

文章编号: 1001-0920(2004)03-0311-04

基于扰动动态补偿的离散滑模变结构控制

瞿少成^{1,2}, 王永骥¹

(1. 华中科技大学 控制科学与工程系, 湖北 武汉 430074; 2 江汉大学 物理与信息学院, 湖北 武汉 430012)

摘要: 提出一种扰动动态补偿的离散趋近率, 分析了不确定离散滑模控制系统的鲁棒性, 研究了准滑动模态的存在条件及其动态特征. 利用不确定条件下实际趋近率与理想趋近率的偏差, 直接平滑地预测内部参数摄动与外部扰动, 克服了常规变结构控制中需已知不确定性边界的限制, 而且不必满足匹配条件, 既保留了传统趋近率的所有优点, 又有效地降低了系统的抖振. 仿真结果证明了理论推导的正确性.

关键词: 滑模变结构控制; 动态补偿; 离散趋近率; 鲁棒性

中图分类号: TP13

文献标识码: A

Discrete time sliding mode control based on dynamic disturbance compensator

QU Shao-cheng^{1,2}, WANG Yong-ji¹

(1. Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China; 2 Institute of Physics and Information, Jianhan University, Wuhan 430012, China Correspondent: QU Shao-cheng, E-mail: qushaos1@sohu.com)

Abstract: A novel discrete reaching law with dynamic disturbance compensator is presented for a class of uncertain systems. A measure of the uncertain parameters and external disturbance is obtained through the deviations between the practical reaching law and the desired reaching law. The robust stability with respect to uncertain system dynamics in the vicinity of the switching plane is examined in detail. It is shown that the dynamic features and robustness of the closed-loop system are improved effectively and all advantages of the reaching law are retained. Simulation results illustrate the features of the proposed scheme.

Key words: sliding mode control; dynamic compensator; discrete reaching law; robustness

1 引言

滑模变结构是一种用于处理线性与非线性系统的鲁棒控制方法. 滑模变结构系统中的滑动模态具有不变性, 因而受到广泛关注. 随着计算机控制的广泛应用, 直接研究离散时间系统的滑模变结构控制具有更大的意义.

离散滑模控制策略一般可分为不等式到达条件^[1-3]和等式到达条件^[4]两类. 不等式形式的控制

策略导出的控制形式复杂, 无严格的数学模型, 不易研究稳定性, 且难于推广到多变量系统, 尤其是不能反映出系统趋近切换面的动态特性^[4]. 文献[4]提出了等式到达条件的趋近律, 构成的滑模控制系统具有严格的数学模型, 控制简单, 稳态性好, 且对系统运动过程具有准确的描述, 但由于趋近率的固有特性, 系统产生了较大的抖振. 文献[5]详细分析了趋近率产生抖振的原因. 文献[6, 7]分别提出了改进的

收稿日期: 2003-02-10; 修回日期: 2003-06-03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60274020, 69974017).

作者简介: 瞿少成(1972—), 男, 湖北监利人, 讲师, 博士生, 从事变结构控制、智能控制等研究; 王永骥(1955—), 男, 江西吉安人, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制、智能控制等研究.

离散趋近率, 但仅适用于名义系统. 文献[8]提出一种新的趋近率, 但同时也失去了准滑动模态的一些好的特征. 文献[9]采用离散趋近率与等效控制相结合, 利用时延反步预测扰动, 不仅对系统的要求大大提高, 同时在滑动模态段失去了有效的控制. 文献[10]采用离散趋近率与快速采样系统相结合, 但未能从本质上削弱抖振.

本文提出一种扰动动态补偿的离散趋近率, 利用不确定系统的实际趋近率与理想趋近率的偏差, 直接平滑地预测内部参数的摄动与外部扰动, 克服了常规变结构控制中需已知不确定性界的限制, 且不必满足匹配条件, 既保留了趋近率的所有优点, 又有效地降低了系统的抖振, 提高了系统的鲁棒性.

2 基于扰动动态补偿的离散趋近率

考虑如下不确定离散系统:

$$x(k+1) = (A + \Delta A)x(k) + Bu(k) + f(k), \quad (1)$$

式中: $x(k) \in R^{n \times 1}$; $A \in R^{n \times n}$; $B \in R^{n \times 1}$; u 为输入; $\Delta A \in R^{n \times n}$ 为系统参数的不确定性; $f \in R^{n \times 1}$ 为外部扰动, 且 (A, B) 可控. 为简单起见, 定义 $d(k) = \Delta A x(k) + f(k)$, 则式(1)转化为

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + d(k). \quad (2)$$

取离散滑动面

$$s(k) = c^T x(k), \quad (3)$$

选择 c 为 Hurwitz 多项式的系数, 且 $c^T B = 0$.

2.1 扰动动态补偿的离散趋近律

考虑如下离散趋近律:

$$s(k+1) = (1 - Tq)s(k) - \epsilon T \operatorname{sign}(s(k)) + c^T d(k) - \sum_{i=2}^k \{s(i) - [(1 - qT)s(i-1) - \epsilon T \operatorname{sign}(s(i-1))]\}. \quad (4)$$

式中: $\epsilon > 0, q > 0, 1 > (1 - qT) > 0, T$ 为采样周期. 由式(4)可知

$$s(k) = (1 - Tq)s(k-1) - \epsilon T \operatorname{sign}(s(k-1)) + c^T d(k-1) - \sum_{i=2}^{k-1} \{s(i) - [(1 - qT)s(i-1) - \epsilon T \operatorname{sign}(s(i-1))]\}. \quad (5)$$

而

$$\sum_{i=2}^k \{s(i) - [(1 - qT)s(i-1) - \epsilon T \operatorname{sign}(s(i-1))]\} = s(k) - [(1 - qT)s(k-1) - \epsilon T \operatorname{sign}(s(k-1))] + \sum_{i=2}^{k-1} \{s(i) - [(1 - qT)s(i-1) - \epsilon T \operatorname{sign}(s(i-1))]\}. \quad (6)$$

将式(5)代入式(6)得

$$\sum_{i=2}^k \{s(i) - [(1 - qT)s(i-1) - \epsilon T \operatorname{sign}(s(i-1))]\} = c^T d(k-1). \quad (7)$$

将式(7)代入(4), 可进一步得

$$s(k+1) = (1 - Tq)s(k) - \epsilon T \operatorname{sign}(s(k)) + c^T (d(k) - d(k-1)). \quad (8)$$

这说明推荐的离散趋近率(4)仅依赖于自身的历史数据, 便可有效地在线预测系统前一步扰动, 并对扰动进行动态补偿. 显然, 一般情况下, 扰动动态补偿的离散趋近律(8)好于传统的离散趋近律(文献[4]中的式(38)).

$$s(k+1) = (1 - Tq)s(k) - \epsilon T \operatorname{sign}(s(k)) + c^T d(k). \quad (9)$$

将式(4)代入(3), 并考虑式(2), 可求得控制

$$u(k) = (c^T B)^{-1} [c^T A x(k) - (1 - Tq)s(k) + \epsilon T \operatorname{sign}(s(k)) + \sum_{i=2}^k \{s(i) - [(1 - qT)s(i-1) - \epsilon T \operatorname{sign}(s(i-1))]\}. \quad (10)$$

显然, 所得到的变结构控制和系统的不确定性是完全解耦的, 可以直接实施. 而这种控制相对于文献[4]中的控制式(33)仅多一次累加过程, 并未增加计算的负担.

2.2 修正的扰动动态补偿的离散趋近律

假设系统内部参数摄动与外部扰动的变化率有界, 即

$$|c^T (d(k) - d(k-1))| < \delta \quad (11)$$

为加强对不确定系统的控制, 进一步提高系统的鲁棒性, 使系统的准滑动模态更接近于理想的准滑动模态, 可以进一步修正扰动动态补偿的离散趋近律

$$s(k+1) = (1 - Tq)s(k) - \epsilon T \operatorname{sign}(s(k)) + c^T d(k) - \delta \operatorname{sign}(s(k)) - \sum_{i=2}^k \{s(i) - [(1 - qT)s(i-1) - \epsilon T \operatorname{sign}(s(i-1)) - \delta \operatorname{sign}(s(i))]\}. \quad (12)$$

采用第2.1节中同样的方法, 式(8)可改进为

$$s(k+1) = (1 - Tq)s(k) - \epsilon T \operatorname{sign}(s(k)) +$$

$$c^T(d(k) - d(k - 1)) - \delta \text{sign}(s(k)). \quad (13)$$

同理, 控制(10) 可改进为

$$u(k) = - (c^T B)^{-1} [c^T A x(k) - (1 - Tq)s(k) + \epsilon T \text{sign}(s(k)) + \delta \text{sign}(s(k)) + \sum_{i=2}^k \{s(i) - [(1 - qT)s(i - 1) - \epsilon T \text{sign}(s(i - 1)) - \delta \text{sign}(s(i))]\}] \quad (14)$$

显然, 控制(14) 和扰动也是完全解耦的, 可以直接实施

3 系统鲁棒性分析

离散趋近律总能满足到达条件, 所设计的滑模控制系统并不能稳定于原点, 但总能渐进稳定于原点的某个区域^[4]. 下面分析采用扰动动态补偿的离散趋近律设计滑模变结构控制系统时, 系统对扰动的鲁棒性

定理 1 对于系统(1), 采用扰动动态补偿的离散趋近律(4), 若扰动满足式(11), 使得滑模控制系统单调地趋近于切换面的必要条件是

$$|s(k)| > \max \left\{ \frac{\epsilon T + \delta}{2 - qT}, \frac{|\delta - \epsilon T|}{qT} \right\}. \quad (15)$$

证明 由滑模控制系统的到达条件, 切换函数必须满足

$$|s(k + 1)| < |s(k)| \quad (16)$$

将式(8) 代入(16), 得

$$|(1 - qT)s(k) - \epsilon T \text{sign}(s(k)) + c^T[d(k) - d(k - 1)]| < |s(k)| \quad (17)$$

求解式(17), 即可得到式(15).

这表明从任意初始状态出发的系统, 若扰动满足式(11), 切换函数满足式(15), 则系统将渐近地趋近原点周围的某个区域

$$s_\Delta < \max \left\{ \frac{\epsilon T + \delta}{2 - qT}, \frac{|\delta - \epsilon T|}{qT} \right\}. \quad (18)$$

必须指出, 当系统进入原点周围的某个区域 s_Δ 后, 由于不确定性的存在, 切换函数的值仍然可能增大, 超出区域 s_Δ ; 但一旦切换函数满足式(15), 系统又将单调地趋近切换面. 相似地, 定理 1 中若采用修正的扰动动态补偿的离散趋近律(12), 系统单调地趋近于切换面的必要条件为

$$|s(k)| > \frac{\epsilon T + 2\delta}{2 - qT}. \quad (19)$$

为进一步描述系统准滑动模态的运动特征及其准确的带宽, 给出如下定理:

定理 2 对于系统(1), 采用扰动动态补偿的离

散趋近律(12), 若系统的扰动满足式(11), 准滑动模态保持步步穿越切换面的必要条件是

$$\delta < \frac{qT \epsilon T}{2(1 - qT)}. \quad (20)$$

此时系统准滑动模态的带宽为

$$|s(k)| < \epsilon T / (1 - qT). \quad (21)$$

假设扰动不满足式(20), 系统的准滑动模态不能保持步步穿越切换面, 则可能出现 2 步甚至 3 步才能穿越切换面的现象. 此时系统准滑动模态的带宽为

$$|s(k)| < 2\delta + \epsilon T. \quad (22)$$

证明 由定理 1 知, 从任意初始状态出发的系统将渐近稳定于原点的某个区域 s_Δ , 因而只需证明以下 4 点:

- 1) 当 $s(k) = 0^+$ 时, 由式(12) 和(13) 可以得到 $-2\delta - \epsilon T < s(k + 1) < -\epsilon T$;
- 2) 当 $s(k) = 0^-$ 时, 由式(12) 和(13) 可得 $\epsilon T < s(k + 1) < 2\delta + \epsilon T$;
- 3) 当 $s(k) = 2\delta + \epsilon T + 0^-$ 时, 同理可得 $-2\delta - \epsilon T < s(k + 1) < s(k)$;
- 4) 当 $s(k) = -2\delta - \epsilon T + 0^+$ 时, 得 $s(k) < s(k + 1) < 2\delta + \epsilon T$.

综合以上 4 点, 准滑动模态满足式(22). 若使准滑动模态步步穿越切换面, 即满足 $\text{sign}(s(k + 2)) = -\text{sign}(s(k + 1)) = \text{sign}(s(k))$. 利用文献[5] 的分析方法, 式(20) 和(21) 容易得证

注 1 与文献[9] 对准滑动模态带宽的描述式(9) 和(15) 相比, 本结论更为准确

4 仿真分析

考虑与文献[4] 相同的二阶系统

$$x(k + 1) = A x(k) + B u(k) + d(k).$$

式中

$$A = \begin{bmatrix} 1.2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix},$$

取切换函数 $s(k) = 5x_1 + x_2$ 考虑以下情况:

1) 取

$$qT = 0.25, \epsilon T = 0.2, \\ c^T d(k) = 0.4 \cos(2k\pi/25) + 0.5 + \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

由推荐趋近率所得的状态和切换函数如图 1 所示, 由传统趋近率所得的状态和切换函数如图 2 所示. 显然, 系统的滑动模态和状态都有了较大的改进

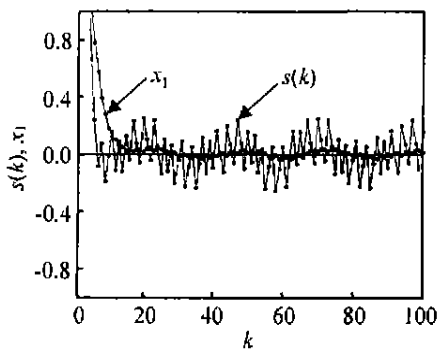


图1 推荐控制策略下系统的状态与切换函数

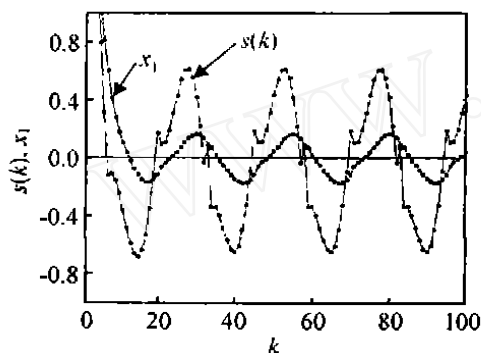


图2 传统趋近律控制策略下系统的状态与切换函数

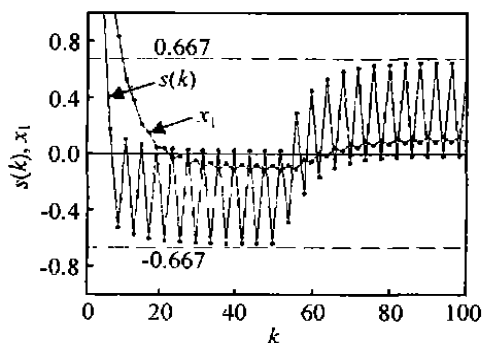


图3 推荐控制策略下系统的状态与切换函数

2) 取

$$qT = 0.25, \epsilon T = 0.5,$$

$$c^T(d(k) - d(k-1)) = \begin{cases} -0.078, & k \leq 25; \\ 0.078, & k > 25. \end{cases}$$

由于扰动满足式(20), $\delta = 0.078 < qT\epsilon T / 2(1 - qT) = 1/12$, 从图3可以看出, 准滑动模态步步穿越了切换面, 带宽为 $|s(k)| < \epsilon T / (1 - qT) = 2/3$

3) 取

$$qT = 0.25, \epsilon T = 0.5,$$

$$c^T(d(k) - d(k-1)) = \begin{cases} -0.1, & k \leq 25; \\ 0.1, & k > 25. \end{cases}$$

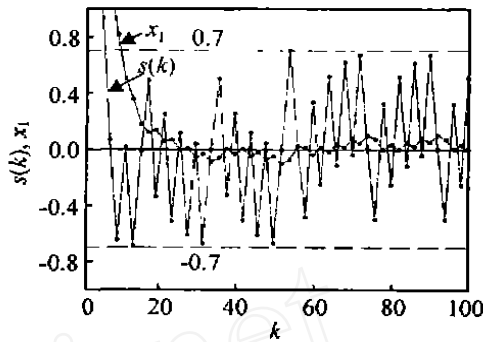


图4 推荐控制策略下系统的状态与切换函数

由于扰动不满足式(20), $\delta = 0.1 > qT\epsilon T / 2(1 - qT) = 1/12$, 从图4可以看出, 准滑动模态并不能保证穿越切换面, 出现了两步穿越的现象, 带宽仍然为 $|s(k)| < 2\delta + \epsilon T = 0.7$

5 结论

本文提出一种扰动动态补偿的离散趋近率, 分析了不确定滑模变结构控制系统的鲁棒性, 描述了准滑动模态的动态特征. 扰动动态补偿的离散趋近率克服了常规变结构控制需已知不确定性界的限制, 而且不必满足匹配条件, 既保留了趋近率的所有优点, 又有效地降低了系统的抖振, 提高了系统的鲁棒性. 仿真结果证明了理论推导的正确性.

参考文献(References):

- [1] Mirkasavljevic D. General conditions for the existence of a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems [J]. *Automatic Remote Control*, 1985, 46(30): 307-314
- [2] Sapturk S Z, Istefanopulos Y, Kaynak O. On the stability of discrete variable structure systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1987, 32(10): 930-932
- [3] Furuto K. Sliding mode control of a discrete system [J]. *System and Control Letters*, 1990, 14(2): 145-152
- [4] Gao W, Wang Y, Homaifa A. Discrete-time variable structure control systems [J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 1995, 42(2): 117-122
- [5] Bartoszewicz A, Jrzej. Remarks on "Discrete time variable structure control system" [J]. *Trans on Industrial Electronics*, 1996, 43(1): 235-238
- [6] 翟长年, 吴智铭. 不确定离散时间系统的变结构控制设计[J]. *自动化学报*, 2000, 26(2): 184-191. (Zhai C L, Wu Z M. Variable structure control design for uncertain discrete time systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000, 26(2): 184-191.)

(下转第318页)

4 结 论

本文提出的粗糙-模糊集集成方法,将连续属性值转换成模糊隶属函数值,可以避免直接离散化带来的一些不足,而且对于边界不清晰的连续属性,可以有更为符合实际问题的表示.这种粗糙-模糊集集成方法通过定义模糊相似关系及模糊相似类得到粗糙-模糊近似空间的下、上近似,从而获得决策规则,为解决粗糙集中连续属性的决策问题提供了一个有效的方法.

参考文献(References):

- [1] Richeldi M, Rossotto M. Class-driven statistical discretization of continuous attributes (extended abstract) [A]. *Machine Learning: ECML-95, Lecture Notes in Artificial Intelligence* [C]. Berlin: Springer Verlag, 1995. 335-338.
- [2] Chmielewski M R, Grzymala-Busse J W. Global discretization of attributes as preprocessing for machine learning [A]. *Soft Computing: Rough Sets, Fuzzy Logic Neural Networks, Uncertainty Management, Knowledge Discovery, Simulation Councils* [C]. CA: San Diego, 1995. 294-297.
- [3] Skowron A, Nguyen H S. Quantization of real value attributes: Rough set and Boolean reasoning approach [J]. *Bulletin of International Rough Set Society*, 1996, 1: 5-16.
- [4] Jensen R, Shen Q. Fuzzy-rough sets for descriptive dimensionality reduction [A]. *Proc of the 11th Int Conf on Fuzzy Systems* [C]. HI: Honolulu, 2002. 29-34.
- [5] 徐德友. 粗糙集信息分析在故障诊断中的应用及自修复飞行控制系统效能评估 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2002.
-
- (上接第 284 页)
- [4] 曹永岩, 孙优贤. 鲁棒严格正实控制器设计 [J]. *控制理论与应用*, 1999, 16(1): 109-112.
(Cao Y Y, Sun Y X. Synthesis of robust strictly positive real controllers [J]. *Control Theory and Applications*, 1999, 16(1): 109-112.)
- [5] Sun W, Khargonekar P P, Shim D. Solution to the positive real control problem for linear time-invariant systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(10): 2034-2046.
- [6] Xin C, John T Wen. Positive realness preserving model reduction with H_{∞} norm error bounds [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 1995, 42(1): 23-29.
- [7] Zhang L Q, James Lam, Xu S Y. On positive realness of descriptor system [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 2000, 49(3): 401-407.
-
- (上接第 314 页)
- [7] 姚琼荃, 宋立忠, 温洪. 离散变结构控制系统的比例-等速-变速控制 [J]. *控制与决策*, 2000, 15(3): 329-332.
(Yao Q H, Song L Z, Wen H. Proportional-constant-variable rate control for discrete-time variable structure systems [J]. *Control and Decision*, 2000, 15(3): 329-332.)
- [8] Bartoszewicz A, Jrzej. Discrete-time quasi-sliding mode control strategies [J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 1998, 45(4): 633-637.
- [9] 于双和, 强文义, 傅佩琛. 无抖振离散准滑模控制 [J]. *控制与决策*, 2001, 16(3): 380-382.
(Yu S H, Qiang W Y, Fu P C. Chattering-free discrete quasi-sliding mode controller [J]. *Control and Decision*, 2001, 16(3): 380-382.)
- [10] Chakravatchini M, Bandyopashyay, Heinz U einz Unbehauen. A new algorithm for discrete-time sliding mode control using fast output sampling feedback [J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2002, 49(3): 518-523.