

文章编号: 1001-0920(2004)02-0187-04

## 一种新的模糊约束满意优化控制算法

冯 惕, 李少远

(上海交通大学 自动化研究所, 上海 200030)

**摘 要:** 将模糊满意度概念与以无穷范数为优化指标的鲁棒预测控制相结合, 给出了模糊满意度意义下满意控制的一般算法及适用于一般计算机在线优化的实用算法, 解决了优化过程中各种要求(目标、约束)的协调、权衡和折衷问题。仿真结果说明了该算法的有效性。

**关键词:** 满意优化控制; 模糊满意度; 无穷范数

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A

## New satisfying optimal control algorithm based on fuzzy constraints handling

FENG Ti, LI Shao-yuan

(Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China Correspondent: LI Shao-yuan, E-mail: syli@sjtu.edu.cn)

**Abstract:** By combining the fuzzy satisfactory degree with the robust control that optimizes the criterion of infinite norm, a general algorithm of the satisfactory control under the fuzzy satisfactory degree sense is presented. A practical on-line optimization algorithm that can fit ordinary computers solves the problems of harmonizing is given. The problems of weighing and compromising for many objectives and demands in the optimization process are discussed. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** satisfactory optimization control; fuzzy satisfactory degree; infinite norm

### 1 引 言

从基于调节的控制到基于优化的控制, 是工业过程控制的一大进步, 但随着系统复杂程度的增加, 人们已不满足于对部分指标优化的控制, 而是按操作者各种要求加以选择。即将工业过程中由于控制装置物理性质、操作安全等引起的各种实际约束、工艺要求和经济性要求融为一体, 实现在一定条件下对于用户所能达到的最满意控制<sup>[1]</sup>。满意控制问题是预测控制的发展, 其实质是多目标、多约束、多自由度优化问题(CMMO)。自席裕庚教授提出满意控制<sup>[1]</sup>的概念以来, 学术界对此进行了广泛、深入的研

究和探索, 并取得了许多成果<sup>[2-7]</sup>。

本文在文献[6, 7]的基础上, 提出模糊满意度和模糊满意度函数, 并将其与以优化无穷范数为指标的鲁棒预测控制相结合, 进一步探讨满意控制及其算法。

### 2 变量取值的满意度函数

满意控制问题的关键是建立一个反映变量取值(客观)与操作者心理反应(主观)之间关系的数学形式, 即满意度和满意度函数。它们的表现形式有多种, 本文在目标及约束模糊隶属度<sup>[6, 7]</sup>的基础上, 建立基于模糊满意的模糊满意度和模糊满意度函数概

收稿日期: 2002-10-14; 修回日期: 2003-02-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60074004); 国家 863 计划资助课题(2002AA 412130)。

作者简介: 冯惕(1958—), 男, 江苏苏州人, 硕士生, 从事预测控制、满意控制的研究; 李少远(1965—), 男, 河北枣强人, 教授, 博士生导师, 从事预测控制、满意优化控制等研究。

念 与 其 他 形 式 相 比, 该 形 式 能 更 准 确、 更 灵 活 地 描 述 主、 客 观 之 间 的 关 系

2 1 单 一 变 量 取 值 满 意 度 的 定 义

定 义 1 论 域 为 变 量 (操 作 变 量、 输 出 变 量、 状 态 变 量 或 指 标 变 量)  $u \in [u_{\min L}, u_{\max L}]$  上 的 一 个 模 糊 集 合, 即 满 意 取 值 集 合  $S$ , 对 于  $[u_{\min L}, u_{\max L}]$  中 的 每 一 个 取 值, 都 指 定 一 个 数  $\mu_s(u) \in [0, 1]$  与 之 对 应, 该 取 值 称 为  $u$  对  $S$  模 糊 集 合 的 隶 属 度, 也 称 为  $u$  取 值 的 模 糊 满 意 度, 可 简 写 作  $S(u)$ . 这 意 味 着 定 义 了 一 个 映 射, 使

$$S: [u_{\min L}, u_{\max L}] \rightarrow [0, 1], u \rightarrow S(u), \quad (1)$$

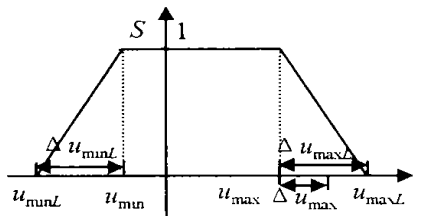
此 映 射 称 为 模 糊 集 合  $S$  的 隶 属 函 数, 也 称 为 变 量 取 值 的 模 糊 满 意 度 函 数. 以 下 简 写 为 满 意 度 及 满 意 度 函 数. 同 时 定 义 单 变 量 取 值 的 不 满 意 度 函 数

$$\bar{S}(u) = 1 - S(u). \quad (2)$$

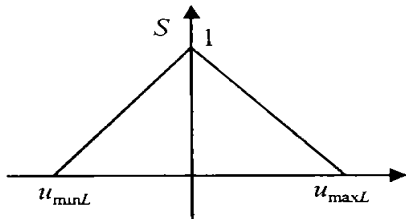
2 2 常 见 变 量 的 满 意 度 函 数

一 个 变 量 的 满 意 度 函 数 主 要 取 决 于 各 种 客 观 要 求 (如 物 理 性 质、 化 学 性 质 及 工 艺 要 求 等) 和 主 观 愿 望 (如 操 作 安 全、 操 作 方 便 及 利 润 最 大 等). 常 用 满 意 度 函 数 的 形 态 如 图 1 所 示

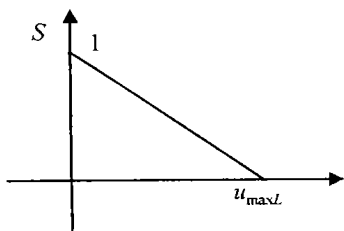
一 般 的 被 控 量 满 意 度 函 数 形 态 如 图 1 (a) 所 示



(a) 梯 形



(b) 三 角 形



(c) 降 半 三 角 形

图 1 常 用 的 满 意 度 函 数

如 果  $\Delta u_{\max L} = u_{\max L} - u_{\max} > 0$  (或  $\Delta u_{\min L} = u_{\min} - u_{\min L} > 0$ ), 则 相 应 变 量 的 下 界 (或 上 界) 为 软 约 束, 此 时, 可 根 据 情 况 将 约 束 放 松  $\Delta u_{\max}$  (或  $\Delta u_{\min}$ ); 如 果  $\Delta u_{\max L} = 0$  (或  $\Delta u_{\min L} = 0$ ), 则 相 应 变 量 的 下 界 (或 上 界) 为 硬 约 束<sup>[4]</sup>. 对 于 软 约 束 的 情 况, 如 果  $u$  的 取 值 在  $(u_{\min L}, u_{\min})$  或  $(u_{\max}, u_{\max L})$  中, 满 意 度  $0 < S < 1$ , 则 操 作 量 的 形 态 一 般 应 为 图 1 (b). 它 反 映 了 操 作 量 的 绝 对 值 越 小, 控 制 能 量 越 小, 人 们 越 满 意. 图 1 (c) 的 满 意 度 函 数 为 降 半 三 角 形 态, 此 形 态 对 数 学 处 理 较 为 有 利. 无 穷 范 数 指 标 量 及 软 约 束 放 松 量 的 满 意 度 函 数 取 降 半 三 角 形 较 为 合 适

人 们 也 可 根 据 客 观 需 要 及 主 观 愿 望 确 定 各 种 变 量 的 满 意 度 函 数, 并 可 在 线 修 改, 从 而 得 到 不 同 的 控 制 及 优 化 效 果

2 3 系 统 的 综 合 满 意 度

定 义 2 系 统 有  $q$  个 变 量, 对 第  $i$  个 变 量 取 值 的 满 意 度 为  $S_i$ , 则 对 于 整 个 系 统 运 行 的 综 合 满 意 度 为

$$S = \sum_{i=1}^q c_i S_i \quad (3)$$

其 中  $c_i$  为 第  $i$  个 变 量 的 满 意 度 相 对 整 个 系 统 的 权 重, 它 反 映 了 各 变 量 的 优 先 级,  $\sum_{i=1}^q c_i = 1$ .

3 模 糊 满 意 度 意 义 下 满 意 控 制 及 一 般 算 法

文 献 [8, 9] 讨 论 了 有 约 束、 多 变 量、 优 化 无 穷 范 数 指 标 的 鲁 棒 预 测 控 制, 将 上 述 模 糊 满 意 度 的 概 念 与 其 结 合 并 完 善, 同 时 采 用 MAC<sup>[10]</sup> 算 法 中 参 考 轨 迹 及 模 型 预 测 方 法, 在 滚 动 优 化 的  $k$  时 刻, 考 虑 优 化 指 标 量、 操 作 变 量、 被 控 量 各 种 要 求, 得 到 满 意 控 制 算 法 的 一 般 描 述 如 下:

$$\begin{aligned} \max_{u_1} S &= c_1 S_1(J) + \sum_{i=1}^P c_2 S_{2i}(\tilde{y}_i) + \\ &\sum_{j=1}^M c_3 S_{3j}(v_j); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{s t } \tilde{y}(k) &= G_1 u_1(k) + G_2 u_2(k) + \tilde{e}(k), \\ J &= w(k) - \tilde{y}(k) = \\ &\max_{i=1, \dots, P} \max_{l=1, \dots, q} |w_i(k+l) - y_i(k+l|k)|, \\ v_i &= u_{1i}(k) = \max_{l=0, \dots, M-1} |u_i(k+l)|, \\ &i = 1, 2, \dots, q, \\ y_{\min L} &\leq \tilde{y}(k) \leq y_{\max L}, \\ u_{\min L} &\leq u_1(k) \leq u_{\max L}. \end{aligned} \quad (5)$$

其 中:  $u \in R^M$  和  $y \in R^P$  分 别 为 被 控 对 象 的 输 入 和 输 出,  $P$  为 优 化 时 域,  $M$  为 控 制 时 域,  $w(k)$  为  $k$  时 刻 参 考 轨 迹 向 量,  $\tilde{y}(k)$  为  $k$  时 刻 预 测 轨 迹 向 量,  $u_1(k)$  为  $k$

时刻待优化操作控制向量,

$$c_i = 1, \quad c_{2i} = 1, \quad c_{3j} = 1$$

$\begin{matrix} 3 & & P & & M \\ i=1 & & i=1 & & j=1 \end{matrix}$

考虑到满意度函数的单值性, 而且  $\tilde{y}(k)$ ,  $J$  和  $v_i$  均为显函数, 上述优化问题可转化为无约束优化问题。满意度函数一般为分段函数, 某些点上无连续导数, 故只能用全局优化算法 (如遗传算法) 求出其满意解  $u_1(k)^*$ 。为缩小范围, 可在  $u_{\min L} \quad u_1(k) \quad u_{\max L}$  的超立方体中搜索。由于优化变量很多, 采用全局优化算法, 通常计算机难以满足在线实时滚动优化的要求。为解决这一矛盾, 本文设法将上述满意控制问题转化为 LP 问题, 可大大提高在线优化的实时性。

### 4 以无穷范数为优化指标满意控制的实时算法

根据变量变化时人们心理反应的一般实际情况, 在优化时域中被控制量、操作控制向量及主要被控制量参考轨迹与预测轨迹之差向量, 其无穷范数的满意度函数分别为图 1 中的 (a), (b) 和 (c)。运用文献 [4] 中软约束放松量的概念, 考虑到式 (2), 原问题可转化为下列 LP 问题:

$$\min_{u_1} c_1 \left( \frac{1}{\lambda} \lambda \right) + c_2 \sum_{i=1}^P \left[ c_{2i} \left( \frac{1}{\Delta y_{\min L}} \Delta y_{\min} \right) + c_{2i_2} \left( \frac{1}{\Delta y_{\max L}} \Delta y_{\max} \right) \right] + c_3 \sum_{j=1}^M c_{3j} \left( \frac{1}{v_{jL}} v_j \right), \quad (6)$$

$$\text{s.t.} \begin{bmatrix} G_1 & -I & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -G_1 & -I & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ G_1 & \mathbf{0} & -E_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -G_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -E_1 & \mathbf{0} \\ E_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -E_2 \\ -E_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -E_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_1 \\ \lambda \\ \Delta y_{\max} \\ \Delta y_{\min} \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w(k) - c(k) \\ -w(k) + c(k) \\ y_{\max} - c(k) \\ -y_{\min} + c(k) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

$$\begin{matrix} u_{\min L} & u_1(k) & u_{\max L}, \\ \mathbf{0} & \lambda & \lambda, \mathbf{0} & v & v_L, \\ \mathbf{0} & \Delta y_{\min} & \Delta y_{\min L}, \mathbf{0} & \Delta y_{\max} & \Delta y_{\max L}. \end{matrix} \quad (7)$$

式中:  $\lambda = w(k) - \tilde{y}(k)$ ,  $\lambda$  为  $\lambda$  极限值;  $y_{\max} = [y_{\max 1} \dots y_{\max P} \dots y_{\max L} \dots y_{\max L}]^T$  为被控向量  $y$  的上界软约束,  $\Delta y_{\max} = [\Delta y_{\max 1} \dots \Delta y_{\max P} \dots \Delta y_{\max L} \dots \Delta y_{\max L}]^T$  为上界软约束的放松量,  $\Delta y_{\max L} = [\Delta y_{\max L 1} \dots \Delta y_{\max L P} \dots \Delta y_{\max L L} \dots \Delta y_{\max L L}]^T$  为上界软约束的

极限放松量, 见图 1(a);  $u_{\max L} = [u_{\max L 1} \dots u_{\max L P} \dots u_{\max L L} \dots u_{\max L L}]^T$  为操作控制向量  $u_1$  的上界约束; 被控向量和操作控制向量下界约束的情况与上界的情况相似, 此处略;  $v = [v_1 \dots v_M \dots v_1 \dots v_M]^T$  为优化时域中各操作控制分量的最大绝对值;  $v_L = [v_{L1} \dots v_{LM} \dots v_{L1} \dots v_{LM}]^T$  为  $v$  的界限;  $I$  为全 1 向量, 即  $I = [1 \dots 1]^T$ ;  $E_1$  和  $E_2$  分别为单位阵; 目标函数中的各级权系数之和应分别为 1;  $u_1(k)$ ,  $\lambda$ ,  $v$ ,  $\Delta y_{\min}$  和  $\Delta y_{\max}$  分别为待优化变量。在滚动优化过程的每次优化计算中, 有

$$c(k) = G_2 u_2(k) + \tilde{c}(k), \quad (8)$$

$$\tilde{c}(k) = h \{ y(k) - [H_1 \dots H_N] \times [u(k-1) \dots u(k-N)]^T \}. \quad (9)$$

其中:  $h$  为校正矩阵,  $y(k)$  为  $k$  时刻对象的实际输出。优化结果  $u_1(k)^*$  向量中的第 1 分量  $u(k)$  为  $k$  时刻作用于对象操作量的值, 同时得出的系统满意度  $S$  可供使用者参考。当满意度达不到一定满意标准时, 可考虑重新调整系统。

值得注意的是,  $w(k) - \tilde{y}(k)$  中的各分量应进行相应的标么化处理, 使各种变量具有相同的量纲而便于比较和处理。

满意控制中的满意优化处理都是计算机自动完成的, 但其中有许多参数要由操作者来设定, 这样在增加了选择性和灵活性的同时, 却给经验不足者带来了困难。这种情况可通过标准工况下的自动设定来解决, 并在系统运行中不断优化这些参数。

### 5 仿真实例

下面以两输入输出的对象为例, 说明满意控制算法的运行效果。该系统的各变量均已标么化处理。被控对象的状态空间描述为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.067 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.056 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.083 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0.125 & 0 \\ 0 & 0.25 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 180 & 0 & 0 & 178 & 0 \\ 0 & 0 & 107 & 0 & 0 & 283 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

该系统的控制要求是:  $y_1(t)$  的控制目标为设定值  $c$  (仿真中取  $c=1$ ), 变化时要求  $y_1(t)$  尽可能趋近于其参考轨迹  $y_1(t)$  上界受软约束的制约,  $y_{1\max} = 1.1, y_{1\max L} = 1.3$ ; 下界为硬约束,  $y_{1\min} = y_{1\min L} = 0$ ;  $y_2(t)$  上界受软约束的制约,  $y_{2\max} = 0.5, y_{2\max L} = 0.8$ ; 下界也为硬约束,  $y_{2\min} = y_{2\min L} = 0$ 。输入约束  $u_1 \in [1.5, 0], u_2 \in [1.2, 0]$ 。考虑到节能, 在权衡以上各种要求后,  $u_1$  和  $u_2$  的值尽可能小,  $u_1$  优先于  $u_2$ 。根据上述要求, 可作出其满意度函数(略), 并选择仿真参数: 建模时域  $N=50$ , 优化时域  $P=6$ , 控制时域  $M=4$ , 参考轨迹的收敛参数  $\alpha=0.87$ , 各权系数为:  $c_1=0.6, c_2=0.2, c_{21}=0, c_{22}=1, c_{31}=0.15, c_{32}=0.05$ , 其仿真结果如图2所示。整个过程体现了算法根据满意度函数及各种要求的优先级进行的协调和折衷。

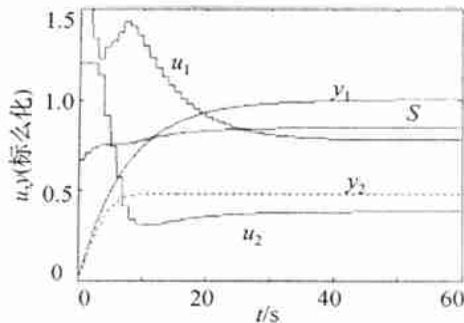


图2 仿真结果

MATLAB 仿真中, 采用了最优化工具箱中的优化程序, 采样和优化计算各 1 次, 需要的时间约为 0.2~0.3 s (Celeron533 CPU)。MATLAB 是一种解释性语言, 执行速度较慢, 若用 C 语言生成 EXE 程序, 执行速度将会有很大的提高, 完全能满足一般过程控制对实时性的要求。

## 6 结 论

建立在模糊满意度基础上的模糊满意优化算法, 以人们对系统的综合满意度为优化目标, 根据客观需要和主观偏好确定满意度函数的形态和综合满意度中的权系数。它使系统按操作者的意志协调复杂控制系统中多个目标、多种约束之间的关系, 以满足人们对复杂系统的多种控制要求, 实现在客观条件限制下使系统达到最满意控制的愿望。

## 参考文献(References):

- [1] 席裕庚. 复杂工业过程的满意控制[J]. 信息与控制, 1995, 24(1): 14-20.  
(Xi Yugeng. Satisfactory control of complex industrial process[J]. *Information and Control*, 1995, 24(1): 14-20.)
- [2] 席裕庚, 李慷. 工业过程有约束多目标多自由度优化控制的可行性分析[J]. 控制理论与应用, 1995, 12(5): 590-596.  
(Xi Yugeng, Li Kang. Feasibility and sensitivity analysis of CMMO control in industrial process[J]. *Control Theory and Applications*, 1995, 12(5): 590-596.)
- [3] 谷寒雨. 有约束多目标多自由度优化的可行性及灵敏度分析[D]. 上海: 上海交通大学, 1997.
- [4] 席裕庚, 谷寒雨. 有约束多目标多自由度优化的可行性分析及软约束调整[J]. 自动化学报, 1998, 24(6): 727-732.  
(Xi Yugeng, Gu Hanyu. Feasibility analysis and soft constraints adjustment of CMMO[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1998, 24(6): 727-732.)
- [5] 韩兵, 李庆瑜, 席裕庚. 一种 CMMO 优化算法及其在满意控制中的应用[J]. 上海交通大学学报, 1999, 33(4): 431-434.  
(Han Bing, Li Qingyu, Xi Yugeng. New method of CMMO and its application in satisfying control[J]. *J of Shanghai Jiaotong University*, 1999, 33(4): 431-434.)
- [6] 李少远, 席裕庚. 基于模糊目标和模糊约束的满意控制[J]. 控制与决策, 2000, 15(6): 674-677.  
(Li Shaoyuan, Xi Yugeng. Satisfactory control based on fuzzy goals and fuzzy constraints[J]. *Control and Decision*, 2000, 15(6): 674-677.)
- [7] 李少远, 席裕庚. 具有模糊约束的广义预测控制[J]. 仪器仪表学报, 2001, 22(2): 158-161.  
(Li Shaoyuan, Xi Yugeng. Generalized predictive control with fuzzy constraints[J]. *Chinese J of Scientific Instrument*, 2001, 22(2): 158-161.)
- [8] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993: 172-179.
- [9] Campo P J, Morari M. Robust model predictive control[A]. *Proc of the 1987 American Control Conf* [C]. Minneapolis: American Automatic Control Council, 1987. 2: 1021-1026.
- [10] Rouhani R, Mehra R K. Model algorithmic control (MAC): Basic theoretical properties[J]. *Automatica*, 1982, 18(4): 401-414.