

文章编号: 1001-0920(2004)02-0212-04

一种新型自调节灰色预测控制器

张广立, 付 莹, 杨汝清

(上海交通大学 机器人研究所, 上海 200030)

摘 要: 提出一种结合传统反馈控制方法和灰色预测控制的新型自调节灰色预测控制器, 可对系统当前输出误差和预测系统输出误差进行合成形成一个综合误差, 并用综合误差代替传统反馈控制方法中的实际误差项, 这样控制器可根据系统当前和将来的响应来计算控制律. 该控制器可根据预测精度来自动调整控制器参数, 使控制器对系统响应具有适应性. 仿真结果表明, 与传统反馈控制方法相比, 该控制器可获得更为优良的动态性能和鲁棒性.

关键词: 灰色预测控制; 灰色预测; PD 控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Novel self-adjustable grey prediction controller

ZHANG Guang-li, FU Ying, YANG Ru-qing

(Institute of Robot, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China Correspondent: ZHANG Guang-li, E-mail: guangli_zhang@hotmail.com)

Abstract Traditional feedback control and grey prediction control are integrated together to build a novel self-adjustable grey prediction controller. The current output error and the predicted output error are combined together to form an integrated error. In the proposed control scheme, the error item in the traditional feedback control is substituted by the integrated error so that the controller can calculate the control law according to both the current output and future output. Furthermore, This controller can automatically adjust controller parameters according to the precision of grey prediction, which makes the controller adaptive to the response of systems. Simulation results show that this controller can achieve better dynamic performance and robustness than traditional feedback control.

Key words: grey prediction control; grey prediction; PD control

1 引 言

灰色系统理论是研究解决灰色系统分析、建模、预测、决策和控制的理论, 它是由邓聚龙提出并发展起来的^[1]. 目前, 灰色系统理论已渗透到自然科学和社会科学的许多领域, 获得了广泛的应用.

灰色预测控制是将控制理论与灰色系统理论相结合的一种新型控制方法. 灰色预测控制通过系统行为数据系列的提取寻求系统发展规律, 从而按规律预测系统未来的行为, 并根据系统未来的行为趋

势确定相应的控制决策进行预控制, 这样可以做到防患于未然和及时控制. 灰色预测需要的原始数据少, 计算简单, 且不需要被控系统的精确模型, 已在实践中得到了广泛的应用^[2~8]. 从灰色预测控制实现的控制结构上可分为两类: 第 1 类是在传统的 PD 反馈控制中加入灰色预测^[2~5]; 第 2 类是将灰色预测与模糊控制相结合形成灰色预测模糊控制器^[6~8]. 因为预测时不可避免地存在误差, 当误差大时会对系统产生不利影响, 所以应根据预测精度

收稿日期: 2002-09-16; 修回日期: 2002-11-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (69975014).

作者简介: 张广立 (1975—), 男, 河南南阳人, 博士生, 从事机器人控制的研究; 杨汝清 (1944—), 男, 江苏江阴人, 教授, 博士生导师, 从事机电系统、移动机器人的研究.

来调整预测值在系统中的作用 本文提出一种自调节灰色预测控制器,采用预测精度来决定系统下一步误差预测值的权值,使系统对预测精度具有适应性,从而获得更好的控制性能

2 灰色预测

在灰色系统理论中,灰色模型是由一组灰色微分方程组成的动态模型,记为 GM (n, h). 其中: n 为微分方程的阶数, h 为变量个数 灰色模型中应用最广泛的是 GM (1, 1) 模型,该模型由一个单变量一阶微分方程构成 由于各种灰色模型的建模原理一致,下面用 GM (1, 1) 来描述灰色系统建模过程^[1,9].

$X^{(0)}$ 为原始非负数据序列: $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$, 对 $X^{(0)}$ 进行一次累加生成操作 (AGO), 得到 $X^{(0)}$ 的 1-AGO 序列 $X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$, 其中

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

对序列 $X^{(1)}$ 进行紧邻均值生成操作, 得到 $X^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列 $Z^{(1)}$, 其中

$$z^{(1)}(k) = 0.5[x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)], k = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

可得 GM (1, 1) 的灰色微分方程

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = u, \quad (3)$$

相应的白化方程为

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = u. \quad (4)$$

其中: a 称为发展系数, u 为灰色作用量 a 和 u 可用最小二乘法求得

$$\begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n, \quad (5)$$

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix},$$

$$Y_n = [x^{(0)}(2) \ x^{(0)}(3) \ \dots \ x^{(0)}(n)]^T.$$

方程(4)的解为

$$x^{(1)}(t) = (x^{(1)}(1) - \frac{u}{a})e^{-at} + \frac{u}{a}, \quad (6)$$

相应的方程(3)的时间响应序列为

$$\hat{x}^{(i)}(k+1) = (x^{(1)}(1) - \frac{u}{a})e^{-ak} + \frac{u}{a}, k = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

对序列 $\hat{x}^{(1)}$ 进行累减生成操作, 即累加生成的逆运算, 记为 IAGO, 可得预测序列 $\hat{X}^{(0)}$, 其中

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k), k = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

灰色系统建模时要求原始数据序列必须为非负^[1,10]. 但是灰色系统建模用于控制系统时, 因为系统的响应可能是正的, 也可能是负的, 所以必须将非恒正数列变换为恒正数列 对此很多学者提出了改进办法, 主要可分为两类: 第1类方法将原始数列各项同时加上一个正数, 从而使其成为非负数列^[9]; 第2类方法通过某种数据变换, 将原始数列映射为非负数列^[12,13]. 本文采用数列变换的方法来处理非恒正数列的灰色建模 采用的变换为

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{((c-x)/d)}} \in (0, 1), f^{-1}(x) = c + d \ln(x/(1-x)), d \neq 0 \quad (9)$$

用不同的变换方法和参数进行建模, 对预测精度有显著影响^[10], 因此需要根据给定的数据序列寻找合适的变换参数 对于式(9)所描述的变换, 通过调整参数 c 和 d, 可实现对变换数据在 x 轴上的平移、伸缩, 从而可以调整变换数据在变换曲线上的位置, 具有较大的灵活性和适应性 对于式(9)所描述的变换, 其基函数及其导数为

$$f_0(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \in (0, 1), \quad (10)$$

$$f_0'(x) = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2} \quad (11)$$

$f_0'(x)$ 以 x 轴为对称轴, 存在一个单峰, 在 $x = 0$ 处取得最大值, 且 $|x| > 4$ 时衰减为较小的值 因此从减小还原误差的角度考虑, 应将原始序列变换到 $x = 0$ 附近的区域, 再通过 $f_0(x)$ 进行变换 对于式(9)所描述的变换, 由于逆变换的定义域为 (0, 1), 如果变换序列的预测值不在 (0, 1) 的范围, 则逆变换无意义 为了避免变换序列的预测值超出此范围, 应将原始序列变换到区间 (0, 1) 的中间, 且尽量不要靠近区间两端 由于 $f_0(1) = 0.731, f_0(-1) = 0.269$, 二者离区间两端有一定距离, 可以在很大程度上避免变换序列的预测值超出范围 根据以上分析, 取

$$\begin{cases} c = (\max(X^{(0)}) + \min(X^{(0)}))/2, \\ d = (\max(X^{(0)}) - \min(X^{(0)}))/2 \end{cases} \quad (12)$$

按照式(12)所确定的 c 和 d, 式(9)所描述的变换可将原始数列变换到区间 (0.269, 0.731), 只要数列变化不是非常剧烈, 变换数列的预测值不会超出区间 (0, 1), 从而可以进行逆变换得到原始数列的预测值

3 自调节灰色预测控制

在传统的反馈控制中,控制算法根据当前的误差信号来决定下一步的控制量,属于“事后控制”。而灰色预测控制则根据系统以前的行为预测出将来系统的行为,进而根据系统将来的误差确定下一步的控制量,属于“超前控制”。在灰色预测控制系统中,常采用新陈代谢模型进行预测,因此预测装置的参数是随时间变化的。每当一个新的数据输出并被采样装置吸收时,则有一个旧的数据被去掉,从而便有一个新模型出现,相应地会得到一系列新的预测值。这就保证了系统具有较强的适应能力。

预测一般都会存在误差,灰色预测也不例外。当 GM 模型精度不高时,预测结果也不会准确。本文提出一种自调节灰色预测控制,可根据 GM 模型精度来决定预测值在控制回路中的作用。当模型精度低或高时,相应地减小或增加预测值在控制回路中的作用。这样可减小预测带来的误差对系统的影响,提高控制的精确性。控制框图如图 1 所示。

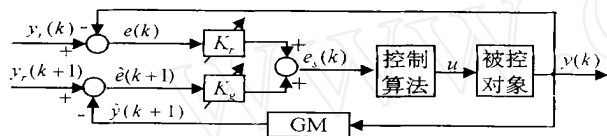


图 1 自调节灰色预测控制

图中 $y_r(k)$ 和 $y_r(k+1)$ 分别为 k 和 $k+1$ 时刻系统输入, $y(k)$ 为 k 时刻系统输出, $e(k)$ 为 k 时刻系统实际误差, $\hat{e}(k+1)$ 为 $k+1$ 时刻的预测误差, $e_s(k)$ 为 k 时刻的合成误差, 即

$$e(k) = y_r(k) - y(k), \quad (13)$$

$$\hat{e}(k+1) = y_r(k+1) - \hat{y}(k+1), \quad (14)$$

$$e_s(k) = K_r e(k) + K_g \hat{e}(k+1). \quad (15)$$

这里 K_r 和 K_g 为实际误差和预测误差的加权系数, 取值范围为 $[0, 1]$ 。通过调整 K_r 和 K_g , 可改变实际误差和预测误差在合成误差 $e_s(k)$ 中所占比重, 从而得到不同的控制效果。合成误差中包含了当前和将来系统输出误差的信息 $e_s(k)$, 作为后继控制算法的输入, 这样整个控制器就可综合利用当前和将来系统输出的信息来确定当前的控制调整量。

在确定 K_r 和 K_g 时应当考虑灰色预测的精度, 当预测精度较高或较低时应相应地加大或减小 K_g , 从而避免预测误差对系统造成的不利影响。灰色系统理论采用 3 种方法检验, 判断模型的精度, 即残差、关联度和后验差。一般情况下, 最常用的是相对误差^[9]。这里采用平均相对误差

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left| \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right| \quad (16)$$

作为检验模型精度的指标, 平均相对误差越小, 表明模型精度越高, 相应的预测精度就越高。本文取

$$K_g = 1 - \bar{\Delta} \quad (17)$$

为模型平均精度。为了不使合成误差变大, 可取

$$K_r = 1 - K_g \quad (18)$$

这样 K_r 和 K_g 可根据灰色预测模型的精度自动进行调整。

这里的控制算法可以是各种以误差项为输入的反馈控制算法, 如 PD 控制、串级控制、解耦控制、模糊控制等, 具有广泛的适用性。将灰色预测引入传统的反馈控制, 可使传统的反馈具有灰色预测控制“超前控制”的特点, 可获得更为优良的控制性能。

4 仿真实例

为检验本文提出的自调节灰色预测控制的有效性, 对其进行仿真研究。这里采用数字 PD 调节器, 采样周期为 0.01 s, 被控对象的传递函数为 $\frac{s+2}{s^3+5s^2+4s}$, 灰色预测数列长度为 5。首先用 Ziegler-Nichols 方法对数字 PD 进行参数整定, 得到 $K_p = 372$, $K_i = 29.7$, $K_d = 1.1625$ 。取 $K_r = 1$, $K_g = 0$, 系统即为普通的 Ziegler-Nichols PD 控制器, 此时系统的阶跃响应如图 2 中点划线所示。当 $K_r = 0$, $K_g = 1$ 时, 系统即为普通的灰色预测控制器, 其阶跃响应如图 2 中虚线所示。本文提出的自调整灰色预测控制器的阶跃响应如图 3 中的实线所示。

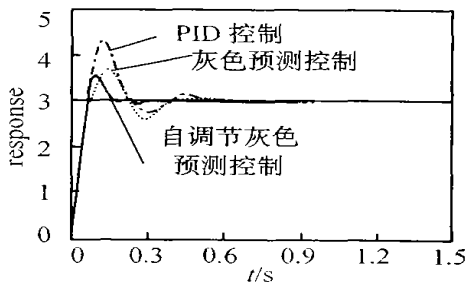


图 2 控制方法的阶跃响应对比

从图 2 可以看出, 灰色预测控制可以有效地减小系统超调量, 缩短调节时间。本文提出的自调整灰色预测控制器结合了 PD 控制器和灰色预测控制的特点, 使系统具有良好的动态特性, 与 PD 控制器相比可以显著减小系统超调量和系统振荡, 使系统更为快速地收敛到目标值。该控制器同时利用了实际误差和预测误差, 并可根据预测精度的变化自动调整预测误差的权值, 与一般的灰色预测控制器

相比, 本文提出的控制器可使系统收敛更快

为了检验本文提出的控制器对负载变化的鲁棒性, 对被控系统施加一频率为 2 rad/s, 幅值为 40 的正弦干扰信号, 此时的阶跃响应如图 3 所示。虚线为普通 Ziegler-Nichols PID 控制器的响应, 实线为本文提出的自调整灰色预测控制器的响应。从图中可以看出, 与普通 Ziegler-Nichols PID 控制器相比, 本文提出的自调整灰色预测控制器可以有效地抑制负载变化, 大大减小由负载变化而引起的系统输出变化。这是由于灰色预测控制属于“超前控制”, 可根据系统将来输出的变化来预先调整控制量, 从而可有效抑制系统超调和振荡。

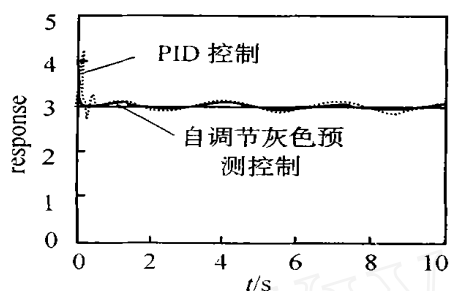


图 3 施加干扰信号时系统响应

5 结 论

本文提出的自调节灰色预测控制, 可以同时利用实际误差和预测误差, 形成一个综合误差作为后继控制器的输入。所提出的控制框架可根据 GM 模型精度来决定预测值在控制回路中的作用, 从而减小预测误差对系统的影响, 使系统对预测精度具有适应性, 使控制器的输出更精确。仿真结果表明, 与普通 PID 控制和普通灰色预测控制相比, 本文方法可显著提高系统的动态特性, 有效地减小系统超调量及系统振荡, 缩短调整时间, 并对负载变化具有一定的鲁棒性。

参考文献(References):

- [1] Deng J L. Control problem of grey systems[J]. *System and Control Letters*, 1982, 1(5): 288-294
- [2] Shieh-Jer Huang, Chien-Lo Huang. Control of an inverted pendulum using grey prediction model[J]. *IEEE Trans on Industry Application*, 2000, 36(2): 452-458
- [3] 姚向东, 张立军. 灰色预测控制的设计及其应用[J]. 电

子与自动化, 1998, (4): 14-16

(Yao X D, Zhang L J. Design and application of grey prognostic controlling [J]. *Electronics & Automation*, 1998, (4): 14-16)

- [4] 毕效辉, 姚琼荟. 灰色预测在过程控制中的应用[J]. 西南工学院学报, 1997, (3): 11-16
(Bi X H, Yao Q H. Preliminary study on grey predictive control of industrial process [J]. *J of Southwest China Institute of Technology*, 1997, (3): 11-16)
- [5] Shieh-Jer Huang, Yaw-wen Lin. Application of grey predictor and fuzzy speed regulator in controlling a retrofitted machining table[J]. *Int J Machine Tools and Manufacturer*, 1996, 36(45): 477-489)
- [6] Jyh-Horng Chou, Shinn-Hong Chen, Jin-Jeng Li. Application of the Taguchi-genetic method to design an optimal grey-fuzzy controller of a constant turning force system [J]. *J of Material Processing Technology*, 2000, 105(3): 333-343
- [7] Huang S-J, Lee J-S. A robotic motion controller using a self-organizing fuzzy logic algorithm with grey prediction[J]. *Proc Institution of Mechanical Engineers*, 1998, 212(1): 293-304
- [8] Jen-Yang Chen. An integration design approach in PID controller[A]. *Proc of the Int Conf on Intelligent Processing and Manufacturing of Materials* [C]. Hawaii, 1999. 901-907.
- [9] 刘思峰, 郭天榜, 党耀国, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2000
- [10] 于得江. 灰色系统建模方法的探讨[J]. 系统工程, 1991, 9(5): 9-12
(Yu D J. A discussion about modeling of grey systems [J]. *System Engineering*, 1991, 9(5): 9-12)
- [11] 刘孝贤. 灰色系统中含负值项数列的数据提升建模方法[J]. 系统工程理论与实践, 1988, 1: 32-35
(Liu X X. Grey system modeling based on data pulling up for sequence containing negative data [J]. *System Engineering — Theory & Practice*, 1988, 1: 32-35)
- [12] Lu H C. Universal GM (1, 1) model based on data mapping concept [J]. *J of Grey System*, 1996, 8(4): 307-319
- [13] Wong C C, Chen C C. Design of fuzzy control system with a switching grey prediction[A]. *IEEE Fuzzy Systems Proc* [C]. Alaska, 1998. 567-571.