

文章编号: 1001-0920(2004)10-1101-04

## 一类非线性系统的在线建模新方法

魏瑞轩<sup>1,2</sup>, 孔祥玉<sup>3</sup>, 韩崇昭<sup>3</sup>, 张优云<sup>1</sup>, 吴立勋<sup>2</sup>

(1. 西安交通大学 机械学院, 陕西 西安 710049; 2. 空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038; 3. 西安交通大学 电信学院, 陕西 西安 710049)

**摘要:** 为减少非线性系统的 Volterra 级数模型在线建模的计算量, 根据多模型合成的思想, 提出一种基于预设模型在线合成被测系统当前 Volterra 级数模型的新方法, 建立了模型合成的公式和方法。仿真实验表明, 该方法具有较高的建模精度, 能有效减少 Volterra 模型在线建模的计算量, 并且易于工程实现。

**关键词:** 非线性系统; Volterra 级数模型; 在线建模

**中图分类号:** TP271 **文献标识码:** A

## New online modeling method for a class of nonlinear system

WEI Rui-xuan<sup>1,2</sup>, KONG Xiang-yu<sup>3</sup>, HAN Chong-zhao<sup>3</sup>, ZHANG You-yun<sup>1</sup>, WU Li-xun<sup>2</sup>

(1. School of Mechanic Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China; 3. School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China. Correspondent: WEI Rui-xuan, E-mail: rxwei369@sohu.com)

**Abstract:** According to the multimodels combining idea, a new online modeling method based on the preset models combination for Volterra series model is presented to reduce the computation for online modeling of Volterra series model of nonlinear systems. The current Volterra series model of the detected system is online obtained by combining some preset models. The formula and method of the model combining are established. Simulation results indicate that the presented method has better modeling precision, and efficiently reduces the computation burden of online modeling for Volterra models, and is easily realized in engineering application.

**Key words:** nonlinear systems; Volterra series model; online modeling

### 1 引言

非线性系统的 Volterra 级数模型是一类能完全刻画系统非线性传递特性的非参数模型, 它具有物理意义明确、普适性强等优点, 近年来已受到国内外广大学者和工程技术人员的普遍关注<sup>[1~5]</sup>。基于 Volterra 级数模型的故障诊断是一种新兴的利用非线性分析思想的故障诊断技术<sup>[3~5]</sup>, 已成为解决非线性类故障诊断问题的有效手段。然而困扰 Volterra 级数模型应用的一个难题是它的在线建模问题,

特别是频域建模问题。Volterra 级数模型的直接频域辨识需要巨大的计算量, 从而极大地限制了 Volterra 模型的在线工程应用。

为减少 Volterra 级数模型在线建模的计算量, 本文根据多模型合成的思想, 提出一种基于预设模型在线合成被测系统当前 Volterra 级数模型的新方法。这是一种新的在线建模的思想和方法, 不仅能有效减少 Volterra 模型在线建模的计算量, 而且易于工程实现。仿真实验表明, 该方法具有较高的建模

收稿日期: 2003-10-22; 修回日期: 2004-01-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60304004); 中国博士后科学基金资助项目(2003033512); 空军工程大学学术基金资助项目

作者简介: 魏瑞轩(1968—), 男, 陕西岐山人, 副教授, 博士后, 从事非线性系统建模、故障诊断的研究; 韩崇昭(1943—), 男, 陕西乾县人, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统辨识、信息处理等研究

精度

## 2 非线性 Volterra 系统的在线建模

对于单输入单输出非线性时不变系统, 其输入输出关系可用 Volterra 泛函级数唯一地表示为<sup>[6]</sup>

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t), \quad (1)$$

其中

$$y_n(t) = \int \dots \int_{\tau_1, \dots, \tau_n} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) u(t - \tau_1) \dots u(t - \tau_n) d\tau_1 \dots d\tau_n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2)$$

分析实际系统时, 可用离散截断形式的 Volterra 级数模型对系统作近似描述, 即

$$y(k) = \sum_{n=1}^N y_n(k) = \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=0}^{M-1} \dots \sum_{m_n=0}^{M-1} h_n(m_1, m_2, \dots, m_n) u(k - m_1) \dots u(k - m_n). \quad (3)$$

其中:  $N$  为 Volterra 模型的最高阶次,  $M$  为记忆长度,  $h_n(\tau_1, \dots, \tau_n)$  称为系统的第  $n$  阶 Volterra 时域核. 对式(1)进行多维 Fourier 变换, 可得到 Volterra 级数的频域表示形式, 即

$$Y(j\omega) = \int y(t) e^{-j\omega t} dt = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(j\omega), \quad (4)$$

$$Y_n(j\omega) = \frac{1}{(2\pi)^{n-1}} \int \dots \int H_n(j(\omega - \omega_1 - \dots - \omega_n), j\omega_1, \dots, j\omega_n) U(j(\omega - \omega_1 - \dots - \omega_n)) \times U(j\omega_1) \dots U(j\omega_n) d\omega_1 \dots d\omega_n. \quad (5)$$

其中  $H_n(\omega, \dots, \omega_n)$  称为第  $n$  阶 Volterra 频域核, 或称第  $n$  阶广义频率响应函数(GFRF). Volterra 时域核和频域核都是描述非线性传递特性的一种非参数模型

非线性 Volterra 系统的在线建模问题, 就是在被测系统工作过程中, 利用系统的输入、输出观测数据, 应用某种建模算法在线辨识得到系统的 Volterra 时域核或频域核. 其原理结构如图 1 所示

对于广义频率响应函数的建模问题, 传统的建模方法是对广义频率响应函数进行直接频域辨识. 通常是使用多音正弦信号作为被测系统的输入信号, 设被测系统的动态行为可用它的前三阶 GFRF 近似描述, 并设输入信号基频为  $\omega$ , 截止频率为  $N_r\omega$ , 采样长度为  $N_s$ , 且  $N_s = kN_r, k \ll N_r$ . 对输入、输出信号进行同步采样, 通过对采样序列进行快速

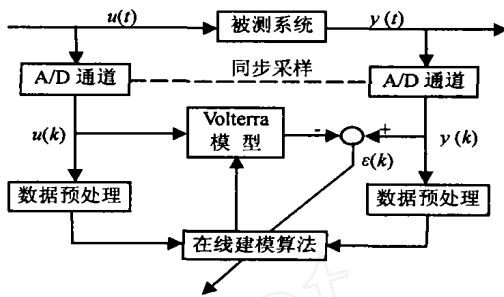


图 1 Volterra 系统在线建模原理结构

Fourier 变换而得到的输入、输出信号, 其频域采样序列  $\{U(k\omega)\}$  和  $\{Y(k\omega)\}$  将满足如下方程:

$$Y(k\omega) = H_1(k\omega)U(k\omega) + \frac{1}{2N} \sum_{s=-N_s+1}^{N_s+1} H_2((k-s)\omega, s\omega)U((k-s)\omega)U(s\omega) + \frac{1}{(2N)^2} \sum_{s=-N_s+1}^{N_s+1} \sum_{\tau=-N_s+1}^{N_s+1} [H_3((k-s-\tau)\omega, s\omega, \tau\omega)U((k-s-\tau)\omega)U(s\omega)U(\tau\omega)] \quad (6)$$

依据式(6)可建立一个线性方程组, 通过求解此方程组即可直接计算出系统的广义频率响应函数. 但实际上, 要构成一个能求解的超定线性方程组, 需要准备大量的数据, 进行多次的实验, 而求解这样一个庞大的方程组将是十分困难的. 为此, 需要研究计算量少、易于实现的在线建模方法

## 3 基于预设模型合成的在线建模方法

设被测系统有  $M$  个工作模式, 其工作特性是连续慢变化的, 即系统工作状态的变化是从第 1 个模态到第  $M$  个模态依次转移的过程; 在此过程中, 系统特性参数也是缓慢变化的. 从而在一个较短的时间段内, 可将系统视为定常系统. 对于每一种工作模态, 定义该模态下的一组典型特性参数所表征的工作点为该模态的工作点. 如果系统各工作模态的区分是清晰的, 则被测系统便有  $M$  个区分明显的模态工作点. 设系统在每个模态工作点的动态特性均可用一个 Volterra 模型近似描述, 记这些模型为  $G_m (m = 1, 2, \dots, M)$ , 称为系统的预设模型. 由于系统的工作特性是连续变化的, 任意时刻系统的工作点必定位于某些模态工作点之间, 或位于某个模态工作点上. 当系统当前处于第  $m$  个模态工作点时, 系统当前的动态特性可用模型  $G_m$  近似表征, 而系统的输出则可用该模型的输出来近似. 若系统当前处于某些模态工作点之间, 则其输出就不能简单地用某一

预设模型的输出来近似 考虑到系统的工作特性是连续变化的, 因而更合理的方法是用各模型在系统输入作用下的输出加权和来逼近当前输出, 即

$$y(k) = \sum_{m=1}^M p_m y^m(k), \quad \sum_{m=1}^M p_m(t) = 1 \quad (7)$$

其中:  $p_m$  为加权系数,  $y^m(k)$  为  $k$  时刻模型  $G_m$  的输出 根据式(3)并参考文献[7]的方法, 可构造系统的 Volterra 核向量  $H$  和输出向量  $U(k)$ , 从而可将系统输出写成

$$y(k) = U^T(k)H. \quad (8)$$

记  $H^m$  是模型  $G_m$  的 Volterra 核向量, 则该模型的输出可写成  $y^m(k) = U^T(k)H^m$ . 代入式(7), 有

$$y(k) = \sum_{m=1}^M p_m y^m(k) = \sum_{m=1}^M p_m U^T(k)H^m = U^T(k) \left[ \sum_{m=1}^M p_m H^m \right] = U^T(k)H, \quad (9)$$

从而可导出

$$H = \sum_{m=1}^M p_m H^m, \quad 0 \leq p_m \leq 1 \quad (10)$$

上式的导出揭示了一个重要的思想, 即系统当前的 Volterra 模型可通过预设模型的加权和而得到 式(10)实际上表达了基于预设模型在线合成当前 Volterra 模型的思想 按照这一思想 只要能得到各预设模型和当前时刻各模型的权系数, 便可方便地在线建立系统当前的 Volterra 模型

各预设模型可以事先离线建立好, 而各模型相应的权系数则可根据各预设模型的滤波残差在线计算 定义预设模型  $G_m$  在  $k$  时刻的滤波误差为  $\epsilon_m(k) = y(k) - y^m(k)$ . 由于已假设系统是慢变化的, 即系统在工作过程中其特性参数的变化是缓慢的, 因而在一个较短的观测周期内, 可将系统视为定常系统

预设模型  $G_m$  在任意第  $l$  个观测周期的残差观测序列记为  $\epsilon_m^l = \{\epsilon_m(0), \epsilon_m(1), \dots, \epsilon_m(N)\}$ , 基于该残差观测序列的  $G_m$  为真的概率记为  $p(G_m | \epsilon_m^l)$ , 它是  $G_m$  能正确匹配当前系统的概率 根据 Bayes 定理, 可得

$$p(G_m | \epsilon_m^l) = \frac{p(\epsilon_m(l) | G_m) p(G_m | \epsilon_m^{l-1})}{\sum_{j=1}^M p(\epsilon_m(l) | G_j) p(G_j | \epsilon_m^{l-1})}, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (11)$$

其中  $p(G_m | \epsilon_m^0)$  表示  $G_m$  为真的先验概率 应有

$$\sum_{m=1}^M p(G_m | \epsilon_m^0) = 1 \quad (12)$$

对于任意第  $l$  个观测周期, 假设系统的输入是均值为零的高斯白噪声信号, 从而可参照线性系统

的结论<sup>[8]</sup>, 将模型  $G_m$  的残差观测序列  $\epsilon_m^l$  看成一个均值为零, 方差为  $R_m(l)$  的正态分布的高斯白噪声, 从而有

$$p(\epsilon(l) | G_j) = \frac{1}{2\pi \sqrt{|R_j(l)|}} \exp(-0.5 \epsilon^T(l) R_j^{-1}(l) \epsilon), \quad j = 1, 2, \dots, M. \quad (13)$$

利用以上算式, 便可计算得到第  $l$  个观测周期时  $G_m$  为真的概率  $p(G_m | \epsilon_m^l)$ , 它反映了此时预设模型  $G_m$  与系统正确匹配的程度 令  $p_m = p(G_m | \epsilon_m^l)$ , 从而可根据式(10)利用各预设模型, 在线地建立系统当前的 Volterra 模型 显然, 这是一种计算量小且易于实现的在线 Volterra 建模方法

#### 4 仿真实验

利用本文提出的方法对车辆悬挂系统进行在线 GFRF 建模, 悬挂系统的振动模型如图 2 所示

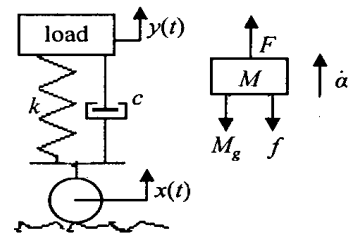


图 2 悬挂系统的振动模型

当弹簧处于正常状态时, 系统的运动方程为

$$M \ddot{y}(t) = -k(y(t) - x(t)) - c(\dot{y}(t) - \dot{x}(t)).$$

对等式两边进行多维 Fourier 变换, 根据变换后等式两边  $Y(\omega)$  和  $X(\omega)$  同次幂相等关系, 可导出弹簧正常时悬挂系统的前 3 阶 GFRF 为

$$\begin{cases} H_1(\omega) = [M(j\omega)^2 + j\omega + k]^{-1} [j\omega + k], \\ H_2(\omega, \omega) = 0, \\ H_3(\omega, \omega, \omega) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

当弹簧处于疲劳状态时, 其传递关系中出现明显的三次非线性, 运动方程变为

$$M \ddot{y}(t) = -k_1[y(t) - x(t)] - k_3[y(t) - x(t)]^3 - c[\dot{y}(t) - \dot{x}(t)]$$

从而可得到弹簧疲劳状态下悬挂系统的前 3 阶 GFRF 为

$$\begin{cases} H_1(\omega) = -A^{-1}(j\omega)C(j\omega), \\ H_2(\omega, \omega) = 0, \\ H_3(\omega, \omega, \omega) = \\ -A^{-1}(j\omega) [k_1H_1(\omega)H_1(\omega)H_1(\omega) + \\ 3k_1H_1(\omega) - 3k_1H_1(\omega)H_1(\omega)] \end{cases} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} A(j\omega) &= M(j\omega)^2 - c(j\omega) + k, \\ C(j\omega) &= c(j\omega) - k \end{aligned}$$

对比以上两式可知, 弹簧疲劳前后悬挂系统 GFRF 的变化是明显的. 因此设定系统有两种工作模式, 即正常模式和疲劳模式, 在此设定下进行悬挂系统的在线建模实验.

首先离线建立两种预设 GFRF 模型  $G_1$  和  $G_2$  对应两种模式, 分别设定悬挂系统的一组特性参数作为该模式的标准工作点参数, 建立对应该模式的预设 GFRF 模型. 设减振簧正常时的特性参数为:  $M = 1\,000\text{ kg}$ ,  $k = 30\,000\text{ N/m}$ ,  $c = 1\,000\text{ N/m}\cdot\text{s}$ ; 减振簧疲劳时的特性参数为:  $M = 1\,000\text{ kg}$ ,  $k_1 = 10\,000\text{ N/m}$ ,  $k_3 = -1\,000\text{ N/m}$ ,  $c = 1\,000\text{ N/m}\cdot\text{s}$ . 基于这两组参数, 利用 MATLAB 的 Simulink 系统, 根据悬挂系统在两种状态下的运动方程, 分别建立系统在正常模式和疲劳模式时的 Simulink 仿真模型. 使用 12 个不同频率构成的多音正弦信号作为系统的输入激励信号, 对系统的输入输出进行同步采样, 利用这些观测数据分别建立悬挂系统的两个预设模型  $G_1$  和  $G_2$ .

然后在车辆运行过程中, 利用本文方法和已获得两个预设模型, 在线建立悬挂系统的当前 GFRF 模型. 由于车辆行驶时路面产生的颠簸起伏是随机的, 以带限白噪声信号为基础生成路面颠簸的模拟信号, 作为在线建模所用的输入信号, 以模拟车辆正在行驶. 悬挂系统的输入信号如图 3 所示. 考虑减振簧工作一段时间后, 特性参数将发生变化, 设此时的特性参数为:  $M = 1\,000\text{ kg}$ ,  $k_1 = 26\,000$

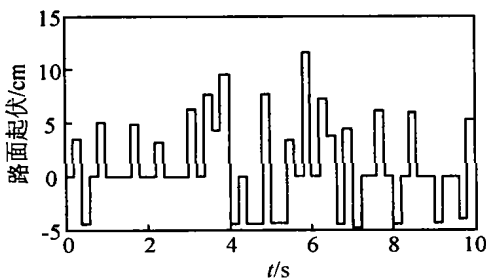


图 3 悬挂系统的输入信号

$\text{N/m}$ ,  $k_3 = -1\,000\text{ N/m}$ ,  $c = 1\,000\text{ N/m}\cdot\text{s}$ , Simulink 仿真模型使用疲劳状态下的模型. 设定正常预设模型  $G_1$  能匹配当前系统的先验概率为 0.8, 疲劳预设模型  $G_2$  的先验概率为 0.2. 将路面模拟信号同步地输入悬挂系统和两个预设模型, 分别计算这两个模型的输出残差. 利用式 (10) ~ (13), 即可在线建立悬挂系统当前的 GFRF 模型  $G$ .

为检验在线建立的 GFRF 模型的准确性, 将路面模拟信号同步地输入悬挂系统和在线建立的当前模型  $G$ , 考察模型  $G$  的输出与悬挂系统输出的拟合情况. 图 4 和图 5 分别给出了输出拟合曲线和拟合误差曲线, 拟合误差为 9.5%. 从拟合曲线可以看出, 本文方法在线建立的 GFRF 模型对系统输出的拟合存在一定的误差, 但其建模精度能满足工程应用的需要. 该方法计算量小, 便于在线实现, 非常有助于 Volterra 模型的在线工程应用.

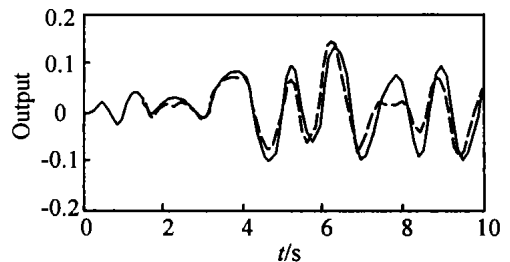


图 4 GFRF 模型的输出拟合曲线

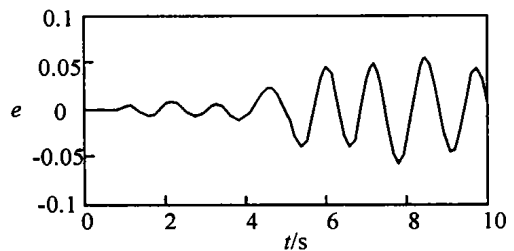


图 5 GFRF 模型的拟合误差曲线

## 5 结 语

本文针对非线性 Volterra 系统的在线建模问题, 提出一种新的基于多模型合成的 Volterra 级数模型的在线建模方法. 该方法能有效减少 Volterra 模型在线建模的计算量, 并且易于工程实现, 这对于促进 Volterra 级数理论与应用的发展具有重要意义. 如何进一步提高该方法的在线建模精度, 将是今后继续研究的课题.

(下转第 1108 页)

$$\frac{dx}{dt} = X_0(x(t)) + \sum_{m=1}^M f_m(t)X_m(x(t)). \quad (16)$$

以此方式可将量子系综密度算符的演化方程转换成对演化算符的操纵问题

#### 4 量子力学控制的几个基本问题

本文利用波函数对量子力学系统的纯态建立了演化模型,并用密度矩阵对量子力学系统的混合态建立了演化模型.在所建模型的基础上,可重新叙述量子系统控制的 5 个主要目标如下:

1) 某一纯态的初始化: 令  $\rho$  为  $H$  上的一个任意密度矩阵,且  $|\psi\rangle \in H$ , 它是将要制备的状态矢量.于是初始化包括所引起的迁移  $\rho \rightarrow |\psi\rangle\langle\psi|$ .

2) 可控性分析: 所要设计的演化矩阵  $X$  在  $n$  维幺正矩阵的李群  $U(n)$  (或  $SU(n)$ ) 上变化.探索这些控制问题的数学工具较多,其中包括代数、群论以及拓扑方法.可借助于李群理论对经典系统可控性问题的基本结果,解决量子系统的可控性问题.

3) 幺正控制: 即驱动一个给定的初态到达事先确定的终态(目标态).目标为设计一个幺正演化矩阵  $X$ ,使得态矢  $|\psi\rangle$  转变成  $X|\psi\rangle$ ,或将密度矩阵  $\rho$  转变成  $X\rho X^\dagger$ .

4) 最优化控制: 可观测量可用  $H$  上的厄米算符  $A$  来描述,它的期望值(系综的平均值)为  $A(t) = \text{Tr}(A\rho(t))$ .最优控制的目标就是寻找一种控制,在

某个目标时刻  $t_f$ ,控制系统特别的量子状态群、量子状态的子空间或系统的能量等,达到可观测量的期望值的最大值.

5) 量子状态的非破坏性测量: 令  $(P_i)_{i=1}^l$  是投影的一个完全正交(或可观测量的)群,  $H_c$  是希尔伯特空间,其上作用于作为测量仪器的任意系统.可观测量的  $P_i$  的测量是一个幺正演化,起始于直积态  $|\phi\rangle \otimes |\psi\rangle \in H_c \otimes H$ ,终止于状态  $|\phi\rangle \otimes |P_i\rangle|\psi\rangle$ .其中  $(|\phi\rangle)_{i=1}^l$  为测量仪器状态的正交归一化群.

#### 参考文献(References):

- [1] Dahleh M., Peirce A., Rabitz H A., et al. Control of molecular motion[J]. *Proc IEEE*, 1996, 84(1): 7-15.
- [2] Di Vincenzo D P. Quantum computation[J]. *Science*, 1995, 270(5234): 255-261.
- [3] Salapaka M D., Rabitz H M., Ramakrishna V., et al. Controllability of molecular systems[J]. *Physical Review A*, 1995, 51: 1050-2947.
- [4] Domenico D alessandro, Mohammed Dahleh. Optimal control of two-level quantum systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(6): 866-876.
- [5] Schimmer S G., Leahy J V. Limits of control for quantum systems: Kinematical bounds on the optimization of observables and the question of dynamical realizability[J]. *Physical Review A*, 2001, 63(025403).

(上接第 1104 页)

#### 参考文献(References):

- [1] Billings S A., Tsang K M. Spectral analysis for nonlinear systems — Part I: Parametric nonlinear spectral analysis[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1989, 3(4): 319-339.
- [2] Zhu Z., Leung H. Adaptive identification of nonlinear systems with application to chaotic communications[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems — I: Fundamental Theory and Applications*, 2000, 47(7): 1072-1080.
- [3] 焦李成. 非线性系统故障诊断的伏尔泰拉泛函理论[J]. 西安交通大学学报, 1988, 22(3): 79-85.  
(Jiao Licheng. The Volterra theory for the fault diagnosis of nonlinear system[J]. *J of Xi'an Jiaotong University*, 1988, 22(3): 79-85.)
- [4] 唐晓泉. 非线性系统频谱分析理论及其在故障诊断中的应用研究[D]. 西安: 西安交通大学, 1999.
- [5] 魏瑞轩. 基于 Volterra 级数模型的非线性系统辨识及故障诊断方法研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2001.
- [6] Schetzen M. *The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems*[M]. New York: Wiley, 1980.
- [7] 魏瑞轩, 韩崇昭. 基于 Volterra 级数模型的非线性系统的鲁棒自适应辨识[J]. 西安交通大学学报, 2001, 35(10): 1024-1028.  
(Wei Ruixuan, Han Chongzhao. Robust adaptive identification for nonlinear system based on Volterra series model[J]. *J of Xi'an Jiaotong University*, 2001, 35(10): 1024-1028.)
- [8] 张育林, 李东旭. 动态系统故障诊断理论与应用[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1997.