{\max}. \quad (1d)$$

其中: $w_i, \alpha, \beta, c_i, f_i, f_i^{\min}, f^{\max} > 0$, w_i 是各控制回路在目标函数中的权值, 常数 A 是选取的网络利用率的上限.

3 问题的理论分析与推导

通过上述问题描述可知, 多回路 NCS 系统中采样频率优化问题实质上是一个非线性规划问题. 对于式 (1) 优化问题的求解, 有如下定理成立:

定理 1 对于式 (1) 优化问题, f_i 必定存在唯一最优解 f_i^* . 重新排列 f_i 的下标, 使其满足不等式

$$-w_1 \alpha \beta_1 e^{-\beta_1 f_1^{\min}} - w_2 \alpha \beta_2 e^{-\beta_2 f_2^{\min}} \dots - w_n \alpha \beta_n e^{-\beta_n f_n^{\min}}. \quad (2)$$

对于

$$\sum_{i=1}^p c_i f_i^{\min} + \sum_{i \in I_{n-p-q}} \frac{c_i}{\beta_i} \left(\ln \frac{\Gamma_i}{\Gamma_p} + \beta_i f_p^{\min} \right) + \sum_{i \in I_q} c_i f_i^{\max} \leq A \quad (3)$$

成立时得到的最大 p 值和最小 q 值, 存在优化问题解.

$$f_i^* = f_i^{\min}, \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad (4a)$$

$$f_i^* = f_i^{\max}, \quad i \in I_q; \quad (4b)$$

$$f_i^* = \frac{1}{\beta_i} (\ln \Gamma_i - Q), \quad i \in I_{n-p-q} \quad (4c)$$

其中

$$\Gamma_i = w_i \alpha \beta_i / c_i, \quad Q = \frac{\sum_{i=1}^p c_i f_i^{\min} + \sum_{i \in I_{n-p-q}} \frac{c_i}{\beta_i} \ln \Gamma_i + \sum_{i \in I_q} c_i f_i^{\max} - A}{\sum_{i \in I_{n-p-q}} \frac{c_i}{\beta_i}}$$

在定理 1 中, 集合 I_q 定义为: 当 $q = \{1, 2, \dots, n-p\}$ 时, 将数组 $f_{p+1}, f_{p+2}, \dots, f_n$ 按 $-w_i \alpha \beta_i e^{-\beta_i f_i^{\max}}$ 值由小到大排列, 取前 q 个元素下标构成的集合. 集合 I_{n-p-q} 定义为: 对应于全集 $\{1, 2, \dots, n\}$, 两子集 $\{1, 2, \dots, p\}$ 与 I_q 并集的补集.

证明 对于式 (1) 问题, 引入 Lagrange 函数并结合 Kuhn-Tucker 定理^[6], 可得

$$\Gamma_i e^{-\beta f_i} + \frac{\lambda}{c_i} = \lambda + \frac{\mu_i}{c_i}, \quad (5a)$$

$$\lambda(A - \sum_{i=1}^n c_i f_i) = 0, \quad (5b)$$

$$\lambda(f_i - f_i^{\min}) = 0, \quad (5c)$$

$$\mu_i(f_i^{\max} - f_i) = 0 \quad (5d)$$

其中: $\lambda, \lambda_i, \mu_i \geq 0; w_i, \alpha_i, \beta_i, c_i, f_i, f_i^{\min}, f_i^{\max} > 0$

因为目标函数(1a)为严格凸函数,且约束条件(1b)~(1d)组成一个凸集,从而 f_i^* 必定存在唯一解。下面证明式(4)即为优化解,分两种情况讨论:

1) 当 $\lambda = 0$ 时:显然,仅当 $A = 1$ 时,才有唯一解 $f_i = f_i^{\max}$ 存在。此时对应于 $p = 0, q = n$ 。

2) 当 $\lambda > 0$ 时:由式(5b)得到

$$\sum_{i=1}^n c_i f_i = A. \quad (6)$$

若 $f_i = f_i^{\min}$,式(6)成立,则 $f_i^* = f_i^{\min}$ 是问题的唯一解。此时对应于 $p = n, q = 0$,且有 $A =$

$$\sum_{i=1}^n c_i f_i^{\min}.$$

若 $f_i = f_i^{\min}$,式(6)不成立,则根据约束条件(1b),必有 $\sum_{i=1}^n c_i f_i^{\min} < A$ 。

重排 f_i 的下标,使它们满足不等式(2)。显然,不等式各项分别是目标函数对 $f_i = f_i^{\min}$ 求取一阶偏导的值。为使式(6)成立,并保证目标函数最小,按目标函数对 f_i 一阶偏导数最小的原则,将 f_i 从 f_i^{\min} 至 f_i^{\max} 依次增加,使得 $\sum_{i=1}^n c_i f_i^{\min}$ 相应增加。随着各 f_i

不断增加,所有 n 个 f_i 中必将出现:前 p 个 f_i 保持为 f_i^{\min} ,后 $n - p$ 个 f_i 已脱离其下界,有 q 个 f_i 到达上限 f_i^{\max} ,余下 $n - p - q$ 个 f_i 位于上下限之间。易知,所有 f_i 到达上限的先后次序与其按 $w_i \alpha_i \beta_i e^{-\beta_i f_i^{\max}}$ 值由小到大排列的次序相同。对于不处于边界的 $n - p - q$ 个 f_i ,可推得 $\Gamma_i e^{-\beta_i f_i} = \lambda$ 。由以上分析可知,

$$\sum_{i=1}^p c_i f_i^{\min} + \sum_{i=1}^{n-p-q} \frac{c_i}{\beta_i} (\ln \Gamma_i - \ln \lambda) + \sum_{i=1}^q c_i f_i^{\max}$$

A 成立时,最大 p 值和最小 q 值能保证目标函数最小。对于最大 p 值,有临界条件 $\Gamma_p e^{-\beta_p f_p^{\min}} = \lambda$,则式(3)成立。得到 p 值和 q 值后,结合式(6)和 $\Gamma_i e^{-\beta_i f_i} = \lambda$,可得式(4c)成立。

综合1)和2)的分析,定理1成立。

在定理1的基础上,很容易得到以下两个推论:

推论1 网络利用率上限 A 的取值范围为区间

$$\left[\sum_{i=1}^n c_i f_i^{\min}, 1 \right], \text{ 并且当 } A = \sum_{i=1}^n c_i f_i^{\min} \text{ 时, 有唯一解 } f_i^* = f_i^{\min}; \text{ 当 } A = 1 \text{ 时, 有唯一解 } f_i^* = f_i^{\max}.$$

推论2 将定理1的推导过程作为迭代函数,逐步搜索和确定最大 p 值和最小 q 值,并结合定理1的结论,可得到一种易于利用计算机编程来求解优化问题的通用方法。

4 工程化求解方法

工程上进行NCS系统设计时,可利用计算机编程来求解优化问题。其实现算法如下:

Step1: 对NCS系统各控制回路确定相应参数 $w_i, \alpha_i, \beta_i, c_i, f_i^{\min}, f_i^{\max}$; 根据不等式(2)确定数组 f_i 的下标。

Step2: 考虑非周期性任务所需网络带宽,选取网络利用率 A ,其取值范围为 $\left[\sum_{i=1}^n c_i f_i^{\min}, 1 \right]$ 。

Step3: 构造目标函数(1a),确定约束条件(1b)~(1d)。

Step4: 若 $A = 1$,则有最优解 $f_i^* = f_i^{\max}$;若 $A = \sum_{i=1}^n c_i f_i^{\min}$,则有最优解 $f_i^* = f_i^{\min}$ 。

Step5: 取初值 $p = n - 1, q = 0$;令 $f_i = f_i^{\min}, i = 1, 2, \dots, p$ 。

Step6: 计算式(3)是否成立,若成立,则已得到最大 p 值和最小 q 值,按式(4)求最优解 f_i^* 。

Step7: 若式(3)不成立,则取 $q = q + 1$,将目标函数对 f_{p+1}, \dots, f_n 在上限 f_i^{\max} 分别求一阶偏导数,重新计算式(3);若成立,则得到最大 p 值和最小 q 值,按式(4)求取最优解 f_i^* ;若式(3)仍不成立,则循环执行Step7,直到 $q > n - p$,转Step8。

Step8: 取 $p = p - 1, f_i = f_i^{\min}, i = 1, 2, \dots, p$ 。返回Step6重新计算。

目标函数 w_i, α_i, β_i 的取值十分重要,它们将影响各回路的控制性能,也决定了系统的整体优化效果。目前各值仍靠经验来选取,下一步改进工作应研究其理论上的量化分析方法。

5 仿真示例

某网络化控制系统共有5个控制回路,各回路被控对象均可近似为一阶惯性环节 $G_i(s) = \frac{K_i}{T_i s + 1}, i = 1, 2, \dots, 5$ 。整个系统采用CAN总线连接,其传输速率为100 Kbps,各回路控制信息的有效传输字节均为16 byte。在1#~5#控制回路中,按照回路序号的增加,其通讯实时性和控制精度要求依次递减。考虑系统非周期性控制任务并保留适当的裕量,取网络利用率上限 $A = 0.7$ 。系统各回路具体参数如表1所示。

表1 NCS系统各回路具体参数

回路数	K_i	T_i	w_i	α_i	β_i	δ_i^l (ms)	c_i (ms)	f_i^{\min} (Hz)	f_i^{\max} (Hz)
1#	0.3	5		0.3	2.14		68.18		
2#	0.4	4		0.4	4.28		59.88		
3#	10	0.5	3	2/3	0.5	6.42	2.14	53.37 93.46	
4#	0.6	2		0.6	8.56		48.14		
5#	0.7	1		0.7	10.7		43.84		

采用本文提出的工程化求解方法,经少量运算就能很快得到系统优化采样频率为: $f_1^* = 93.46$ Hz, $f_2^* = 77.2$ Hz, $f_3^* = 61.63$ Hz, $f_4^* = 50.98$ Hz, $f_5^* = 43.84$ Hz, $\min\{\Delta J\} = 250.5895 \times 10^{-14}$. 在相同条件下,对各回路采样频率相应区间以步长 $\Delta = 0.01$ Hz 进行全局遍历搜索,得到系统优化值为: $f_1^* = 93.46$ Hz, $f_2^* = 77.19$ Hz, $f_3^* = 61.63$ Hz, $f_4^* = 50.98$ Hz, $f_5^* = 43.84$ Hz, $\min\{\Delta J\} = 250.6274 \times 10^{-14}$. 可见二者具有一致的结果,但前者的计算量仅为后者计算量的 1.568×10^{-16} .

6 结 论

在多回路网络化控制系统中,网络带宽、传输时延、网络利用率、系统采样频率等因素相互制约.在已选定控制网络类型的情况下,回路传输时延和网络利用率对各回路优化采样频率影响很大.本文运用非线性规划理论分析和推导了此类优化问题的解,归纳了易于计算机编程实现的工程化求解方法.所提出的优化算法具有一定的实际应用价值.

(上接第1150页)

参考文献(References):

- [1] Vapnik V. *The Nature of Statistical Learning Theory* [M]. New York: Springer-Verlag, 1995.
- [2] Bernhard Scholkopf, Alexander Smola, Klaus Robert Muller. Nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem [J]. *Neural Computer*, 1998, 10: 1299-1319.
- [3] Sebastian Mika, Gunnar Ratsch, Jason Weston, et al. Fisher discriminant analysis with kernels [A]. *IEEE Workshop on Neworks for Signal Processing* [C]. Piscataway, 1999. 41-48.
- [4] Volker Roth, Volker Steinhage. Nonlinear discriminant analysis using kernel functions [A]. *Proc of Neural Information Processing Systems* [C]. Denver, 1999. 568-574.
- [5] Pentland A. Looking at people: Sensing for ubiquitous and wearable computing [J]. *IEEE Trans on Pattern*

参考文献(References):

- [1] 彭可, 陈际达, 邹润民, 等. 控制系统网络化及控制系统与信息网络集成技术[J]. *信息与控制*, 2002, 31(5): 441-445.
(Peng Ke, Chen Ji-da, Zou Run-min, et al. Networking of control system and integration technology of control system with computer network [J]. *Information and Control*, 2002, 31(5): 441-445.)
- [2] Lian Feng-li, James R Moyné. Network design consideration for distributed control systems [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, 10(2): 297-308.
- [3] Lian Feng-li, James R Moyné. Time delay modeling and sample time selection for networked control systems [J]. *Proc of ASME — Dynamics Systems and Control Division*, 2002, 70: 313-320.
- [4] Danbing Seto, John P Lehoczky. On task schedulability in real-time control systems [A]. *IEEE Real-time Systems Symp* [C]. Washington, 1996. 13-21.
- [5] 刘怀, 王绪伟, 胡继峰, 等. 控制系统周期性任务调度中优化采样频率的求取[J]. *计算机工程与应用*, 2002, 38(14): 76-78.
(Liu Huai, Wang Xuwei, Hu Jifeng, et al. Solving optimal sampling frequencies for periodic task scheduling in control system [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2002, 38(14): 76-78.)
- [6] 陈开明. 非线性规划[M]. 上海: 复旦大学出版社, 1991. 27-33.

Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(1): 107-119.

- [6] Maxim A Grudin. On internal representations in face recognition systems [J]. *Pattern Recognition*, 2000, 33(8): 1161-1177.
- [7] Turk M, Pentland A. Face recognition using eigenfaces [A]. *Proc IEEE Conf on Computer Vision and Pattern Recognition* [C]. Hawaii, 1991. 586-591.
- [8] Liu K, Cheng YQ, Yang JY, et al. Algebraic feature extraction for image recognition based on an optimal discriminant criterion [J]. *Pattern Recognition*, 1993, 26(6): 903-911.
- [9] 杨健. 线性投影分析的理论及算法及其在特征抽取中的应用研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2002.
- [10] 程云鹏. 矩阵论[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1999. 294-302.