

文章编号: 1001-0920(2004)11-1228-04

非线性 M M O 系统 H_2/H 模糊输出反馈控制

刘国荣^{1,2}, 罗毅平², 万百五¹

(1. 西安交通大学 系统工程研究所, 陕西 西安 710049; 2 湖南工程学院, 湖南 湘潭 411101)

摘要: 研究了非线性 M M O 系统 H_2/H 模糊输出反馈控制问题. 采用局部线性化方法, 用 T-S 模糊线性模型逼近非线性系统. 在希望的 H 干扰抑制约束下, 通过最小化 H_2 控制性能指标, 实现了模糊输出反馈次优控制. 通过将优化问题转化成特征值问题 (EVP), 应用线性矩阵不等式 (LMI) 优化方法求解, 简化了问题的求解过程. 所设计的闭环系统在平衡点是局部二次型稳定的, 系统抗扰性能和动态性能均较好.

关键词: 非线性系统; H_2/H 控制; 模糊控制; 线性矩阵不等式 (LMI)

中图分类号: TP273

文献标识码: A

H_2/H fuzzy output feedback control for nonlinear M M O systems

LIU Guo-rong^{1,2}, LUO Yi-ping², WAN Bai-wu¹

(1. System Engineering Institute, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2 Hunan Institute of Engineering, Xiangtan 411101, China. Correspondent: LIU Guo-rong, E-mail: lgr@mail.hnie.edu.cn)

Abstract: The problem of mixed H_2/H fuzzy output feedback control for nonlinear systems is studied. The nonlinear plant is approximated by a Takagi-Sugeno fuzzy linear model using local linearization method. The fuzzy output feedback suboptimal controller is achieved by minimizing the H_2 control performance with a desired H disturbance rejection constraint. The optimization problem is transformed into eigenvalue problem (EVP). The EVP can be solved very efficiently by using the linear matrix inequality (LMI) optimization techniques. The closed-loop system designed by the proposed method is local quadratically stable at the equilibrium, and its disturbance rejection and dynamic performance are good.

Key words: nonlinear systems; H_2/H control; fuzzy control; linear matrix inequality (LMI)

1 引言

采用模糊控制方法对非线性系统进行控制, 是近 10 年来人们研究的热点之一^[1~6]. 一些方法是采用 T-S 模糊线性模型逼近非线性系统, 实现基于模型的模糊最优控制^[1], 使系统获得 H_2 最优性能指标; 另一些方法则采用 H 控制, 使系统获得 H 最优性能指标^[2~4]. 但对于一个实际系统, 其动态性能和鲁棒性具有相同的重要性. 人们希望闭环控制系

统既具有较好的动态性能, 又具有较强的鲁棒性, 所以近几年人们开始研究非线性系统的 H_2/H 模糊控制问题. 文献[5, 6]研究了仿射非线性系统的 H_2/H 模糊控制问题, 提出了一种 H_2/H 混合模糊控制方法. 但该方法要么涉及求解一个交叉耦合的 Hamilton-Jacobi-Isacs 偏微分方程, 求解非常困难; 要么涉及多个边界条件, 求解非常复杂.

本文对存在外扰的非线性 M M O 系统的

收稿日期: 2003-12-18; 修回日期: 2004-03-01.

基金项目: 湖南省自然科学基金资助项目 (01JJY2062).

作者简介: 刘国荣(1957—), 男, 湖南华容人, 教授, 博士, 从事模糊控制、非线性系统控制等研究; 万百五(1928—), 男, 江苏南京人, 教授, 博士生导师, 从事大系统的智能控制和优化研究.

H₂/H 混合模糊控制问题进行了研究 利用 T-S 模糊线性模型逼近非线性系统, 进行模糊输出反馈控制 采用模糊模型逼近非线性系统, 必然存在逼近误差, 它将影响系统的动态性能, 甚至导致系统不稳定 考虑它们对系统动态性能和鲁棒性的影响, 本文在 T-S 模糊线性模型中引入一个组合扰动项, 该扰动项是外部干扰和逼近误差之和

本文对于非线性系统提出了一种系统的 H₂/H 模糊输出反馈控制设计方法 该方法使闭环系统的稳定性、鲁棒性和动态性能同时得以保证, 将一个复杂的约束优化问题转化成了特征值问题 (EVP), 并利用 LM I 方法求解, 方法简单实用 与以往的方法比较, 本文方法只有一个边界条件, 求解简单

2 问题描述

考虑如下形式的非线性多输出/多输出系统:

$$\dot{x}(t) = f(x, u) + \omega, \quad (1)$$

$$y = Cx(t). \quad (2)$$

式中: $x = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]^T \in R^n$ 为状态向量; $u = [u_1, u_2, u_3, \dots, u_m]^T \in R^m$ 为控制向量; $y = [y_1, y_2, \dots, y_p]^T \in R^p$ 为输出向量; $f(x, u)$ 为光滑函数, 且 $f(0, 0) = 0$; $C \in R^{p \times n}$ 为输出矩阵, $\omega \in R^n$ 为未知有界的外部干扰

非线性系统 (1) 的局部线性输入/输出关系采用 T-S^[7] 模糊线性动力学模型近似表示如下:

Sⁱ: if $z_1(t)$ is F_1^i ...and $z_g(t)$ is F_g^i then

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t) + \omega(t), \\ \omega(t) &= \omega(t), i = 1, 2, \dots, L. \end{aligned} \quad (3)$$

式中: F_j^i 为模糊子集, $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times m}$, $C_i \in R^{p \times n}$, L 为 if-then 规则数, $z_1(t) \dots z_g(t)$ 为前件变量, $\omega(t) = f(x, u) - A_i x(t) - B_i u(t) + \omega(t)$ 为逼近误差与外部干扰之和

通过模糊推理, 可得模糊系统 (3) 的最后输出为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^L \mu_i(z(t)) ((A_i x(t) + B_i u(t)) + \omega(t)), \\ \omega(t) &= \sum_{i=1}^L \mu_i(z(t)) \omega(t) = \\ &= f(x, u) - \sum_{i=1}^L \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) + \omega. \end{aligned} \quad (4)$$

式中

$$\mu_i(z(t)) = \frac{\prod_{j=1}^g F_j^i(z_j(t))}{\sum_{i=1}^L \prod_{j=1}^g F_j^i(z_j(t))}.$$

其中: $F_j^i(z_i(t))$ 表示 $z_i(t)$ 属于 F_j^i 的隶属度, $F_j^i(z_i(t)) \in [0, 1], j = 1, 2, \dots, g$. 假定 $\forall t, \prod_{j=1}^L F_j^i(z_i(t)) > 0$, 则有 $\mu_i(z(t)) \in [0, 1], i = 1, 2, \dots, L, \sum_{i=1}^L \mu_i(z(t)) = 1$.

采用模糊输出反馈控制器控制上述系统, 其第 i 条规则如下:

Cⁱ: if $z_1(t)$ is F_1^i ...and $z_g(t)$ is F_g^i then

$$u(t) = -K_i y(t), i = 1, 2, \dots, L, \quad (5)$$

则模糊输出反馈控制器为

$$u(t) = -\sum_{i=1}^L \mu_i(z(t)) K_i y, \quad (6)$$

式中 $K_i \in R^{m \times n} (i = 1, 2, \dots, L)$ 为反馈控制矩阵

由式 (4) 和 (6) 可得

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) A_{ij} x(t) + \omega \quad (7)$$

式中: $A_{ij} = A_i - B_i K_j C$, ω 由模糊逼近误差和外部干扰组成, 它将使控制系统的性能变差, 甚至导致非线性控制系统不稳定 因此首先需要考虑怎样抑制 ω 对系统性能的影响, 使闭环系统具有较强的鲁棒性; 其次考虑怎样设计反馈矩阵 $K_i (i = 1, 2, \dots, L)$, 使闭环系统具有较好的动态性能 本文利用 H 和 H_2 范数分别衡量系统的鲁棒性和动态性能, 对系统实行 H_2/H 的混合控制

考虑如下 H 控制性能指标和二次型性能指标:

$$J_1 = \int_0^{t_f} x^T Q_1 x dt + x^T(0) P_1 x_1(0) + \rho^2 \int_0^{t_f} \omega^T \omega dt \quad (8)$$

式中: t_f 表示控制时间终端, ρ 为衰减水平常数, Q_1 和 P_1 为适当维数的加权对称正定矩阵

$$J_2(u) = \int_0^{t_f} \{x^T(t) Q_2 x(t) + u^T(t) R_2 u(t)\} dt, \quad (9)$$

式中 Q_2 和 R_2 为适当维数的加权对称正定阵

设计目标: 对于闭环系统 (7), 寻找一个模糊输出反馈控制器 (6), 使得系统在满足 H 干扰抑制约束 (8) 的条件下, 二次型性能指标 (9) 获得次优解, 在无外扰的条件下, 闭环系统

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) A_{ij} x(t) + \Delta \omega \quad (10)$$

在平衡点 ($x(t) = 0$) 是局部二次型稳定的, 式中

$$\Delta\omega = f(x, \mu) - \sum_{i=1}^L \mu_i(z(t)) (A_{ix}(t) + B_{iu}(t)) \quad (11)$$

为逼近误差

假定 1 对于系统 1, 存在边界参数 ΔA , 使得 $\Delta\omega(t) = \Delta A x(t)$, $\forall x(t)$. (12)

3 H₂/H 模糊输出反馈控制

首先考虑 H 控制, 对于系统 (7), 选择 Lyapunov 函数: $V(t) = x^T(t)P_{1x}(t)$, 则

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{x}^T(t)P_{1x}(t) + x^T(t)\dot{P}_{1x}(t) = \\ & \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))A_{ij}x(t) + \\ & \omega(t)^T P_{1x}(t) + x^T(t)P_1 \left(\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mu_i(z(t)) \times \right. \\ & \left. \mu_j(z(t))A_{ij}x(t) + \omega(t) \right) = \\ & \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))x^T(t) (A_{ij}^T P_1 + \\ & P_1 A_{ij})x(t) - \left[\frac{1}{\rho} P_{1x}(t) - \rho\omega(t) \right]^T \times \\ & \left[\frac{1}{\rho} P_{1x}(t) - \rho\omega(t) \right] + \rho^2 \omega^T(t)\omega(t) + \\ & \frac{1}{\rho^2} x^T(t) P_1 P_{1x}(t) \\ & \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))x^T(t) \times \\ & \left[A_{ij}^T P_1 + P_1 A_{ij} + \frac{1}{\rho^2} P_1 P_1 \right] x(t) + \\ & \rho^2 \omega^T(t)\omega(t). \end{aligned} \quad (13)$$

定理 1 对于系统(7), 如果 $P_1 = P_1^T > 0$ 是如下矩阵不等式的公共解:

$$A_{ij}^T P_1 + P_1 A_{ij} + \frac{1}{\rho^2} P_1 P_1 + Q_1 < 0, \quad i = 1, 2, \dots, L. \quad (14)$$

那么, 对于给定的衰减水平常数 ρ , 可获得 H 控制性能指标(8).

证明 由式(14)有

$$A_{ij}^T P_1 + P_1 A_{ij} + \frac{1}{\rho^2} P_1 P_1 < -Q_1, \quad (15)$$

将式(15)代入式(13)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) & - \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))x^T(t)Q_{1x}(t) + \\ & \rho^2 \omega^T(t)\omega(t) = -x^T(t)Q_{1x}(t) + \rho^2 \omega^T(t)\omega(t). \end{aligned} \quad (16)$$

对式(16)两边积分得

$$\begin{aligned} & V(t_f) - V(0) \\ & - \int_0^{t_f} x^T(t)Q_{1x}(t)dt + \rho^2 \int_0^{t_f} \omega^T(t)\omega(t)dt, \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} & \int_0^{t_f} x^T(t)Q_{1x}(t)dt \\ & V(0) - V(t_f) + \rho^2 \int_0^{t_f} \omega^T(t)\omega(t)dt \\ & x^T(0)P_{1x}(0) + \rho^2 \int_0^{t_f} \omega^T(t)\omega(t)dt \end{aligned}$$

通过实行 H 控制, 使外部干扰和逼近误差的影响得到了有效衰减, 下面讨论求解系统的二次型性能指标最优控制问题. 因为存在逼近误差 $\Delta\omega$, 求解系统的二次型性能指标最优解困难, 所以通过最小化 H₂ 性能指标(9) 来求问题的次优解, 放弃求最优解. 由式(9)有

$$\begin{aligned} J_2(u) &= \int_0^{t_f} \{x^T(t)Q_{2x}(t) + u^T(t)R_{2u}(t)\}dt = \\ & x^T(0)P_{2x}(0) - x^T(t_f)P_{2x}(t_f) + \\ & \int_0^{t_f} \{x^T(t)Q_{2x}(t) + u^T(t)R_{2u}(t) + \\ & \frac{d}{dt}(x^T(t)P_{2x}(t))\}dt \dots \\ & x^T(0)P_{2x}(0) + \int_0^{t_f} \left\{ \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mu_i(z(t)) \times \right. \\ & \left. \mu_j(z(t))x^T(t) (Q_2 + C^T K_j^T R_2 K_j C + A_{ij}^T P_2 + \right. \\ & \left. P_2 A_{ij} + P_2 P_2) x(t) + \Delta\omega^T(t)\Delta\omega(t) \right\} dt \end{aligned} \quad (17)$$

由假定 1 有

$$\Delta\omega^T(t)\Delta\omega(t) = (\Delta A x(t))^T (\Delta A x(t)) = x^T(t)\Delta A^T \Delta A x(t),$$

则

$$\begin{aligned} J_2(u) &= \\ & x^T(0)P_{2x}(0) + \int_0^{t_f} \left\{ \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mu_i(z(t)) \times \right. \\ & \left. \mu_j(z(t))x^T(t) (Q_2 + C^T K_j^T R_2 K_j C + A_{ij}^T P_2 + \right. \\ & \left. P_2 A_{ij} + P_2 P_2 + \Delta A^T \Delta A) x(t) \right\} dt \end{aligned} \quad (18)$$

如果

$$\begin{aligned} & A_{ij}^T P_2 + P_2 A_{ij} + C^T K_j^T R_2 K_j C + P_2 P_2 + \\ & \Delta A^T \Delta A + Q_2 < 0, \end{aligned} \quad (19)$$

那么

$$J_2(u) = x^T(0)P_{2x}(0). \quad (20)$$

显然, 二次型性能指标次优控制问题可转化为下述优化问题:

$$\min_{P_2} x^T(0)P_{2x}(0), \quad (21)$$

$$A^T_{ij}P_2 + P_2A_{ij} + C^TK_j^TR_2K_jC + P_2P_2 + \Delta A^T\Delta A + Q_2 < 0, P_2 > 0 \quad (22)$$

通过最小化 $J_2(u)$ 的上界, 获得二次型性能指标 (9) 的次优解, 实现 H_2 次优控制

上面分别讨论了 H 模糊控制和 H_2 模糊控制问题 如果找到一个共同的 P , 使它同时满足式 (14) 和式 (22), 则达到了控制目标, 即系统在满足 H 干扰抑制约束 (8) 的条件下, 实现了 H_2 次优模糊控制 也就是说, 系统实现了 H_2/H 混合模糊控制

上述问题可描述如下:

$$\min_P x^T(0)Px(0), \quad P = P^T = P_1 = P_2 > 0; \quad (23)$$

$$A^T_{ij}P + PA_{ij} + \frac{1}{\rho^2}PP + Q_1 < 0, \quad i = j = 1, 2, \dots, L; \quad (24)$$

$$A^T_{ij}P + PA_{ij} + C^TK_j^TR_2K_jC + PP + \Delta A^T\Delta A + Q_2 < 0, \quad i = j = 1, 2, \dots, L. \quad (25)$$

从上面的分析可知, 基于模糊观测器的 H_2/H 混合模糊控制器设计的关键是通过求解式 (23) ~ (25) 的优化问题求解公共矩阵 P . 因为式 (23) ~ (25) 不是一个凸函数优化问题, 难以求出公共矩阵 P . 为此, 将它转化为线性矩阵不等式 (LM I) 问题, LM I 又称为特征值 (EVP) 问题, 可以通过凸最优化方法来求解

令 $W = P^{-1}$, 式 (24) 和 (25) 两边同时左乘和右乘 W 得

$$WA^T_i - WC^TK_j^TB^T_i + AW - B_iK_jCW + 1/\rho^2 + WQ_1W < 0, \quad (26)$$

$$WA^T_i - WC^TK_j^TB^T_i + AW - B_iK_jCW + WC^TK_j^TR_2K_jCW + I + W(\Delta A^T\Delta A + Q_2)W < 0 \quad (27)$$

令 $H_j = K_jCW$, 利用 Schur Complement, 式 (26) 和 (27) 可化为

$$\begin{bmatrix} WA^T_i + AW - BH_j - (BH_j)^T + 1/\rho^2 & W \\ W & -Q_1^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} WA^T_i + AW - BH_j - (BH_j)^T + I & W & H_j^T \\ W & -(\Delta A^T\Delta A + Q_2)^{-1} & 0 \\ H_j & 0 & -R_2^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

式 (28) 和 (29) 是两个线性矩阵不等式 所以, 优化问题式 (23) ~ (25) 可转化为以下 EVP 问题求解:

$$\min x^T(0)W^{-1}x(0), \quad (30)$$

s t $W = W^T$, 式 (28) 和 (29).

综合上述设计过程, 可得设计程序如下:

- 1) 选择隶属函数和模糊系统规则;
- 2) 选择权矩阵 Q_1, Q_2 和 R_2 , 给定衰减水平常数 ρ 和边界参数 ΔA ;
- 3) 解 EVP 问题 (30), 求得 W 和 H_j ;
- 4) 求 $K_j, K_j = H_j(CW)^+$, $(CW)^+ = W^TC^T(CWW^TC^T)^{-1}$ 为 CW 的广义逆;
- 5) 检查假定 1 是否满足, 如果不满足, 调节边界参数 ΔA , 重复 3) ~ 5);
- 6) 构造模糊输出反馈控制器 (7).

4 系统稳定性分析

定理 2 在非线性系统 (4) 中, 若对于 H_2/H 次优控制问题 (23) ~ (25), 存在公共解 $P = P^T > 0$, 则闭环系统 (10) 在平衡点 $x = 0$ 是局部二次稳定的

证明 构造 Lyapunov 函数

$$V(x(t)) = x^T(t)Px(t),$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= x^T(t)Px(t) + x^T(t)P\dot{x}(t) = \\ &\left[\begin{matrix} L & L \\ i=1 & j=1 \end{matrix} \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))A_{ij}x(t) + \Delta\omega \right]^T Px(t) + \\ &x^T(t)P \left[\begin{matrix} L & L \\ i=1 & j=1 \end{matrix} \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))A_{ij}x(t) + \Delta\omega \right] = \\ &\begin{matrix} L & L \\ i=1 & j=1 \end{matrix} \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))x^T(t)(A^T_{ij}P + \\ &PA_{ij})x(t) - (\Delta\omega(t) - Px(t))^T \times \\ &(\Delta\omega - Px(t)) + \Delta\omega^T(t)\Delta\omega(t) + x^T(t)PPx(t) \\ &\begin{matrix} L & L \\ i=1 & j=1 \end{matrix} \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))x^T(t)(A^T_{ij}P + PA_{ij} + \\ &PP + \Delta A^T\Delta A)x(t) \begin{matrix} L & L \\ i=1 & j=1 \end{matrix} \mu_i(z(t)) \times \\ &\mu_j(z(t))x^T(t)(-C^TK_j^T(t)R_2K_jC - Q_2)x(t) < 0 \end{aligned}$$

故定理得证

由定理 2 可知, 按照上节提出的方法设计的闭环系统, 在平衡点 ($x = 0$) 是局部二次稳定的

(下转第 1236 页)

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1 & - & 1 \\ - & 1 & 8 \end{bmatrix}, P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & - & 1 \\ - & 1 & 7 & 8 \end{bmatrix}.$$

此外令

$$U_0 = \{u(k) \mid u(k) = 2\},$$

$$X_0 = \{x(k) \mid x(k) = 4\},$$

并令

$$W = \{x(k) \mid x^T(k)P_1x(k) = 1\}$$

$$\{x(k) \mid x^T(k)P_2x(k) = 1\},$$

$$\beta = 3.5$$

按照定理1和定理2的结论计算得到 $\bar{\rho} = 0.55$,将以上数据代入C1控制器中进行仿真,得到 $v(k, x(k))$ 作为系统输入,图1为系统的状态 $x(k)$ 的各个分量随时间变化的图像,可以看出,系统渐近稳定

7 结论

针对有约束非线性系统的预测控制器,本文引入了集结策略,给出了一种新的预测控制器C1,大大减少了该控制器的在线计算量;同时对该控制器

的性质进行了分析并给出了相关结论,进而在C1的基础上,给出了一种双模控制律,可使闭环系统渐近稳定

参考文献(References):

- [1] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993
- [2] Magni L, De Nicolao G, Magnani L, et al. A stabilizing model-based predictive control algorithm for nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2001, 37(9): 1351-1362
- [3] Du Xiaoning, Xi Yugeng, Li Shaoyuan. A computationally efficient aggregation optimization strategy of model predictive control[J]. *High Technology Letters*, 2002, 8(2): 68-71
- [4] 刘斌, 席裕庚. 一种有约束集结预测控制器及其性质分析[A]. 中国控制会议[C]. 宜昌, 2003
- [5] Mayne D Q, Rawlings J B, Rao C V, et al. Constrained model predictive control: Stability and optimality[J]. *Automatica*, 2000, 36(6): 789-814

(上接第1231页)

5 结论

本文研究了非线性多输入/多输出系统的 H_2/H_∞ 混合模糊控制问题,提出了一种 H_2/H_∞ 模糊输出反馈控制设计方法.与已提出的 H_2/H_∞ 混合控制方法相比,该方法具有以下特点:1)该方法考虑了模糊逼近误差和外部干扰对系统性能的影响,既能有效抑制外部干扰和模糊逼近误差对系统性能的影响,又能使系统获得较好的动态性能;2)该方法采用LMI方法求解EVP,大大简化了控制系统的设计,便于应用;3)该方法只需调整一个边界参数,缩短了设计时间,简化了设计过程

参考文献(References):

- [1] Tanaka K, Ikeda T, Wang H O. Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Syst*, 1998, 6: 250-265
- [2] Cao S G, Rees N W, Feng G. H_∞ -infinity control of non-

linear continuous time systems based on dynamical fuzzy models[J]. *Int J Syst Sci*, 1996, 27: 821-830

- [3] Tamaka K, Sano M. A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a truck-trailer[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Syst*, 1994, 2: 119-134
- [4] Chen B S, Tseng C S, Vang H J. Robustness design of nonlinear dynamic systems via fuzzy linear control[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Syst*, 1999, 7: 571-585
- [5] Chen B S, Chang Y C. Nonlinear mixed H_2/H_∞ control for robust tracking design of robotics systems[J]. *Int J Contr*, 1997, 67(6): 837-857
- [6] Chen B S, Tseng C S, U ang H J. Mixed H_2/H_∞ fuzzy output feedback control design for nonlinear dynamic systems: An LMI approach[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Syst*, 2000, 8(3): 249-265
- [7] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. *IEEE Trans on Syst Man Cybern*, 1985, (15): 116-132