

文章编号: 1001-0920(2004)11-1278-04

折损产品整合生产库存系统优化模型研究

何 勇¹, 杨德礼¹, 何 炬², 张醒洲¹

(1. 大连理工大学 系统工程研究所, 辽宁 大连 116024; 2 复旦大学 管理学院, 上海 200437)

摘 要: 在具有两个不同销售周期的销售市场情形下, 当需求率、生产率和折损率为常数时, 从供应链整合的角度对折损产品的库存系统进行了优化。通过对供应链中产品生产商和销售商库存系统的各自分析, 建立了整合库存系统数学模型, 给出了优化方法。

关键词: 供应链管理; 折损产品; 库存系统

中图分类号: F224.12 **文献标识码:** A

Optimizing inventory model for deteriorating items based on integrated approach

HE Yong¹, YANG De-li¹, HE Ju², ZHANG Xing-zhou¹

(1. Institute of Systems Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2 School of Management, Fudan University, Shanghai 200437, China Correspondent: HE Yong, E-mail: heyong@student.dlut.edu.cn)

Abstract: A multi-lot-size production and inventory model of deteriorating items with two markets is developed. By considering the perspectives of the producer and the buyers, an optimal joint total cost from an integrated perspective is derived. A result that helps the procedure of finding the optimal solutions is given. A numerical example shows that the integrated approach strategy has the lowest joint total cost as compared with the independent decision approaches.

Key words: supply chain management; deteriorating items; inventory system

1 引 言

目前许多关于库存理论方面的文献, 其理论假设都认为产品在正常库存期内不存在折损现象。但在现实的市场环境下, 多数产品存在着一定的折损现象, 如食品、挥发性物品、汽油、放射性物质、电子产品等, 这些产品在正常的仓储期内有一定的折损率。因此, 从实际应用和理论层面分析, 如果产品的折损率不是足够小, 则产品的折损对供应链库存系统的影响是不能忽略的。

产品的折损主要指因损坏、腐烂、脱水、汽化、退

化、过时等造成产品效用降低甚至最后丧失的一种现象^[1]。近年来, 有关产品折损问题的库存理论研究越来越受到重视^[2], 周永务对此进行了一定的研究^[3,4]。但现存的有关文献几乎都是从单一企业的角度考虑折损产品的库存问题, 未能从供应链整体利益的角度考虑问题。只有W ee 等人在供应链整合下对折损产品库存理论进行了研究^[5~8], 他们以供应链中生产商及零售商联合库存成本最低为最优目标来考虑折损产品库存问题。但他们假设产品只在同一个市场上销售, 未考虑不同市场的销售周期对整

收稿日期: 2004-01-14; 修回日期: 2004-04-06

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(70031020)。

作者简介: 何勇(1975—), 男, 安徽合肥人, 博士生, 从事系统工程的研究; 杨德礼(1939—), 男, 河北北戴河人, 教授, 博士生导师, 从事系统工程的研究。

个供应链库存系统的影响 然而现实生活中这种影响较为明显, 如冬天的衣服在我国北方市场的销售时间比南方早且销售时间长, 而鲜花则相反 为此, 本文建立了具有两个不同销售周期的产品市场的库存理论数学模型, 并在供应链整合下, 以产品生产商与销售商联合库存成本最低为目标, 对折损产品的库存系统模型进行了优化

2 假设和说明

本文数学模型的建立是以下列假设为前提:

- 1) 假设供应链由一个产品生产商和两个销售商组成, 两个销售商分属于两个不同销售期的销售市场;
 - 2) 两个销售市场的销售周期长度已知, 分别用 T_{r1} 和 T_{r2} 表示 假设市场 2 的销售期开始时间比市场 1 晚 T_a 时间, 且 $T_{r1} < T_a + T_{r2}$;
 - 3) 产品需求率和生产率已知并为常数;
 - 4) 产品发生折损起始于其入库时刻, 且折损率已知并为常数;
 - 5) 不允许缺货;
 - 6) 没有库容限制
- 为了建模需要, 引入以下符号:

- 1) 生产商: k_0 为生产商一次生产准备费用, k_p 为生产商单位产品的库存保管成本, c_p 为生产商单位产品成本, p 为生产商的生产率, T 为在周期长度 $T_a + T_{r2}$ 内的生产时间, θ 为产品折损率, $I_j(t)$ ($j = 1, \dots, 4$) 为在周期长度 $T_a + T_{r2}$ 内 4 个不同时间段供应商库存水平, 时间段具体划分方法见 3.2 节

- 2) 销售商: s_{ri} 为销售商 i 每次订货成本, k_{ri} 为销售商 i 单位产品的库存保管成本, c_r 为销售商单位产品成本, n_i 为销售商 i 在销售周期长度 T_{ri} 内产品的补充(或订货) 次数, d_i 为销售商 i 产品需求率, $I_{ri}(t)$ 为销售商 i 库存水平, $i = 1, 2$

因为两个销售市场的销售商的销售周期不同, 所以, 生产商生产完所有产品的最优时间 T 可能会出现以下 3 种情况: 1) $T < T_a$; 2) $T_a < T < T_{r1}$; 3) $T_{r1} < T < T_a + T_{r2}$ 产品销售商和生产商的库存

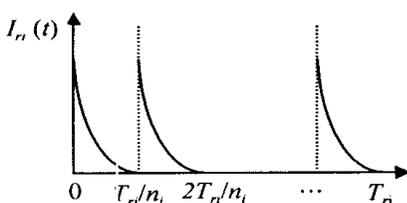


图 1 销售商 i 库存系统

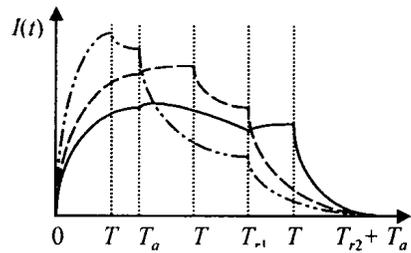


图 2 生产商库存系统

系统描述如图 1 和图 2 所示 图 2 中点划线、虚线和实线分别代表上述 3 种生产商库存系统

3 数学模型与分析

为了建立整合供应链总体库存成本模型, 首先分别考虑销售商和生产商的库存系统模型

3.1 销售商库存系统模型

销售商对于折损产品的库存系统示意图可由图 1 描述, 销售商 i 在任一时间 t 时的库存水平微分等式为

$$\begin{aligned} dI_{ri}(t)/dt + \theta I_{ri}(t) &= -d_i, \\ \forall i, i = 1, 2; 0 < t < T_{ri}/n_i \end{aligned} \quad (1)$$

根据边界条件 $I_{ri}(T_{ri}/n_i) = 0$, 求解微分方程(1) 可得

$$\begin{aligned} I_{ri}(t) &= \frac{d_i}{\theta} \left(e^{-\theta(t - T_{ri}/n_i)} - 1 \right), \\ \forall i, i = 1, 2; 0 < t < T_{ri}/n_i \end{aligned} \quad (2)$$

根据式(2) 可知, 销售商 i 在销售期内的库存保管成本为

$$\begin{aligned} TH_{ri} &= n_i k_{ri} \int_0^{T_{ri}/n_i} I_{ri}(t) dt = \\ &= \frac{n_i k_{ri} d_i}{\theta} e^{-\theta T_{ri}/n_i} - \frac{n_i k_{ri} d_i + \theta I_{ri} n_i k_{ri}}{\theta}, \\ i &= 1, 2 \end{aligned} \quad (3)$$

销售商 i 折损掉的成本为

$$\begin{aligned} TD_{ri} &= c_r \left[\frac{n_i d_i}{\theta} (e^{-\theta T_{ri}/n_i} - 1) - d_i T_{ri} \right], \\ i &= 1, 2 \end{aligned} \quad (4)$$

则销售商 i 在销售期内总库存成本

$$TC_{ri} = s_{ri} n_i + TH_{ri} + TD_{ri}, i = 1, 2 \quad (5)$$

3.2 生产商库存系统模型

虽然生产商生产完所有产品的最优时间 T 可能会出现图 2 的 3 种情况, 但根据图 2 和微分方程的性质, 易证得以下结论: 无论生产商生产完所有产品所需的时间 T 为何种情形, 生产商的总库存成本不变 这里, 假定 $T < T_a$, 则在这种情形下, 根据图 2, 可得生产商在时段 $[0, T_a + T_{r2}]$ 的微分等式为

$$\frac{dI_1(t)}{dt} + \theta I_1(t) = p - d_1, 0 \leq t \leq T; \quad (6)$$

$$\frac{dI_2(t)}{dt} + \theta I_2(t) = -d_1, T \leq t \leq T_a; \quad (7)$$

$$\frac{dI_3(t)}{dt} + \theta I_3(t) = -d_1 - d_2, T_a \leq t \leq T_{r1}; \quad (8)$$

$$\frac{dI_4(t)}{dt} + \theta I_4(t) = -d_2, T_{r1} \leq t \leq T_{r2} + T_a \quad (9)$$

根据边界条件 $I_1(0) = 0, I_2(T_a) = I_3(T_a), I_3(T_{r1}) = I_4(T_{r1})$ 和 $I_4(T_{r2} + T_a) = 0$, 求解上述微分方程可得

$$I_1(t) = \frac{p - d_1}{\theta} (1 - e^{-\theta t}), 0 \leq t \leq T; \quad (10)$$

$$I_2(t) = \frac{1}{\theta} (d_2 e^{-\theta(T - T_a - T_{r2})} + d_1 e^{-\theta(T - T_{r1})} - d_2 e^{-\theta(T - T_a)} - d_1), T \leq t \leq T_a; \quad (11)$$

$$I_3(t) = \frac{1}{\theta} (d_2 e^{-\theta(T - T_a - T_{r2})} + d_1 e^{-\theta(T - T_{r1})} - d_1 - d_2), T_a \leq t \leq T_{r1}; \quad (12)$$

$$I_4(t) = \frac{d_2}{\theta} (e^{-\theta(T - T_a - T_{r2})} - 1), T_{r1} \leq t \leq T_{r2} + T_a \quad (13)$$

因为 $I_1(T) = I_2(T)$, 所以

$$p + d_2 e^{-\theta(T - T_a)} - (p - d_1) e^{-\theta T} = d_2 e^{-\theta(T - T_a - T_{r2})} + d_1 e^{-\theta(T - T_{r1})}, \quad (14)$$

则生产商总库存保管成本

$$TH_p = k_p \left[\int_0^T I_1(t) dt + \int_T^{T_a} I_2(t) dt + \int_{T_a}^{T_{r1}} I_3(t) dt + \int_{T_{r1}}^{T_a + T_{r2}} I_4(t) dt - \sum_{i=1}^2 n_i \int_0^{T_{ri}/n_i} I_{ri}(t) dt \right], \quad (15)$$

生产商折损掉的成本

$$TD_p = c_p \left(pT - \sum_{i=1}^2 T_{ri} d_i \right), \quad (16)$$

生产商在单位时间总库存成本

$$TC_p = TH_p + TD_p + k_a \quad (17)$$

3.3 整合供应链库存系统模型

整合供应链的总库存成本

$$TC = TC_p + \sum_{i=1}^2 TC_{ri} \quad (18)$$

4 整合供应链库存系统优化方法

由式(14)可求解出 T , 因此总库存成本 TC 只有 n_1 和 n_2 两个未知变量, 则整合供应链库存系统的优化问题可描述为: 在条件(14)下, 寻求最优值 n_1^* 和 n_2^* 使式(18)的值最小

根据式(14)和(18)可得

$$\frac{\partial TC}{\partial n_i} = \frac{(k_{ri} - k_p)d_i + \theta r_i d_i (e^{\theta r_i/n_i} - 1) + s_{ri}, i = 1, 2 \quad (19)$$

对 TC 求二次偏导可得

$$\frac{\partial^2 TC}{(\partial n_i)^2} = \frac{T_{ri}^2 d_i (k_{ri} - k_p + \theta r_i)}{n_i^3} e^{\theta r_i/n_i}, \quad i = 1, 2 \quad (20)$$

根据实际情况, 销售商单位产品的库存成本一定大于生产商单位产品的库存成本, 因此, $\partial^2 TC / (\partial n_i)^2 > 0$, 可知目标函数 TC 对于参数 n_i^* 和 n_2^* 为凸函数, 存在极小值, 令 $\partial TC / \partial n_i = 0$, 可求得问题的近似解 \hat{n}_1 和 \hat{n}_2 . 但因为 n_1 和 n_2 必须为整数, 所以采用 $k_1 = \text{Int}(\hat{n}_1)$ 和 $k_2 = \text{Int}(\hat{n}_2)$ 分别代表 \hat{n}_1 和 \hat{n}_2 的整数部分, 则最优解 (n_1^*, n_2^*) 为

$$(n_1^*, n_2^*) = \underset{v,w}{\text{TC}^*}(n_1^*, n_2^*) = \min_{v,w} \text{TC}^*(v, w), \quad \forall v \in [k_1 - 1, k_1, k_1 + 1], w \in [k_2 - 1, k_2, k_2 + 1] \quad (21)$$

5 算例分析

假设 $k_0 = 150$ 元, $k_p = 0.15$ 元/a, $c_p = 20$ 元, $p = 24000$ 单位/a, $\theta = 0.1$ 单位/a, $s_{r1} = s_{r2} = 10$ 元/次, $k_{r1} = k_{r2} = 0.35$ 元/a, $c_r = 24$ 元, $d_1 = 12000$ 单位/a, $d_2 = 10000$ 单位/a, $T_a = 0.05$, $T_{r1} = 0.10$, $T_{r2} = 0.15$

运用数学软件 Matlab 的 Fzero 函数求解式(19)得: $n_1 = 4.00, n_2 = 5.36$, 则 $k_1 = 4, k_2 = 5$. 将上述值代入式(21)可得表 1.

表 1 m, n_1 和 n_2 最优值

n_1	n_2	TC	n_1	n_2	TC	n_1	n_2	TC
3	4	550.58	4	4	547.56	5	4	549.74
3	5	545.92	4	5	542.90*	5	5	545.09
3	6	546.15	4	6	543.13	5	6	545.32

注: * 表示使 TC 最小的最优解

由表 1 可知, 整合供应链的最优解为 $n_1^* = 4, n_2^* = 5, TC^* = 542.90$

如果供应链处于分散状态, 即销售商和生产商各自按照库存最小决策, 则根据式(5)得出销售商的最优解分别为 $n_1^{\#} = 4$ 和 $n_2^{\#} = 6$, 此时, 供应链总库存成本 $TC^{\#} = 543.13 > TC^*$. 由此可见, 生产商和销售商采取协作策略来实施供应链整合, 可以降低总库存成本

6 结 语

本文研究了一个产品生产商和两个不同销售周



期的销售商组成的供应链库存系统,从供应链整合的角度对折损产品的库存系统进行了优化。从本文的研究结果可以发现,采用整合策略可有效降低总库存成本,实现双赢的目的。虽然本文考虑的是两个销售市场的情形,但本文的研究方法和结果同样可以推广到多个销售市场中存在多个销售商的复杂情况,为研究更为复杂的供应链模式提供了基础。

参考文献(References):

- [1] Wee H M. Economic production lot size model for deteriorating items with partial back-ordering[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 1993, 24(3): 449-458
- [2] Goyal S K, Giri B C. Recent trends in modeling of deteriorating inventory[J]. *European J of Operational Research*, 2001, 134: 1-16
- [3] 周永务, 杨善林. 可变动货费用情形下变质物品经济批量问题[J]. *系统工程与电子技术*, 2000, 22(12): 36-40
(Zhou Y W, Yang S L. Economical lot-sizing problem for deteriorating items under the situation of variable ordering cost[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2000, 22(12): 36-40)
- [4] 周永务. 通货膨胀对带有时变需求的变质性物品库存补充策略的影响[J]. *运筹学学报*, 1998, 2(1): 42-50
(Zhou Y W. Effect of inflation on the inventory replenishment policy for deteriorating items with time-varying demand[J]. *OR Trans*, 1998, 2(1): 42-50)
- [5] Yang P C, Wee H M. An integrated multi-lot-size production inventory model for deteriorating item[J]. *Computers & Operations Research*, 2003, 30(5): 671-682
- [6] Rau H, Wu M Y, Wee H M. Integrated inventory model for deteriorating items under a multirechelon supply chain environment[J]. *Int J of Production Economics*, 2003, 86(2): 155-168
- [7] Yang P C, Wee H M. Economic ordering policy of deteriorated item for vendor and buyer: An integrated approach[J]. *Production Planning & Control*, 2000, 11(5): 474-480
- [8] Wee H M, Jong J F. An integrated multi-lot-size production inventory model for deteriorating items[J]. *Management & Systems*, 1998, 5(1): 97-114

(上接第 1277 页)

7 结 论

本文的变计时过程/变迁网,可用于描述复杂工业过程等一类复杂的混杂动力学系统,它具有对底层子过程的过程模型的集成功能,并能有效地解决混杂动力学系统离散变量与连续变量之间的耦合衔接、事件的实时监控、过程的实时调度等应用问题。

参考文献(References):

- [1] 徐心和, 李政国, 李彦平. 一类混杂系统的广义 Petri 网模型[J]. *自动化学报*, 1997, 23(3): 297-301
(XU X H, LI Z G, LI Y P. Generalized PetriNet model for a class of hybrid systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1997, 23(3): 297-301)
- [2] 郑大钟, 郑应平. 离散事件动态系统理论: 现状与展望[J]. *自动化学报*, 1992, 18(2): 129-142
(ZHENG D Z, ZHENG Y P. The current state and developing trends of DEDS theory[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1992, 18(2): 129-142)
- [3] 郑锋, 孙树栋, 吴坚. 基于扩展 Petri 网的混合流程生产过程建模[J]. *机械科学与技术*, 2003, 22(2): 318-322
(ZHENG F, SUN S D, WU J. An extended PetriNet for modeling batch processes[J]. *Mechanical Science and Technology*, 2003, 22(2): 318-322)
- [4] 李志武, 贾建援. 自动制造系统 Petri 网的公平性控制策略[J]. *自动化学报*, 2003, 29(1): 62-71
(LI Z W, JIA J Y. A fairness and liveness control policy of petriNet model for automated manufacturing system[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(1): 62-71)
- [5] 袁崇义. Petri 网[M]. 南京: 东南大学出版社, 1989.
- [6] Benveniste A, Guernic P L. Hybrid dynamic systems theory and the signal language[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, 35(5): 535-546
- [7] Henzinger T A. The theory of hybrid automata[A]. *Proc of the 11th Annual IEEE Symposium on Logic in Computer Science* [C]. New Jersey: IEEE Computer Society, 1996 278-292