

文章编号: 1001-0920(2004)12-1387-04

一种按比例分配冲突度的证据推理组合规则

邢清华, 雷英杰, 刘付显

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘要: 在分析证据理论不足和已有改进方法及其缺陷的基础上, 根据指挥员在作战中处理冲突证据的一般习惯, 提出一种按比例分配冲突度的证据组合推理规则。算例验证结果表明, 新的组合推理规则在处理冲突方面的性能得到了明显改进。

关键词: D-S 理论; 证据推理; 组合规则; 智能决策

中图分类号: TP212.9 **文献标识码:** A

One combination rule of evidence theory based on distributing conflict in proportion

XING Qing-hua, LEI Ying-jie, LIU Fu-xian

(Institute of Missile, Air Force Engineering University, Shanxi 713800, China Correspondent: XING Qing-hua, E-mail: liuxqh@public.xa.sn.cn)

Abstract: According to the commonly habit of commander in dealing with conflict evidence in operation, a modified combination rule based on distributing conflict in proportion is presented in the base of analyzing the disadvantage of D-S theory and the limitation of improved combination rule. The numerical example shows that the new combination rule has made good performance in dealing with conflict, and it has improved the reliability and rationality of the combination results.

Key words: D-S theory; evidence theory; combination rules; intelligent decision

1 引言

在现实生活中, 尤其是在军事领域, 不确定情况下的决策问题十分常见, 而不确定推理算法则为处理不确定、不精确、不完善信息提供了有效途径。不确定推理方法较多, 且具有各自的优势, 但因证据理论(简称 D-S 理论)具有良好的理论基础, 适合于无先验信息的融合, 尤其在不确定性的表示、量测和组合方面具有一定的优势, 已广泛应用于智能决策系统、专家系统的开发和数据融合技术^[1,2]。但在实际应用中, 由于 D-S 理论不能有效处理信任度趋近于 0 的问题, 常常出现与人们直觉相反的结论。也就是说, 证据推理适合于解决高置信度、低冲突度的情

况, 对于信任度为 0 的情况, 将得出与直觉相悖的结论^[3]。造成这一结论的主要原因是其组合规则将冲突置信度值重新分配给了两个证据的公共焦点。

许多学者为克服 D-S 难题对其进行改进^[4-9], 但结果不是很理想。本文在防空作战智能辅助决策研究中采用一种新的证据组合方法——按比例分配冲突度的证据组合推理。该方法使用简便, 克服了 D-S 难题, 并且符合人们处理证据冲突的基础原则。

2 D-S 基本理论^[3]及其存在的问题分析

假设 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 为一个不变的两两互斥的完备元素集合, 也称为环境。环境是集合论中所述论域的另一说法, Θ 的每一子集都可解释为一个

收稿日期: 2004-02-02; 修回日期: 2004-04-05

作者简介: 邢清华(1966—), 女, 山西文水人, 副教授, 博士, 从事防空作战智能决策、防空作战仿真建模的研究;
雷英杰(1957—), 男, 陕西渭南人, 教授, 博士生导师, 从事防空作战智能决策、计算机应用的研究

问题的可能答案 由于元素间的互斥性,环境是完备的,只有一个子集是问题的正集答案 记 Θ 的幂集为 $P\{\Theta\}$.

1) 基本概率分配函数与信任函数: 假设 $m(x)$ 为定义在 $P\{\Theta\}$ 上并在 $[0, 1]$ 中取值的实函数, 即 $m: P\{\Theta\} \rightarrow [0, 1]$, 若满足下列条件: $m(A) > 0, A \in P\{\Theta\}; m(\emptyset) = 0; \sum_{x \in P\{\Theta\}} m(x) = 1$. 则称 $m(x)$ 为一个基本概率分配函数 它表示证据支持命题 x 发生的程度

令 $Bel(x) = \sum_{y \subset x} m(y)$, 则称 $Bel(x)$ 为信任函数, 表示证据给予命题 x 的全部支持程度

2) 证据组合: 假设 m_1 和 m_2 分别为 $P\{\Theta\}$ 上的两个基本概率分配函数(或证据), 将它们组合为一个新的证据的 Dempster 组合规则如下:

$$m_1 \oplus m_2(A) = \frac{\sum_{x, Y=A} m_1(X)m_2(Y)}{1 - \sum_{x, Y=\emptyset} m_1(X)m_2(Y)} \quad (1)$$

冲突信任指派

$$f = m_1(X)m_2(X), X \cap Y = \emptyset \quad (2)$$

冲突因子

$$F = \sum_{x, Y=\emptyset} m_1(X)m_2(Y) \quad (3)$$

于是由上面组合规则产生的基本概率分配函数 $m_1 \oplus m_2$, 便可确定组合证据的证据区间

D-S 理论并不要求为未知的环境子集分配信任, 只需为那些想分配的环境子集分配信任 没有信任是没有分配信任, 而不是不信任, 不信任是对某环境子集信任的否定 D-S 理论克服了用概率描述不确定性的不足 但 Dempster 的证据理论在实际应用中也遇到了难题

假设防空作战指挥中心根据远方和近方情报判别空中目标的属性 对于空中的一批目标, 远方情报指出该目标不是敌机就是我机, 近方情报指出该目标不是敌机就是友机, 情报源对目标属性的基本概率分配函数如下: $m_1(\text{我机}) = 0.9, m_1(\text{敌机}) = 0.1, m_2(\text{友机}) = 0.9, m_2(\text{敌机}) = 0.1$. 根据 Dempster 组合规则(1), 可得敌机的组合信任为 $m_1 \oplus m_2(\text{敌机}) = 1$.

尽管远方情报和近方情报表明, 该批目标为敌机的可能性极低, 但根据证据组合规则综合两路空情后, 完全认为该目标为敌机 该结果与指挥员的直觉和经验完全相悖, 如果依据该综合结果作出作战决策, 势必造成严重后果, 给整个防空作战带来严重影响 这说明 Dempster 组合规则不适用于高冲突证

据的情况 如何改进上述缺陷, 对于证据理论的完善和实际应用都具有极为重要的意义

3 D-S 组合规则的改进

通过分析组合证据公式可以发现上述缺陷的根源, 公式的分母为环境上所有非冲突命题组合信任度之和 事实上, 证据组合公式中的分母仅起到标准化的作用 标准化的结果是将证据冲突度重新分配给证据非冲突的命题, 当证据非冲突的命题仅有一个时, 最后的信任度必为 1 确切地说, D-S 理论的不足是由标准化引起的 为标准化而忽略矛盾冲突是一种冒险的做法

Yager 给出的一种改进方法^[5] 是将证据冲突因子当作未分配的信任, 即

$$m_1 \oplus m_2(A) = \begin{cases} \sum_{x, Y=A} m_1(X)m_2(Y) + f & A \in \Theta \\ \sum_{x, Y=\emptyset} m_1(X)m_2(Y) & A = \emptyset \\ \sum_{x, Y=A} m_1(X)m_2(Y) & \text{其他} \end{cases}$$

该方法使证据组合后, 证据的不确定性增大, 不符合证据推理的目的, 因此并未得到推广. To shiyuki 将 Dempster 组合规则与 Yager 组合规则相结合^[6], 提出一种新的改进方法, 即

$$m_1 \oplus m_2(A) = \begin{cases} \left(1 + k \sum_{x, Y=\emptyset} m_1(X)m_2(Y)\right) \sum_{x, Y=A} m_1(X) \times m_2(Y) + \left(1 + k \sum_{x, Y=\emptyset} m_1(X)m_2(Y) - k\right) \sum_{x, Y=\emptyset} m_1(X)m_2(Y) & A \in \Theta \\ \sum_{x, Y=\emptyset} m_1(X)m_2(Y) & A = \emptyset \\ \left(1 + k \sum_{x, Y=\emptyset} m_1(X)m_2(Y)\right) \sum_{x, Y=A} m_1(X) \times m_2(Y) & \text{其他} \end{cases}$$

当 $k = 0$ 时, 该方法退化为 Yager 方法, 当 $k = \frac{1}{1 - \sum_{x, Y=\emptyset} m_1(X)m_2(Y)}$ 时, 该方法退化为

Dempster 组合规则 该方法要求对系数 k 进行最优化选择, 而选择方法又无规律, 所以使用较为困难

加权证据组合法^[8] 定义一个概率分配函数, 形成加权证据组合规则

$$m(A) = \sum_{x, Y=A} [w_1 m_1(X) + w_2 m_2(Y)] \quad (4)$$

该方法虽然将问题转化为可调权值, 但处理冲突问题仍停留在 Dempster 和 Yager 的方法上, 同样存在标准化的缺点

4 对吸收法的改进及新的冲突处理方法

在证据推理中, 组合规则产生的结果不能令人满意, 关键是组合规则冲突的处理不当。冲突问题的处理是指在证据组合时, 对交集为空的两个焦元的基本信任指派的处理方法。实际上, 冲突是一种信息, 对冲突的完全遗弃势必造成信息的损失。但在上述方法中, 并未对冲突信息进行分析。吸收法利用冲突信息给出一种证据组合公式。这里根据人们一般处理冲突的观点, 给出一种按比例分配冲突度的证据组合方法。

4.1 对吸收法的改进

吸收法^[7]是将冲突信任指派值 f 分给产生冲突焦元中基本信任值较大的焦元的一种冲突度处理方法。该方法虽然具有优点, 但它是在最高基本信任指派的焦元所表示的命题为真的条件下组合的, 该焦元的可靠性决定了融合结果的可靠性。

文献[7]的组合规则存在 4 个问题: 1) $\Delta(A)$ 不应是 3 个分列式; 2) $\Delta(A)$ 的表达式分类不全, 缺少 $|m_2(A) - m_1(B)| < L$ 的情况; 3) $\Delta(A)$ 的表达式只考虑了 $m_2(A) - m_1(B)$ 和 $m_1(A) - m_2(B)$ 大于或小于 L 的情况, 没有考虑等于 L 的情况, 这可能导致新组合规则的所有焦元信任度之和不等于 1; 4) 指派值限度 L 的选取困难, 不同的 L 将导致千差万别的结论。针对所存在问题, 本文将吸收法的组合规则表示如下:

$$\begin{aligned}
 m(A) &= \sum_{B_i, C_j=A} m_1(B_i)m_2(C_j) + \Delta(A), \\
 \Delta(A) &= \Delta_1(A) + \Delta_2(A) + \Delta_3(A) + \Delta_4(A), \\
 \Delta_1(A) &= \sum_{\substack{A, B=\emptyset \\ m_1(A) > m_2(B) + L}} m_1(A)m_2(B), \\
 \Delta_2(A) &= \sum_{\substack{A, B=\emptyset \\ m_2(A) > m_1(B) + L}} m_2(A)m_1(B), \\
 \Delta_3(A) &= \sum_{\substack{A, B=\emptyset \\ |m_1(A) - m_2(B)| < L}} m_1(A)m_2(B)/2, \\
 \Delta_4(A) &= \sum_{\substack{A, B=\emptyset \\ |m_2(A) - m_1(B)| < L}} m_2(A)m_1(B)/2, \\
 0 < L < 1.
 \end{aligned} \tag{5}$$

4.2 按比例分配冲突度的证据组合方法

在防空作战中, 指挥员处理有冲突的信息时, 虽然不同的人处理方法有所差异, 但一般都不排斥以下观点:

1) 冲突也是一种信息, 不可轻视。防空作战中, 如果一切信息都是相容的, 按照正常规则即可处理,

但当有信息冲突发出时, 指挥员将加倍注意, 必须迅速判定产生冲突的原因及可能的情况。

2) 在无其他证据的条件下, 对于提供冲突证据的两个传感器, 指挥员更相信可信度高的传感器提供的证据。

3) 除非明确了产生冲突的原因, 否则不应完全否定可信度低的传感器提供的证据。

依据人们一般处理冲突的这些观点, 证据组合过程中既不能将存在冲突的两个命题视为没有信任, 也不能将两个命题视为等信任度。证据组合后, 冲突度的分配应依据组合前诸命题信任度的相对情况来决定。如果组合前命题 A 的信任度高于命题 B , 则组合后命题 A 分得的信任度也应高于命题 B 。这就是按比例分配冲突度的证据组合方法的基本思想。

假设 m_1 和 m_2 分别为 $P\{\Theta\}$ 上的两个基本概率分配函数(或证据), 将它们组合后得到一个新基本概率分配函数(或证据) m 。对于 $P\{\Theta\}$ 中的任意子集 A , 组合后的信任度包括 D-S 无冲突的证据组合信任度 $\sum_{X \cap Y=A} m_1(X)m_2(Y)$ 和按比例分得的部分冲突度。考虑 A 与另一个命题 $B \in P\{\Theta\}$, 假设 $A \cap B = \emptyset$, 则 A 与 B 的冲突度为 $m_1(A)m_2(Y) + m_1(Y)m_2(A)$ 。根据按比例分配冲突度证据组合方法的基本思想, 总的冲突度为 $(m_1(A)m_2(Y) + m_1(Y)m_2(A))$, 为此提出如下的组合规则:

$$m(A) = m_1 \oplus m_2(A) = \begin{cases} m_1(X)m_2(Y) + \delta(A), & A \cap B = \emptyset; \\ 0, & A = \emptyset. \end{cases} \tag{6}$$

$$\delta(A) = \sum_{A \cap Y = \emptyset} \rho(A, Y) + \sum_{A \cap Y = \emptyset} \sigma(A, Y). \tag{7}$$

$$\rho(A, Y) = \begin{cases} \frac{m_1(A)m_1(A)m_2(Y)}{m_1(A) + m_2(Y)}, & \\ m_1(A) + m_2(Y) > 0; \\ 0, & m_1(A) + m_2(Y) = 0 \end{cases} \tag{8}$$

$$\sigma(A, Y) = \begin{cases} \frac{m_2(A)m_2(A)m_1(Y)}{m_2(A) + m_1(Y)}, & \\ m_2(A) + m_1(Y) > 0; \\ 0, & m_2(A) + m_1(Y) = 0 \end{cases} \tag{9}$$

该组合规则具有如下良好的性质:

- 1) 无需进行标准化处理;
- 2) 组合规则没有特定系数;
- 3) 组合规则减少了不确定性, 即

$$m_1 \oplus m_2(\Theta) = \sum_{X \cap Y = \Theta} m_1(X)m_2(Y) =$$

$$m_1(\ominus)m_2(\ominus) = \min\{m_1(\ominus), m_2(\ominus)\};$$

4) 对于第 2 节的例子, 可得如下结果:

$$m_1 \oplus m_2(\text{敌机}) = 0.028,$$

$$m_1 \oplus m_2(\text{友机}) = 0.486,$$

$$m_1 \oplus m_2(\text{我机}) = 0.486$$

5 数值算例

这里引用文献[10]的例子, 假设系统的传感器收集了 4 个证据:

$$m_1(A) = 0.98, m_1(B) = 0.01, m_1(C) = 0.01;$$

$$m_2(A) = 0, m_2(B) = 0.01, m_2(C) = 0.99;$$

$$m_3(A) = 0.90, m_3(B) = 0, m_3(C) = 0.10;$$

$$m_4(A) = 0.90, m_4(B) = 0, m_4(C) = 0.10$$

表 1 3 种组合规则对冲突证据的组合结果

组合规则	证据	$m(A)$	$m(B)$	$m(C)$	未分配冲突度
D-S 组	m_1, m_2	0	0.01	0.99	0
合规则	m_1, m_2, m_3	0	0	1	0
	m_1, m_2, m_3, m_4	0	0	1	0
Yager	m_1, m_2	0	0.0001	0.0099	0.99
	m_1, m_2, m_3	0	0	0.0001	0.999
	m_1, m_2, m_3, m_4	0	0	0.0001	0.999
按比例	m_1, m_2	0.4923	0.0004	0.5073	0
分配冲	m_1, m_2, m_3	0.7764	0	0.2236	0
突度法	m_1, m_2, m_3, m_4	0.8287	0	0.1713	0

表 1 列出了 3 种方法的组合结果。由表可看出, D-S 方法不能对有冲突的证据进行有效组合, Yager 组合结果表明, 一旦有一证据对某一命题的支持度为 0, 无论再出现对该命题多大的支持证据, 其组合结果总为 0, 这显然不合情理。本文将冲突度全部分配给其他焦点, 随着对命题 A 大支持度的证据出现, 组合证据对 A 的支持度逐渐增大; 随着对其他命题小或零支持度的证据出现, 组合证据对其他命题的支持度逐渐减小。综合 4 个证据可以看出, 证据 2 很有可能是干扰证据, 它与系统的其他证据有较大差别, 新的组合规则有效降低了干扰证据对冲突度分配的影响, 提高了组合证据的可信度。文献[10]认为, 即使证据间存在冲突, 它们也是部分可用的, 这意味着仍有部分不可用。

6 结 语

本文在分析导致 D-S 证据组合规则失效原因的基础上, 针对已有改进方法存在的问题, 结合防空

作战指挥的实际, 给出了按比例分配冲突度的方法。新的组合推理规则能够有效地处理证据中的冲突信息。该方法一方面有效克服了 D-S 理论的难题, 提高了组合证据的可信度, 另一方面使用也很方便。

参考文献(References):

- [1] Chen L H. An extended rule based inference for general decision making problem [J]. *Information Science*, 1997, 102(1/4): 111-137.
- [2] Shim J P, Merrill Warkentin. Past, present and future of decision support technology [J]. *Decision Support Systems*, 2002, 33(4): 111-126.
- [3] 印鉴, 刘星成, 汤庸. 专家系统原理与编程[M]. 北京: 机械工业出版社, 2000. 171-180.
- [4] Yager R R. On the aggregation of prioritized belief structure [J]. *IEEE Trans on Syst, Man and Cybern*, 1996, 26(6): 708-719.
- [5] Yager R R. On the Dempster-Shafer framework and new combination rules [J]. *Information System*, 1989, 41(2): 93-137.
- [6] Inagki Toshiyuki. Interdependence between safety-control policy and multiple-sensor schemes via Dempster-Shafer theory [J]. *IEEE Trans on Reliability*, 1991, 40(2): 182-188.
- [7] 张山鹰, 潘泉, 张洪才. 一种新的证据推理组合规则 [J]. *控制与决策*, 2000, 15(5): 540-545.
(Zhang S Y, Pan Q, Zhang H C. A new kind of combination rule of evidence theory [J]. *Control and Decision*, 2000, 15(5): 540-545.)
- [8] 杜文吉, 陈彦辉, 谢维信. 加权 Dempster 证据组合算法 [J]. *西安电子科技大学学报*, 1999, 26(5): 549-551.
(Du W J, Chen Y H, Xie W X. Weighted Dempster evidence combination algorithms [J]. *J of Xidian University*, 1999, 26(5): 549-551.)
- [9] 向阳, 史习智. 证据理论合成规则的一点修正 [J]. *上海交通大学学报*, 1999, 33(3): 357-360.
(Xiang Y, Shi X Z. Modification on combination rules of evidence theory [J]. *J of Shanghai University*, 1999, 33(3): 357-360.)
- [10] 邓勇, 施文康. 一种改进的证据推理组合规则 [J]. *上海交通大学学报*, 2003, 37(8): 1275-1278.
(Deng Y, Shi W K. A modified combination rule of evidence theory [J]. *J of Shanghai Jiaotong University*, 2003, 37(8): 1275-1278.)