

文章编号: 1001-0920(2004)02-0195-04

大射电望远镜 FAST 馈源舱位姿控制

夏元清, 黄 一, 许可康, 韩京清

(中国科学院 数学与系统科学研究院, 系统科学研究所, 北京 100080)

摘 要: 针对大射电望远镜(FAST)馈源舱位姿控制问题进行了研究, 根据馈源舱、塔柱的固定顶点及与其相联的 6 根钢索组成的 Stewart 平台结构, 提出利用自抗扰控制技术(ADRC)来调节 6 根钢索的长度, 使馈源舱姿态跟踪给定理想轨迹。数字仿真表明了该方案的可行性。

关键词: ADRC; 大射电望远镜; Stewart 平台

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Attitude control of cabin structure of a large spherical radio telescope

XIA Yuan-qing, HUANG Yi, XU Ke-kang, HAN Jing-qing

(Institute of Systems Science, Academy of Mathematics and Systems Science, CAS, Beijing 100080, China)

Correspondent: XIA Yuan-qing, E-mail: Xia-yuanqing@163.net

Abstract: The problem of attitude control of cabin structure of a large spherical radio telescope is dealt with. Based on the unique active disturbance rejection (ADRC) method, the length of six large-span cables is regulated to track the ideal trajectory of cabin structure. An illustrative example is given to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: ADRC; large spherical radio telescope; Stewart platform

1 引 言

500 m 大射电天文望远镜(FAST)^[1]建址于贵州省内一个具有喀斯特地形的地方。反射面处于“下面”, 馈源吊空中: 在半径为 500 m 的环形山峰上, 分布着 6 根塔柱, 馈源舱的位姿通过塔柱与该舱 6 根悬索的伸缩来调节, 以实现其对某天空目标的观察。由六根塔柱、馈源舱及与塔柱和馈源舱相联的 6 根钢索组成的平台称为上 Stewart 平台; 由馈源舱、馈源及与馈源舱和馈源相联的 6 根杆组成的平台为下 Stewart 平台; 由上下 Stewart 平台串联成的为双 Stewart 平台。对该望远镜进行口径为 50 m 的室外缩比模型实验, 其中上 Stewart 平台控制采用自适

应反馈控制算法, 下平台的精定位控制采用自抗扰控制技术(ADRC)来完成模型的定位和轨迹跟踪。虽然实物实验初步达到了预期的目的, 但由于 6 根悬索是柔性结构, 且受到风和温度变化等影响, 存在很大的不确定性, 这使得 6 根悬索的模型难以建立。

本文为了进一步提高控制精度, 在实验基础上, 根据 ADRC 优点, 对上平台也采用 ADRC 控制方案。为便于数字仿真, 将上 Stewart 平台模型进行简化。

2 上 Stewart 平台简化模型

6 根塔柱的顶点为 $A_i, i = 1, 2, \dots, 6$, 假定 6 个

收稿日期: 2003-01-10; 修回日期: 2003-02-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60174027)。

作者简介: 夏元清(1971—), 男, 安徽天长人, 博士, 从事鲁棒控制等研究; 韩京清(1937—), 男, 吉林长白县人, 研究员, 博士生导师, 从事控制理论及其应用等研究。

点位于同一平面内且分布在以 A 为圆心的圆周上, 则可将 6 个点所在的平面作为一个 Stewart 平台的固定面。馈源舱圆周上 6 个与塔柱的联结点为 $C_i, i = 1, 2, \dots, 6$, 馈源舱的圆心为 C 。6 根塔柱的顶点所在的坐标系设为大地坐标系。大地坐标系 $\{Oxyz\}$ 的原点 O 与 A 重合, x_2O_2 垂直于 A_1A_6, OA_1 与 OA_2 的夹角为 θ , OA_1 与 OA_3, OA_3 与 OA_5, OA_2 与 OA_4, OA_4 与 OA_6 的夹角均为 120° 。

馈源舱所在圆的本体坐标为 $O_2x_2y_2z_2$, 原点 O_2 与 C 重合, x_2O_2 垂直于 C_1C_6, O_2C_1 与 O_2C_2 的夹角为 θ , O_2C_1 与 O_2C_3, O_2C_3 与 O_2C_5, O_2C_2 与 O_2C_4, O_2C_4 与 O_2C_6 的夹角均为 120° 。

记 Ox 与 OA_i, O_2x_2 与 O_2C_i 的夹角分别为 Λ_i 和 λ_i , 则

$$\Lambda_i = 60^\circ i - \frac{\theta}{2}, \lambda_i = 60^\circ i - \frac{\theta}{2} \quad (1)$$

$i = 1, 3, 5;$

$$\Lambda_i = \Lambda_{i-1} + \theta, \lambda_i = \lambda_{i-1} + \theta, \quad (2)$$

$i = 2, 4, 6$

进一步, A_i 和 C_i 在各自坐标系中的坐标分别为

$$A_i = [a_{ix} \ a_{iy} \ a_{iz}]^T = [r_a \cos \lambda_i \ r_a \sin \lambda_i \ 0]^T, \\ C_i = [c_{ix} \ c_{iy} \ c_{iz}]^T = [r_c \cos \lambda_i \ r_c \sin \lambda_i \ 0]^T, \quad (3)$$

$i = 1, 2, \dots, 6$

其中 r_a 和 r_c 分别表示塔柱、馈源舱所在圆周的半径, 如图 1 所示

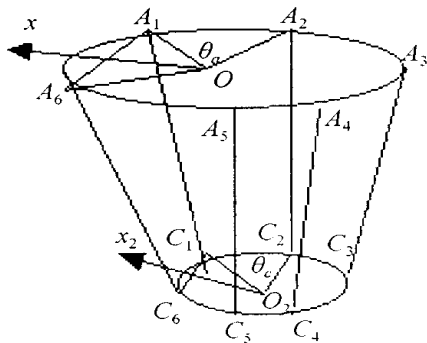


图 1 上 Stewart 平台示意图

3 上 Stewart 平台运动学逆向问题的解

AO_2 在大地坐标系中的向量为 $AO_{2xyz} = [x \ y \ z]^T$. 其中下标 xyz 表示在大地坐标系中, 向量

$$A_iC_{ixyz} = [a_{c_{ix}} \ a_{c_{iy}} \ a_{c_{iz}}]^T \text{ 可由} \\ A_iC_i = AO_2 + O_2C_i \quad (4)$$

表示, 其中

$$AO_{ixyz} = AO_{2xyz} - AA_{ixyz} =$$

$$\begin{bmatrix} x - a_{ix} \\ y - a_{iy} \\ z - a_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - a_{ix} \\ y - a_{iy} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$O_2C_{ixyz} = R_c^a(\alpha, \beta, \gamma)C_i =$$

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{ix} \\ c_{iy} \\ c_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11}c_{ix} + r_{12}c_{iy} \\ r_{21}c_{ix} + r_{22}c_{iy} \\ r_{31}c_{ix} + r_{32}c_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中 R_c^a 为将 C_i 的坐标变换为 $\{Oxyz\}$ 中的方向矩阵, 因而, 向量 A_{ai} 的长度 L_i 可表示为

$$L_i = \sqrt{a_{c_{ix}}^2 + b_{c_{iy}}^2 + c_{a_{iz}}^2}, \quad (7)$$

或

$$L_i = \sqrt{(\bar{x}_i + u_i)^2 + (\bar{y}_i + v_i)^2 + (\bar{z}_i + w_i)^2}. \quad (8)$$

由方程 (3) 可知

$$a_{c_{ix}}^2 + a_{c_{iy}}^2 + a_{c_{iz}}^2 = r_a^2, c_{c_{ix}}^2 + c_{c_{iy}}^2 + c_{c_{iz}}^2 = r_c^2 \quad (9)$$

根据方向矩阵的性质, 有

$$r_{11}^2 + r_{21}^2 + r_{31}^2 = r_{12}^2 + r_{22}^2 + r_{32}^2 = \\ r_{13}^2 + r_{23}^2 + r_{33}^2 = 1, \quad (10)$$

$$r_{11}r_{12} + r_{21}r_{22} + r_{31}r_{32} = 0, \quad (11)$$

$$r_{11}r_{13} + r_{21}r_{23} + r_{31}r_{33} = 0, \quad (12)$$

$$r_{12}r_{13} + r_{22}r_{23} + r_{32}r_{33} = 0 \quad (13)$$

利用式 (9) ~ (13), 式 (7) 可写为

$$L_i^2 = \\ x^2 + y^2 + z^2 + r_c^2 + r_a^2 + 2(r_{11}c_{c_{ix}} + r_{12}c_{c_{iy}})(x - a_{ix}) + \\ 2(r_{21}c_{c_{ix}} + r_{22}c_{c_{iy}})(y - a_{iy}) + 2(r_{31}c_{c_{ix}} + r_{32}c_{c_{iy}})z - \\ 2(xa_{ix} + ya_{iy}), \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (14)$$

方程 (14) 给出了运动学逆向问题的解, 即给定馈源舱相对于大地坐标系的姿态, 利用式 (14) 求实际需要的长度 $L_i, i = 1, 2, \dots, 6$

方向矩阵 R_c^a 有 9 个变量 $r_{ij}, i = 1, 2, 3$, 其中 6 个是冗余的, 只要 3 个即可定出方向。广泛应用的是由本体坐标系 $\{O_cx_cy_cz_c\}$ 经过一系列旋转得到大地坐标系。具体可表述如下:

$$R_c^a(\alpha, \beta, \gamma) = R_{RPY}(\alpha, \beta, \gamma) = \\ \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix}. \quad (15)$$

其中: $s\alpha = \sin \alpha, s\beta = \sin \beta, c\alpha = \cos \alpha, c\beta = \cos \beta$

4 上 Stewart 平台的运动学的正解

本文只给出了数字仿真, 没有馈源舱位姿的实测信号, 因此存在根据实际钢索长度求馈源舱的姿态问题, 即上 Stewart 平台的正解问题

具体地说, 给定 6 根钢索长度 l_i , 求出馈源舱圆心 C 的坐标 x, y, z 和方向 α, β, γ , 使其满足式 (14). 因式 (14) 为高度非线性, 所以很难求得解析解, 下面采用牛顿法解决该问题

首先, 由方程 (7), 定义 6 个函数

$$f_i(a) = (\bar{x}_i + u_i)^2 + (\bar{y}_i + v_i)^2 + (\bar{z}_i + w_i)^2 - l_i^2 = 0, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (16)$$

其中向量

$$a = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6]^T = [x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T \quad (17)$$

此时可利用下列算法求 a :

Step 1: 选一初始值 a

Step 2: 利用方程 (16) 计算 R_c^a 的元素 $r_{ij}, i, j = 1, 2, 3$

Step 3: 利用方程 (5) 和 (6) 计算 $\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i, i = 1, 2, \dots, 6$

Step 4: 利用式 (16) 计算 $f_i(a)$ 和 $A_{ij} = (\partial f_i / \partial a_j), i, j = 1, 2, \dots, 6$

Step 5: 计算 $B_i = -f_i(a)$, 如果 $\sum_{j=1}^6 |B_j| < \epsilon_1$, 停止, 且以 a 作为解

Step 6: 解 $\sum_{j=1}^6 A_{ij} \delta a_j = B_i, i = 1, 2, \dots, 6$ 如果

$\sum_{j=1}^6 |B_j| < \epsilon$, 停止, 且取 a 作为解

Step 7: 取 $a^{new} = a + \delta a$, 重复 Step 1 ~ Step 7.

注 1 上述上 stew art 平台的正解和逆解算法可参见文献[2]

因为实际钢索长度与理想长度存在一定的偏差 (0.2 m), 所以馈源舱平面 6 个点的实际坐标与理想坐标存在偏差 根据上 stew art 平台正解, 得到馈源舱实际位姿 $(x_r, y_r, z_r, \alpha, \beta, \gamma)$.

5 控制目的和 ADRC 控制策略

本文的控制目的是使上 stew art 平台的 6 根钢索长度跟踪理想长度 $L_i, i = 1, 2, \dots, 6$, 从而使得馈源舱的实际位姿 $(x_r, y_r, z_r, \alpha, \beta, \gamma)$ 跟踪理想位姿 $(x_r^*, y_r^*, z_r^*, \alpha^*, \beta^*, \gamma^*)$.

采用 ADRC 策略对上 stew art 平台进行控制, 其动力学模型可描述如下:

$$\tau(t) = M(q, \dot{q})\ddot{q}(t) + N(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q, \dot{q})q(t) \quad (18)$$

其中: $q(t)$ 表示上平台 (6 × 1) 钢索伸长的长度向量; $\tau(t)$ 表示 (6 × 1) 驱动力; $M(q, \dot{q})$ 表示 (6 × 6) 的质量矩阵, 为正定对称阵; $N(q, \dot{q})$ 和 $G(q, \dot{q})$ 为

和 q 的非线性函数阵

因为钢索是柔性结构, 不确定因素较多, 如风力干扰, 温度变化, 大时滞等, 所以对该系统的控制较为困难 本文对 6 根钢索采取独立控制策略, 每根钢索的动力学方程利用二阶系统表示如下:

$$\ddot{L}_i(t) + 2\zeta\omega\dot{L}_i(t) + f(L_i(t), \dot{L}_i(t), \omega(t)) + (k_u/J)u_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (19)$$

其中: $L_i(t)$ 为第 i 根钢索的长度, ζ 和 ω 分别表示 $L_i(t)$ 的阻尼比率和自然频率, $\omega(t)$ 表示外干扰, $f(L_i(t), \dot{L}_i(t), \omega(t))$ 表示不确定性, u_i 为控制输入, k_u 为等效增益系数, J 为等效转动惯量

利用 ADRC 对非线性不确定模型 (20) 实现控制, ADRC 主要由 3 部分组成

5.1 跟踪微分器 (TD)

$$\begin{cases} v_{1i}(t+h) = v_{1i}(t) + hv_{2i}(t), \\ v_{2i}(t+h) = \\ v_{2i}(t) + hfst(v_{1i} - v_i(t), v_{2i}(t), r, h_1). \end{cases} \quad (20)$$

其中: v_{1i} 和 v_{2i} 为状态变量, $v_i(t)$ 为输入信号, h 为步长, h_1 为设计参数, 函数 $fst(v_{1i} - v_i, v_{2i}, r, h_1)$ 定义如下:

$$d = rh, \quad d_0 = dh, \quad y = v_{1i} - v_i + hv_2 \quad (21)$$

$$a_0 = \sqrt{d^2 + 8r|y|} \quad (22)$$

$$a = \begin{cases} v_2 + y/h, & |y| > d_0; \\ v_2 + \frac{\text{sign}(y)(a_0 - d)}{2}, & |y| \leq d_0 \end{cases} \quad (23)$$

$$fst = \begin{cases} -ra, & |a| \leq d; \\ -r \text{sign}(a), & |a| > d. \end{cases} \quad (24)$$

5.2 扩张状态观测器 (ESO)

将方程 (19) 改写为

$$\begin{cases} \dot{L}_{1i} = L_{12i}, \\ \dot{L}_{12i} = \tilde{f}_i(t, L_{1i}(t), L_{12i}(t), \omega(t)) + bu_i, \\ y = L_{1i} \end{cases} \quad (25)$$

其中: $L_{1i} = L_i, b = k_u/J$, 函数

$$\tilde{f}_i(t, L_{1i}, L_{12i}, \omega) = -2\zeta\omega L_{12i} - \omega^2 L_{1i} - f(t, L_{1i}, L_{12i}, \omega).$$

将未知动力学模型 $f(t, L_{1i}, L_{12i}, \omega)$ 作为系统的一扩张状态

$$\begin{cases} \dot{L}_{1i} = L_{12i}, \\ \dot{L}_{12i} = -2\zeta\omega L_{12i} - \omega^2 L_{1i} + L_{13i} + bu_i, \\ \dot{L}_{13i} = h(t), \\ y_i = L_{1i} \end{cases} \quad (26)$$

其中 $h(t) = \dot{f}(L_{1i}, L_{12i}, \omega)$,

利用韩京清提出的扩张状态观测器, 实时估计出上述系统的状态(包括不确定部分)为

$$\begin{cases} \epsilon_{1i} = z_{1i} - y_i, \\ \dot{z}_{1i} = z_{2i} - \beta_{01}\epsilon_{1i}, \\ \dot{z}_{2i} = z_{3i} - \beta_{02}\text{fal}(\epsilon_{1i}, \alpha_1, \delta_1) + bu_i, \\ \dot{z}_{3i} = -\beta_{03}\text{fal}(\epsilon_{1i}, \alpha_2, \delta_2). \end{cases} \quad (27)$$

将式(27)应用于(26), 反馈

$$u_i = u_{0i} - (1/b)z_{3i} \quad (28)$$

可自动补偿系统式(25)的未知部分. 这时, 该问题转化为两个积分器串联型系统的简单控制问题

$$\dot{L}_{1i} = L_{12i}, \dot{L}_{12i} = bu_{0i}, y = L_{1i} \quad (29)$$

其中 u_{0i} 为控制输入

5.3 非线性 PD 控制律

对于补偿后的系统(29), 设计非线性 PD 反馈律

$$\begin{cases} e_{1i} = v_{1i} - z_{1i} \\ e_{2i} = v_{2i} - z_{2i}, \\ u_{0i} = \beta_1\text{fal}(e_{1i}, \alpha_3, \delta_3) + \beta_2\text{fal}(e_{2i}, \alpha_4, \delta_4). \end{cases} \quad (31)$$

6 控制数字仿真

钢索的二阶微分方程的参数为: $\zeta = 0.702, \omega = 0.1, k_u/J = 0.1$. 存在风力、柔性结构及温度变化等外干扰

$$f_L = 0.2 [1.6\sin(0.8t) \quad 1.6\sin(1.1t) \quad 1.6\sin(t) \quad 1.6\sin(1.5t) \quad 1.6\sin(0.9t) \quad 1.6\sin(1.5t)]^T$$

馈源舱跟踪目标为

$$\left[3\sin \frac{t}{2} \quad \cos \frac{t}{2} \quad -100 + \cos \frac{t}{3} \quad \frac{\pi}{3} \quad \frac{\pi}{4} \quad \frac{\pi}{5} \right]^T$$

上 Stewart 平台的参数为 $r_a = 500, r_c = 4, \Lambda = \pi/8, \lambda = \pi/10$. 上平台fst的参数为: $h_L = 0.01, r_L = 280, h_{Lk} = 2.5h_L$. 上平台的 ESO 参数为: $\alpha_1 = 0.5, \alpha_2 = 0.25, \delta_1 = 0.01, \beta_{01} = 110, \beta_{02} = 100, \beta_{03} = 200, \alpha_3 = 0.5, \alpha_4 = 1, \delta_2 = 0.01, \delta_3 = 0.001, \beta_1 = 4000, \beta_2 = 415$

图2中 yL_1, yL_2, \dots, yL_6 分别表示钢索的实际长度; L_1, L_2, \dots, L_6 分别表示理想钢索长度. 图3中 $error_1, error_2$ 和 $error_3$ 分别表示 x, y, z 坐标与理想坐标 x^*, y^*, z^* 的误差. 图4中 $error_4, error_5$ 和 $error_6$ 分别表示姿态角 α, β, γ 与理想姿态角 $\alpha^*, \beta^*, \gamma^*$ 的误差. 图5为实际馈源舱圆心与理想点的误差. 6根钢索最大跟踪误差为 0.08m , 实际坐标误差

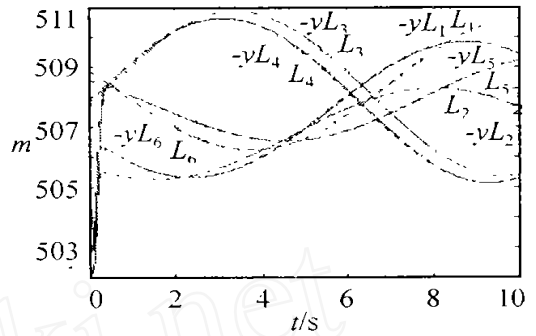


图2 输出 yL 与实际所需钢索长 L

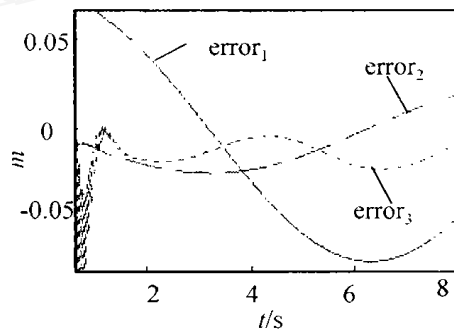


图3 位置跟踪误差 $error_1, error_2, error_3$

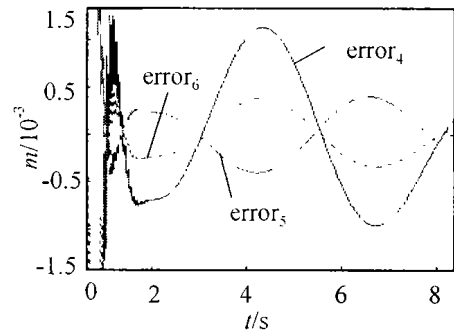


图4 姿态角跟踪误差 $error_4, error_5, error_6$

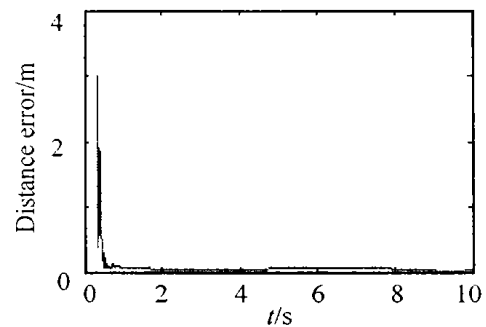


图5 馈源舱理想点和实际输出点的误差. 与理想坐标最大误差为 0.07m , 姿态角与理想姿态角的最大误差为 0.0012m , 馈源舱圆心与理想点的最大误差为 0.08m . 仿真结果表明了误差在可接受的范围内

(下转第 203 页)

Lagrange 乘子法, 给出 T 一定时的 D_{MAX} 及 D 一定

表 1 男子赛跑纪录与理论成绩比较

赛程 D/m	学院纪 录 T^*/s	理论成 绩 T/s	相对误 差 $\delta/\%$	T_1/s	$T^* - T_2/s$
50	6.5	6.47	-0.5		
60	7.6	7.50	-0.13		
80	9.4	9.59	2.02		
100	11.6	11.68	0.7		
150	17.1	17.19	0.52		
200	24.3	24.01	-0.12		
400	55.2	53.90	-2.4	1.68	0.84
800	2:07	2:05.15	-1.46	1.09	1.10
1200	3:09	3:16.1	1.53	0.99	1.21
1500	4:12	4:18.1	1.01	0.89	1.33
2000	6:01	6:05.9	1.3	0.85	1.45
3000	9:50	9:55.7	0.96	0.81	1.62
4000	13:21	13:10.5	-1.3	0.78	1.82
5000	17:00	16:48.1	-4.3	0.79	1.84
10000	38:20	37:52.5	-1.2	0.76	2.18

时的 T_{MN} ; 最后对模型进行检验, 找出了理论成绩与实际比赛成绩的相对误差, 从而为提高赛跑成绩提供了科学的训练依据

参考文献(References):

[1] 陈义华. 数学模型[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1995
 [2] Rolf Ulrich, Jeff Miller. Tests of race models reaction time in experiments with asynchronous redundant signals[J]. *J of Mathematical Psychology*, 1997, 41(4): 367-381.
 [3] Hans Colonius, Jale Ozyurt, Petra A Aardt. Countermanding saccades with auditory stop signals: Testing the race models[J]. *Vision Research*, 2001, 41(6): 1951-1968
 [4] 赵静, 但琦. 数学建模与数学实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000
 [5] 王德人. 非线性方程组解法与最优化方法[M]. 北京: 人民教育出版社, 1979
 [6] 姜启源. 数学模型[M]. 北京: 高等教育出版社, 1987
 [7] 薛家庆. 最优化原理与方法[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1983

(上接第 198 页)

7 结 语

本文利用ADRC控制技术对大射电望远镜上馈源舱位姿控制问题进行了仿真研究, 结果表明在外干扰及模型本身不确定的情况下, 利用同一套参数, ADRC控制技术可以实现理想跟踪目标和实际位姿的误差满足所要求的精度, 且响应快, 无超调

参考文献(References):

[1] 苏玉鑫, 段宝岩, 彭勃, 等. 大射电望远镜馈源轨迹跟踪的模糊预测控制[J]. *控制与决策*, 2002, 17(1): 86-88
 (Su Yu-xin, Duan Bao-yan, Peng Bo, et al. Adaptive fuzzy predictive tracking of the feed for large radio telescope[J]. *Control and Decision*, 2002, 17(1): 86-88)
 [2] Charles C Nguyen, Sami S Antrazi, Zhou Zhen-lei. Adaptive control of a Stewart platform-based manipulator[J]. *J of Robotic Systems*, 1993, 10(5): 657-687.

下 期 要 目

有关行为主义人工智能研究综述	徐心和, 等
μ 分析的线性矩阵不等式方法及其应用	富 饶, 等
异步电机鲁棒控制器及其Backstepping 设计	张春明, 等
一类自适应免疫进化算法.....	左兴权, 等
非线性系统的直接自适应输出反馈监督模糊控制.....	佟绍成, 等
整体解决方案下的集成平台技术研究.....	李建强, 等
正交Multi-Agent 遗传算法及其性能分析.....	薛明志, 等
基于扰动动态补偿的离散滑模变结构控制.....	瞿少成, 等
一个可以准确反映Web 浏览兴趣的度量值	邢东山, 等