

文章编号: 1001-0920(2004)10-1178-05

参数不确定时滞系统的鲁棒 PD 控制

李银伢, 盛安冬, 王远钢

(南京理工大学 自动化系, 江苏 南京 210094)

摘要: 提出一种简单而有效的参数不确定时滞系统鲁棒 PD 控制器设计方法。通过在 k_p - k_i 平面上绘制稳定边界线, 确定稳定的 PD 控制器参数区域; 推导了一阶不稳定时滞系统 PI 控制器和 PD 控制器的存在性条件; 基于推广到时滞系统的棱边定理, 确定所有鲁棒 PD 控制器参数集。仿真实例表明了该方法的优越性。

关键词: 时滞系统; 参数不确定性; 鲁棒稳定性; PI 控制; PD 控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Robust control design for time-delay systems with parameter uncertainties using the PD controller

LI Yin-ya, SHEN G A n-dong, WANG Yuan-gang

(Department of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Correspondent: LI Yin-ya, E-mail: lyinya178@sohu.com

Abstract: A simple and efficient method for the design of robust PD controllers for time-delay systems with parameter uncertainties is presented. The method is based on plotting the stability boundary locus in the k_p - k_i plane and then calculating stabilizing values of the parameters of a PD controller. Moreover, a necessary condition for the existence of a PI controller or a PD controller to simultaneously stabilize the open-loop unstable time-delay systems is also derived. The complete set of robust PD controller parameters is determined by the edge theorem extended to time-delay systems. Examples are given to show the benefit of the presented method.

Key words: time-delay systems; parametric uncertainty; robust stability; PI control; PD control

1 引言

工业控制过程由于机理复杂以及时变、时滞、非线性和耦合等原因,使其精确的数学模型很难建立,而其广义传递函数可用一阶惯性环节加一纯时滞过程来近似^[1],实践证明这种近似是有其适应性的。尽管现代最优控制技术发展迅速,如 H_2 和 H_∞ 鲁棒控制技术^[2,3],但至少存在以下两方面原因,使 H_2 和 H_∞ 控制技术并不能直接应用于工程实际:一方面由于扰动的引入将带来控制器设计的保守性;另一方面由于 H_2 和 H_∞ 控制器本身阶次高、结构复

杂,使其直接应用于工程实际受到很大的阻碍^[4]。因此,寻求结构简单和阶次低且具有鲁棒控制性能的控制器的,已成为鲁棒控制发展的一个新的研究方向^[5,6]。

PD 控制器结构简单且易于实现,迎合了人们对这种控制器的强烈需求,因而在工程实践中得到广泛的应用。许多学者对工业控制过程中这类参数不确定对象的 PD 控制进行了长期的研究和探讨。Ziegler 和 Nichols 提出了著名的 Z-N 整定公式^[7]。为克服时滞现象对控制系统的影响,文献[8]提出了

收稿日期: 2003-12-04; 修回日期: 2004-03-22

基金项目: “十五”预研兵器基金资助项目(BZJ04020)。

作者简介: 李银伢(1976—),男,湖南衡阳人,博士生,从事时滞系统 PD 控制的研究;盛安冬(1964—),男,浙江海盐人,教授,博士生导师,从事火力控制、满意滤波等研究。

著名的 Smith 预估器 近年来, Silva 对一阶参数不确定时滞系统的鲁棒 PD 控制进行深入研究, 推导出求取所有鲁棒 PD 控制器参数区域的算法^[5,6].

一般情况下, 工业控制过程中的系统模型参数存在不确定性, 而以时滞常数变化最为显著. 本文针对时滞系统参数不确定的特点, 给出了鲁棒 PD 控制器的设计方法. 与上述方法相比, 本文算法简单, 并可迅速得出所有鲁棒 PD 控制器参数集, 从而提高了工业控制过程中 PD 控制器的设计效率.

2 问题描述

工业控制过程中绝大多数系统可用一阶时滞系统来近似^[1], 其控制系统框图如图 1 所示. 其中: $r(t)$ 为系统输入, $u(t)$ 为控制信号, $y(t)$ 为系统输出; $G(s)$ 为参数不确定一阶时滞系统, 即

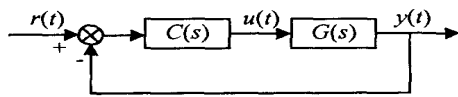


图 1 控制系统框图

$$G(s) = \frac{k}{Ts + 1} e^{-Ls}, \quad (1)$$

式中: $k \in [k_1, k_2]$ 为系统静态增益, $L \in [L_1, L_2]$ 为系统时滞常数, $T \in [T_1, T_2]$ 为系统时间常数; $C(s)$ 为控制器, 本文考虑 PI 控制器和 PD 控制器两种情形, 即

PI 控制器

$$C(s) = k_p + k_i/s, \quad (2)$$

PD 控制器

$$C(s) = k_p + k_i/s + k_d s \quad (3)$$

其中: k_p 为比例系数, k_i 为积分系数, k_d 为微分系数. 如何整定 PI 或 PD 控制器参数, 使整个对象族 $G(s)$ 稳定, 是本文所要解决的问题.

3 稳定区域算法

3.1 PI 控制情形

对于式(1)描述的一阶时滞系统 $G(s)$, 在 PI 控制情形下, 闭环控制系统的特征多项式为

$$\delta(s) = (Ts + 1)s + ke^{-Ls}(k_p s + k_i). \quad (4)$$

令 $s = j\omega$ ($\omega \in (0, +\infty)$), 代入式(4), 得

$$\delta(j\omega) = (j\omega T + 1)j\omega + ke^{-j\omega L}(k_p j\omega + k_i). \quad (5)$$

注意到 $e^{-j\omega L} = \cos(\omega L) - j\sin(\omega L)$, 则式(5)可化为

$$\begin{aligned} \delta(j\omega) = & -\omega^2 T + k k_p \omega \sin(\omega L) + k k_i \cos(\omega L) + \\ & j[\omega + k k_p \omega \cos(\omega L) - k k_i \sin(\omega L)] \end{aligned} \quad (6)$$

令 $\delta(j\omega) = 0$, 可得

$$\begin{cases} k_p \omega \sin(\omega L) + k_i \cos(\omega L) = \omega^2 T / k, \\ k_p \omega \cos(\omega L) - k_i \sin(\omega L) = -\omega / k. \end{cases} \quad (7)$$

解方程组(7), 得

$$\begin{cases} k_p = [T \omega \sin(\omega L) - \cos(\omega L)] / k, \\ k_i = [T \omega^2 \cos(\omega L) + \omega \sin(\omega L)] / k. \end{cases} \quad (8)$$

根据式(8), 可在 k_p - k_i 平面上绘出稳定边界线 $l(k_p, k_i, \omega)$. 稳定边界线将 k_p - k_i 平面分割成稳定区域和不稳定区域. 在每个区域分别选取一个测试点 (k_p, k_i) , 则可确定该区域是否为稳定区域. 绘制稳定边界曲线时, 频率 ω 的遍历取值非常重要. 根据文献[9]的结果, 令 $s = j\omega$ ($\omega \in (0, +\infty)$), 当 $\text{Im} G(j\omega) = 0$ 时, ω 轴被方程 $\text{Im} G(j\omega) = 0$ 的正实根分割成不同的区间, 测试每一区间便可确定是否存在相应的稳定区域.

记 ω^* 为方程 $\text{Im} G(j\omega) = 0$ 的根, 则 ω^* 必满足 $T \omega^* \cos(\omega^* L) + \sin(\omega^* L) = 0$. 经测试可知, 若 $T > 0$, 则只有当 $\omega^* \in (\pi/(2L), \pi/L)$ 时, 在 $(0, \omega^*)$ 上存在稳定区域; 若 $T < 0$, 则只有当 $\omega^* \in (0, \pi/(2L))$ 时, 在 $(0, \omega^*)$ 上存在稳定区域. 由式(8)可得 $k_i(\omega^*, L) = 0$, 则 ω^* 为 k_p - k_i 平面上稳定边界线第 1 次与 k_p 轴相交时所对应的 ω 值 ($\omega^* > 0$). 解方程 $\text{Im} G(j\omega) = 0$, 可求得 ω^* , 即只要在 $(0, \omega^*)$ 区间绘制稳定边界线, 便可得出所有控制器的稳定区域.

当被控系统 $G(s)$ 为开环不稳定时滞过程时, 使该系统稳定的 PI 控制器的存在是有条件的. 这里给出 PI 控制器的存在性定理. 为表述方便, 将式(1)改写为

$$G(s) = \frac{k}{Ts - 1} e^{-Ls}. \quad (9)$$

其中: $L > 0, k > 0, T > 0$.

定理 1 对于式(9)描述的一阶不稳定时滞系统, 存在 PI 控制器使该系统稳定的必要条件是 $L/T < 1$.

证明 根据式(8), 不同的 L/T 值对应的系统在

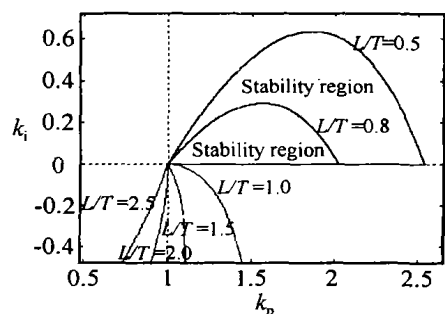


图 2 不同 L/T 值对应的稳定边界线

k_p-k_i 平面上的稳定区域如图 2 所示 由图 2 可知,若稳定的 PI 控制器存在,则有

$$\lim_{\omega \rightarrow 0^+} \frac{dk_i}{dk_p} > 0 \quad (10)$$

即

$$\begin{aligned} \lim_{\omega \rightarrow 0^+} \frac{dk_i}{dk_p} &= \\ \lim_{\omega \rightarrow 0^+} \frac{2T\omega \cos(\omega L) - TL\omega^2 \sin(\omega L) - \sin(\omega L) - \omega L \cos(\omega L)}{T \sin(\omega L) + TL\omega \cos(\omega L) - L \sin(\omega L)} &= \\ \lim_{\omega \rightarrow 0^+} \frac{2T \cos(\omega L) - TL\omega^2 \frac{\sin(\omega L)}{\omega L} - \sin(\omega L) - \omega L \cos(\omega L)}{T \frac{\sin(\omega L)}{\omega L} + T \cos(\omega L) - L \frac{\sin(\omega L)}{\omega L}} &= \\ \frac{2(1 - L/T)}{L(2 - L/T)} &> 0 \end{aligned} \quad (11)$$

由此可得 $L/T < 1$ 或 $L/T > 2$ 由图 2 知 $L/T > 2$, 不存在稳定区域,故舍去,从而得 $L/T < 1$.

3.2 PD 控制情形

与 PI 控制情形类似,对于式(1)描述的一阶时滞系统,对应式(7)不难得到

$$\begin{cases} k_p \omega \sin(\omega L) + k_i \cos(\omega L) - \\ k_d \omega^2 \cos(\omega L) = \omega^2 T/k, \\ k_p \omega \cos(\omega L) - k_i \sin(\omega L) + \\ k_d \omega^2 \sin(\omega L) = -\omega/k. \end{cases} \quad (12)$$

固定 k_d 值,可解得

$$\begin{cases} k_p = [T\omega \sin(\omega L) - \cos(\omega L)]/k, \\ k_i = [T\omega^2 \cos(\omega L) + \omega \sin(\omega L) + \\ k k_d \omega^2]/k. \end{cases} \quad (13)$$

根据式(13),在 k_p-k_i 平面上绘出稳定边界线,便可得出对应的稳定区域 注意到式(13)中 k_p 值与 k_d 值无关,故可通过遍历 k_d 值,在 k_p-k_i 平面上绘出稳定边界线,以确定所有稳定的 k_p 值区间 同理,固定 k_i 值,在 k_p-k_d 平面上亦可确定对应的 PD 控制器稳定区域

当固定 k_p 值时,解方程(12)存在分母为零的情形,故不能由此方法确定 k_d-k_i 平面上 PD 控制器的稳定区域 对同一 k_p 值, k_d-k_i 平面上 PD 控制器的稳定区域是由若干条直线围成的凸集^[10] 根据这一特点,结合 k_p-k_i 平面和 k_p-k_d 平面上的稳定边界线,选取对应的交点,同样可确定 k_d-k_i 平面上 PD 控制器的稳定区域

当被控系统 $G(s)$ 为开环不稳定时滞过程时,PD 控制器的存在是有条件的 这里给出 PD 控制器的存在性定理:

定理 2 对于式(9)描述的一阶不稳定时滞系统,存在 PD 控制器使该系统稳定的必要条件是

$$L/T < 2$$

注意到式(13)的 k_p 值与 k_d 值无关,故由 k_p-k_i 平面上的稳定边界线,仿照定理 1 即可证明本定理

4 鲁棒 PD 控制器设计

n 阶时滞系统的准特征多项式可描述为

$$p(s) = a_{00}s^n + \sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=0}^N a_{ik} e^{-h_k s} \right) s^{n-i} \quad (14)$$

其中: $a_{ik} = \alpha_{ik} + j\beta_{ik}$, $\alpha_{ik}, \beta_{ik} \in \mathbb{R}$ ($i=0$) 为常量, $a_{00} > 0$; $0 = h_0 < h_1 < \dots < h_N$, h_k 为对应于系统时滞常数的常量

对于 n 阶参数不确定时滞系统,其准特征多项式族可描述为

$$P \doteq \left\{ p(s) \mid p(s) = a_{00}s^n + \sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=0}^N a_{ik} e^{-h_k s} \right) s^{n-i}, \right. \\ \left. (a_{00}, a_{10}, \dots, a_{1N}, \dots, a_{nN}) \in F, a_{00} > 0 \right\}, \quad (15)$$

其中 $F \subset \mathbb{C}^{nN+n+1}$ 为不确定参数集 本文考虑的参数不确定时滞系统族准多项式族,是由 n 阶准多项式 $p_1(s), p_2(s), \dots, p_r(s)$ 所生成的准多项式多面体,即

$$P \doteq \text{conv}\{p_1(s), p_2(s), \dots, p_r(s)\}, \quad (16)$$

其中 conv 表示凸生成 若 P 为实多项式族,则准多项式 $p_i(s)$ 首系数必须同号^[11].

定义 1^[11] 若 D 为复平面上对称于实数轴的任一区域,则称时滞系统(1)是 D 稳定的,当且仅当由式(14)描述的准多项式的所有零点均在 D 内 若 D 为左半平面,且由式(14)描述的准多项式的所有零点均在 D 内,则称 $p(s)$ 是稳定的

引理 1^[11] 考虑由式(16)描述的 n 阶准多项式多面体 P, D 为复平面上对称于实数轴的任一区域, x 和 y 为复平面上的两点,满足对任一给定点 $x \in D^c$ (D^c 表示 D 在复平面的补集)和任一 $M > 0$,存在实数 α 若点 y 满足 $|y| > M$ 且 $\text{Re}(y) < \alpha$,则在 D^c 内总能找到一条由 x 通向 y 的连续路径,使 P 是 D 稳定的,当且仅当 P 的所有棱边均是 D 稳定的

对于式(1)描述的一阶时滞系统,令

$$G_i(s) = \frac{k_i}{T_j s + 1} e^{-L_j s}, j = 1, 2, i = 1, 2, \dots, 8, \quad (17)$$

则一阶参数不确定时滞系统族可描述为

$$T(s) = \sum_{i=1}^r \lambda G_i(s), \lambda \in [0, 1], \lambda = 1, r = 8 \quad (18)$$

定理 3 考虑式(18)描述的一阶参数不确定时滞系统族 $T(s)$,用 PI 控制器进行控制,使该系统

族 $T(s)$ 稳定, 当且仅当用同一 PI 控制器使每一 $G_i(s)$ 稳定

证明 令闭环控制系统的开环传递函数为

$$F_i(s) = \frac{q_i(s)}{p_i(s)}, i = 1, 2, \dots, r = 8, \quad (19)$$

其中 $p_i(s)$ 和 $q_i(s)$ 为准多项式 则由式(18)描述的一阶参数不确定时滞系统族的特征多项式可描述为

$$P \doteq \text{conv}\{(F_1(s) + 1)p_1(s), (F_2(s) + 1)p_2(s), \dots, (F_r(s) + 1)p_r(s)\}. \quad (20)$$

取 D 为复平面左半平面, 对任一给定点 $x \in D^c$ 和任一 $M > 0$, 存在实数 α 若点 y 满足 $|y| > M$ 且 $\text{Re}(y) < \alpha$, 则在 D^c 内总能找到一条由 x 通向 y 的连续路径 根据引理 1, 要使 $T(s)$ 稳定, 只需使 $T(s)$ 的准特征多项式族 P 的每一棱边 $(F_i(s) + 1)p_i(s)$ 是 D 稳定的即可. 注意到 $(F_i(s) + 1)p_i(s)$ 为 $G_i(s)$ 的闭环特征多项式, 使每一 $(F_i(s) + 1)p_i(s)$ 是 D 稳定的即使 $G_i(s)$ 是稳定的

定理 4 考虑式(18)描述的一阶参数不确定时滞系统族 $T(s)$, 用 PD 控制器进行控制, 使该系统族 $T(s)$ 稳定, 当且仅当用同一 PD 控制器使每一 $G_i(s)$ 稳定

仿照定理 3 的证明很容易证得本定理

对于实际工程控制器设计而言, 满意控制^[12]认为: 控制系统设计要求不是某单一性能指标达到最优, 而是必须同时满足由多种性能指标所构成的控制性能期望指标集 根据实际工程对控制器设计的要求, 可选择相应的性能指标, 如动态误差系数、系统最大开环增益、调节时间、超调量等时域性能指标, 以及幅值裕度、相角裕度等开环频域性能指标和鲁棒性能指标, 在所求 PD 控制器参数区域内选择同时满足各种性能指标的参数, 便可使被控系统达到所期望的性能要求

5 数值算例

例 1 考虑文献[13]中一阶参数不确定时滞过程

$$G(s) = \frac{ke^{-Ls}}{Ts + 1}, \quad (21)$$

其中: $L \in [1, 2], k \in [1, 2], T \in [1, 2]$ 由式(17)可得如下 8 个棱边系统:

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{e^{-s}}{s+1}, G_2(s) = \frac{e^{-s}}{2s+1}, \\ G_3(s) &= \frac{2e^{-s}}{s+1}, G_4(s) = \frac{2e^{-s}}{2s+1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_5(s) &= \frac{e^{-2s}}{s+1}, G_6(s) = \frac{e^{-2s}}{2s+1}, \\ G_7(s) &= \frac{2e^{-2s}}{s+1}, G_8(s) = \frac{2e^{-2s}}{2s+1} \end{aligned}$$

根据 3.1 节 PI 控制器稳定区域算法, k_p-k_i 平面上 8 个棱边系统所对应的稳定区域如图 3 所示 由定理 3 可知, 当且仅当 8 个棱边系统同时稳定时, 则 $G(s)$ 即为稳定的 图 3 中阴影部分为 8 个棱边系统稳定区域的交集, 即为所求 PI 控制器的稳定区域 在该区域上任选控制器参数 (k_p, k_i) , 系统(21)均为稳定的

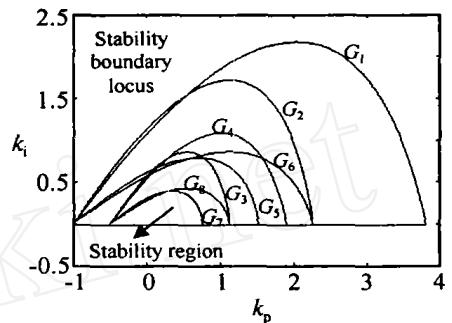


图 3 例 1 PI 控制器的稳定区域

例 2 考虑如下—阶参数不确定时滞过程:

$$G(s) = \frac{ke^{-Ls}}{Ts - 1}, \quad (22)$$

其中: $L \in [1, 1.2], k \in [0.8, 1], T \in [1, 1.5]$ 则存在 $L/T > 1$ 的情况, 由定理 1 知, 不存在 PI 控制器使该系统族稳定; 但 $L/T < 2$, 故可用 PD 控制器进行控制 由式(17)可得如下 8 个棱边系统:

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{0.8e^{-s}}{s-1}, G_2(s) = \frac{0.8e^{-s}}{1.5s-1}, \\ G_3(s) &= \frac{e^{-s}}{s-1}, G_4(s) = \frac{e^{-s}}{1.5s-1}, \\ G_5(s) &= \frac{0.8e^{-1.2s}}{s-1}, G_6(s) = \frac{0.8e^{-1.2s}}{1.5s-1}, \\ G_7(s) &= \frac{e^{-1.2s}}{s-1}, G_8(s) = \frac{e^{-1.2s}}{1.5s-1} \end{aligned}$$

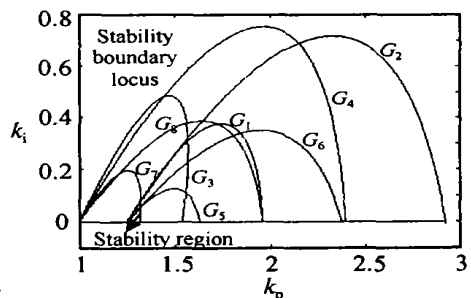


图 4 例 2 PD 控制器的稳定区域

根据3.2节PD控制器稳定区域算法,取 $k_d = 0.75$, k_p-k_i 平面上8个棱边系统所对应的稳定区域如图4所示.由定理4知,8个棱边系统稳定区域的交集即为所求控制器的参数区域.在该区域上任选控制器参数($k_p, k_i, k_d = 0.75$),系统(22)均为稳定的.

6 结 论

本文给出一种快速计算所有鲁棒PI和鲁棒PD控制器参数集的方法.该方法首先基于推广到时滞系统的棱边定理,在 k_p-k_i 平面上绘制各个棱边系统的稳定边界线;然后确定所有稳定区域的交集,即为所求控制器参数集.数值算例表明了该方法的优越性和有效性.

参考文献(References):

- [1] Åström K J, Hagglund T. *PID Controllers: Theory, Design and Tuning* [M]. Research Triangle Park: Instrument Society of American, 1995.
- [2] Kimura H. Robust stability for a class of transfer functions [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1984, 29(9): 788-793.
- [3] Doyle J, Glover K, Khargonekar P, et al. State space solution to standard H_2 and H_∞ control problem [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34(8): 831-847.
- [4] Keel L H, Bhattacharyya S P. Robust, fragile or optimal [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1098-1125.
- [5] Silva G J, Datta A, Bhattacharyya S P. On the stability and controller robustness of some popular PD tuning rules [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(9): 1638-1641.
- [6] Silva G J, Datta A, Bhattacharyya S P. Robust control design using the PD controller [A]. *Proc of the 41st IEEE Conf on Decision and Control* [C]. Las Vegas, 2002. 1313-1318.
- [7] Ziegler J G, Nichols N B. Optimum settings for automatic controllers [J]. *IEEE Trans on ASME*, 1942, 64: 759-768.
- [8] Smith O J. A controller to overcome dead time [J]. *ISA J*, 1959, 6(2): 28-33.
- [9] Soyilemez M T, Munro N, Baki H. Fast calculation of stabilizing PD controllers [J]. *Automatica*, 2003, 39(1): 121-126.
- [10] Ho M T, Datta A, Bhattacharyya S P. A linear programming characterization of all stabilizing PD controllers [A]. *Proc of the American Control Conf* [C]. Albuquerque, 1997. 3922-3928.
- [11] Fu M, Olbrot A W, Polis M P. Robust stability for time-delay systems: The edge theorem and graphical tests [A]. *Proc of the 27th Conf on Decision and Control* [C]. Austin, 1988. 98-104.
- [12] Guo Zhi. A survey of satisfying control and estimation [A]. *Proc of the 14th IFAC World Congress* [C]. Beijing, 1999. 443-447.
- [13] Garcia S M, Guillen J C, Ibarrola J J. Robust controller design for uncertain systems with variable time delay [J]. *Control Engineering Practice*, 2001, 9(9): 961-972.

(上接第1177页)

参考文献(References):

- [1] Widrow B, Walach E. *Adaptive Inverse Control* [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [2] Åström K J, Wittenmark B. *Adaptive Control* [M]. MA: Addison-Wesley, 1989.
- [3] 沈福民. 自适应信号处理 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2001. 204-211.
- [4] Widrow B, Mcool J M, Glover J R. Adaptive noise canceling: Principles and applications [J]. *Proc IEEE*, 1975, 63(12): 1692-1716.
- [5] 严平凡, 张长水. 人工神经网络与模拟进化计算 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002. 40-48.
- [6] Gross D C, Rattan K S. Adaptive multilayer neural network for trajectory tracking control of a pneumatic cylinder [A]. *Proc of the 1998 IEEE Int Conf on Systems, Man and Cybernetics* [C]. San Diego, 1998. 1662-1667.
- [7] Euliano R Neil. Adaptive and neural inverse control: Adaptively controlling a ventilator [J]. *PCAI*, 2000, 14(3): 24-27.
- [8] 张智星, 孙春在, 水谷英二. 神经-模糊和软计算 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2000.
- [9] Widrow B, Walach E. 刘树棠, 韩崇昭译. 自适应逆控制 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2000.