

文章编号: 1001-0920(2004)03-0315-04

## 一种基于粗糙-模糊集集成模型的决策分析方法

何亚群<sup>1,2</sup>, 胡寿松<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016; 2. 空军后勤学院 三系, 江苏 徐州 221002)

**摘 要:** 针对信息系统为连续属性的情况, 提出一种将粗糙集与模糊集相结合来获取决策规则的方法。这种基于粗糙-模糊集集成模型求取决策规则的方法通过一个模糊隶属函数将连续属性值表示成模糊值, 从而避免了连续属性的离散化问题。同时给出了连续属性值转换成模糊值的表示形式, 提出了模糊相似关系和模糊相似类的概念, 给出了粗糙-模糊近似空间的下、上近似及其性质以及模糊相似关系下属性约简的方法。最后以自修复飞行控制系统的效能评估为例, 给出了自修复效能评估的决策规则。

**关键词:** 粗糙集; 模糊集; 集成模型; 连续属性; 效能评估

**中图分类号:** TP18 **文献标识码:** A

## A decision analysis method based on rough-fuzzy sets integration model

HE Ya-qun<sup>1,2</sup>, HU Shou-song<sup>1</sup>

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. Third Department, Air Force Logistics College, Xuzhou 221002, China. Correspondent: HE Ya-qun, E-mail: heyqun@263.net)

**Abstract:** A method of decision rules acquisition is proposed for continuous attributes decision system by combining rough sets and fuzzy sets. The method transforms the continuous attributes value into the fuzzy value with fuzzy membership functions, and avoids the discretization of continuous attributes. The fuzzy value expression is given, and the concepts of fuzzy similarity relation and fuzzy similarity classes is proposed. Lower and upper approximations of rough-fuzzy approximation space and their properties are given. A method of system reduction is also presented. Finally, as an example of effectiveness evaluation of the self-repairing flight control system, the decision rules of self-repairing effectiveness evaluation are given.

**Key words:** rough sets; fuzzy sets; integration model; continuous attributes; effectiveness evaluation

### 1 引 言

粗糙集理论自 1982 年由 Pawlak 提出以来, 作为一种新的软计算方法已得到人们的普遍关注和重视, 并在自动控制、数据挖掘和决策分析等领域得到了广泛的应用。粗糙集理论虽然能很好地处理信息系统中的离散属性, 但对于连续属性则显得有些无能为力。而现实生活中, 属性为连续值的情况经常出

现, 因此粗糙集理论的主要问题之一是如何从连续属性中提取决策规则。

以往针对连续属性的情况, 最普遍的方法是对数据进行离散化。目前的离散化方法很多, 如等宽度、等频率离散化方法, 统计检验方法<sup>[1]</sup>, 信息熵方法<sup>[2]</sup>以及布尔推理算法<sup>[3]</sup>等。但这些离散方法都会或多或少地损失部分信息, 而且大多连续属性值其

收稿日期: 2003-03-03; 修回日期: 2003-05-14

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(60234010); 航空科学基金资助项目(02E52025)。

作者简介: 何亚群(1962—), 女, 浙江海宁人, 博士生, 从事智能决策与智能故障诊断等研究; 胡寿松(1937—), 男, 江苏南京人, 教授, 博士生导师, 从事智能故障诊断、自修复控制等研究。

界限是模糊的,因此采用离散化方法处理这类问题具有一定的局限性

本文通过粗糙集与模糊集的集成来提取决策规则.对于连续属性,不需要进行离散化,而是用模糊集中的隶属函数值表示各个属性值,从而将连续属性值转化为模糊属性值.这样既可防止数据的损失,又能表示出各属性值的差别.对于模糊属性值的决策系统,首先通过定义模糊相似关系代替经典粗糙集中的不可分辨关系;再应用模糊相似关系下的粗糙集方法求取决策规则

## 2 粗糙-模糊集集成模型

### 2.1 属性值连续的决策系统

设有一个决策系统  $\{U, Q, V, f\}$ , 其中:  $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  为非空的有限集, 表示对象;  $Q$  为非空的属性集,  $Q = C \setminus \{d\}$ ,  $C = \{q_1, q_2, \dots, q_m\}$  是一个非空、有限的条件属性集,  $\{d\}$  为决策属性集,  $d: U \rightarrow \{1, 2, \dots, g\}$ ;  $V$  为属性值,  $V = V_c \cup V_d$ ,  $V_c = \{V_q | q \in C\}$  是条件属性值集,  $V_d$  是决策属性值集, 并且第  $i$  个对象在第  $j$  个条件属性下的属性值  $v_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$ ) 为连续属性值;  $f: U \times Q \rightarrow V$  是一个信息函数, 表示对每一个  $q \in C, x \in U, f(x, q) \in V_q$ , 显然这是一个属性值连续的决策系统

### 2.2 利用模糊集将连续属性值转化为模糊属性值

对于每一个条件属性  $q_j \in C, j = 1, 2, \dots, m$ , 确定其隶属函数和模糊区间数, 设  $A_j^k$  为条件属性  $q_j$  的第  $k$  个模糊区域,  $I_j$  为第  $j$  个条件属性的模糊区间数,  $r_{ij}^k$  表示对象  $x_i \in U$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 在模糊区域  $A_j^k$  中的隶属函数值, 那么任意一个条件属性值  $v_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$ ) 均可以表示为

$$r_{ij}^1/A_j^1 + r_{ij}^2/A_j^2 + \dots + r_{ij}^k/A_j^k \quad (1)$$

这样, 便将连续属性决策表转化为模糊属性决策表

### 2.3 模糊相似关系下的粗糙近似

**定义1** 对于  $\forall x_s, x_t \in U, \forall q_j \in C, j = 1, 2, \dots, m$ , 定义模糊关系  $R$  如下:

$$x_s R x_t = \{(x_s, x_t) \in U \times U | r_{sj}^k, r_{tj}^k > 0\} \quad (2)$$

为了确定  $U$  中元素  $x_s$  与  $x_t$  的关系程度, 这里应用海明距离来定义

**定义2** 对于  $\forall x_s, x_t \in U, \forall q_j \in C, j = 1, 2, \dots, m$ , 在模糊关系  $R$  下,  $x_s$  与  $x_t$  之间的隶属函数值为

$$\mu_R(x_s, x_t) = 1 - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m |r_{sj}^k - r_{tj}^k| \quad (3)$$

**性质1** 模糊关系  $R$  为模糊相似关系

**证明** 对于  $\forall x_s, x_t \in U, \forall q_j \in C$ , 有: 1) 自反性:  $\mu_R(x_s, x_t) = 1$ ; 2) 对称性: 假设  $x_s R x_t$ , 则有

$$\begin{aligned} \mu_R(x_s, x_t) &= 1 - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m |r_{sj}^k - r_{tj}^k| = \\ &= 1 - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m |r_{tj}^k - r_{sj}^k| = \mu_R(x_t, x_s), \end{aligned}$$

即有  $x_s R x_t$ . 即模糊关系  $R$  满足自反性和对称性, 故  $R$  为模糊相似关系

**定义3** 所有与  $x_i \in U$  模糊相似的对象集称为  $x_i$  的模糊相似类, 用  $\text{FSM}(x_i)$  表示. 即

$$\begin{aligned} \text{FSM}(x_i) &= \\ &= \{x_s \in U | r_{ij}^k, r_{sj}^k > 0; j = 1, 2, \dots, m\}. \quad (4) \end{aligned}$$

**定义4** 对于  $X \subseteq U, P \subseteq C$ , 近似空间  $(X, R)$  在模糊相似关系下的下、上近似为

$$\begin{aligned} \underline{P}(X) &= \\ &= \{x_i \in X | 1 - i \in n, x_i \in X, \text{FSM}(x_i) \subseteq X\}, \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{P}(X) &= \\ &= \{x_i \in X | 1 - i \in n, \text{FSM}(x_i) \cap X \neq \emptyset\}. \quad (6) \end{aligned}$$

**性质2** 设  $X, Y \subseteq U, P \subseteq C$ , 近似空间  $(X, R)$  的下、上近似具有下列性质:

- 1)  $\underline{P}(X) \subseteq X \subseteq \overline{P}(X)$ ;
- 2)  $\underline{P}(X) \cap \underline{P}(Y) \subseteq \underline{P}(X \cap Y), \overline{P}(X) \cap \overline{P}(Y) \subseteq \overline{P}(X \cap Y)$ ;
- 3)  $\underline{P}(X) \cap \underline{P}(Y) = \underline{P}(X \cap Y), \overline{P}(X) \cap \overline{P}(Y) \subseteq \overline{P}(X \cap Y)$ ;
- 4) 若  $X \subseteq Y$ , 则  $\underline{P}(X) \subseteq \underline{P}(Y), \overline{P}(X) \subseteq \overline{P}(Y)$ .

### 2.4 模糊相似关系下的属性约简

属性约简为不含多余属性并保证分类正确的最小条件属性集, 分类的正确性用一个决策属性对条件属性的依赖度表示<sup>[4]</sup>.

**定义5** 设  $x \in X, X \subseteq U$ , 定义决策属性  $d$  对条件属性  $C$  的依赖度为

$$\mathcal{Y}(C, d) = |\text{POS}_C(d) \cap X| / |X| \quad (7)$$

其中:  $\text{POS}_C(d) = \{\mathcal{L}(X) | X \subseteq U / \{d\}\}$  是  $C$  相对于  $d$  的正域,  $U / \{d\}$  表示  $d$  对  $U$  划分所得到的等价类集合

假设  $B \subseteq C$  是一个约简, 通过依赖度可以构筑属性约简的算法. 算法是以所有的条件属性作为初始约简集合, 在保证依赖度不变的条件下逐步缩减条件属性, 从而获取属性的约简, 其具体步骤为:

- 1) 初始化: 令  $B = C$ , 计算  $\mathcal{Y}(B, d)$ ;
- 2)  $j = 1$ ;
- 3) 对于  $q_j \in B$ , 计算  $\mathcal{Y}(B - \{q_j\}, d)$ ;

- 4) 如果  $Y(B - \{q_j\}, d) = Y(B, d)$ , 则  $B = B - \{q_j\}$ ;
- 5) 如果  $j < m$ , 则  $j = j + 1$ , 转 3);
- 6) 输出属性约简  $B$ .

### 3 实 例

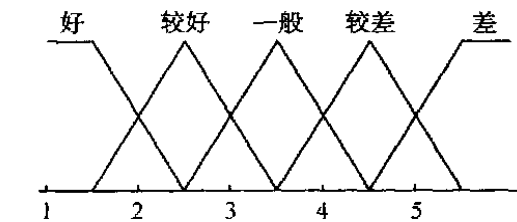
考虑一个自修复飞行控制系统的效能评估问题, 其决策信息如表 1 所示. 表中条件属性  $q_1, q_2$  和  $q_3$  分别表示自修复飞行控制系统的稳定修复精度、操纵修复精度和自修复鲁棒度, 分别用来说明系统的稳定性、操纵性和鲁棒性; 决策属性  $d$  表示修复的效能, 用修复等级表示. 修复等级分为 4 级, 其中 1 级修复最好, 4 级修复最差 (不可修复)<sup>[5]</sup>. 显然, 这是一个连续属性的信息决策系统, 因此用本文提出的粗糙 - 模糊集集成模型来求取决策规则.

表 1 自修复飞行控制系统的效能评估决策

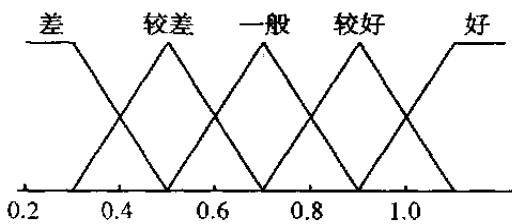
序号	属 性			
	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$d$
1	1.4	1.6	1.10	1
2	1.8	2.1	1.01	1
3	1.6	1.8	0.98	1
4	2.2	2.1	0.84	2
5	1.9	2.3	0.78	2
6	2.7	1.8	0.66	2
7	2.8	2.2	0.62	3
8	3.1	2.6	0.55	3
9	2.7	3.6	0.42	3
10	3.3	3.9	0.56	4
11	4.9	3.5	0.52	4
12	3.8	4.9	0.36	4

#### 3.1 条件属性的隶属函数

参照文献[5]给出的3个条件属性的等级划分,



(a)  $q_1$  和  $q_2$  的模糊隶属函数



(b)  $q_3$  的模糊隶属函数

图 1 条件属性的隶属函数

本文将 3 个条件属性的隶属函数均取为三角形, 见图 1.

#### 3.2 将连续属性决策表转换成模糊属性决策表

为方便表示, 将图 1 中的好、较好、一般、较差、差分别用符号 G, BG, C, BB, B 表示. 这样, 表 1 的连续属性决策表便表示成模糊决策表, 见表 2.

表 2 自修复飞行控制系统的效能评估模糊决策

序号	属 性			
	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$d$
1	1/G	0.9/G + 0.1/BG	1/G	1
2	0.7/G + 0.3/BG	0.4/G + 0.6/BG	0.55/G + 0.45/BG	1
3	0.9/G + 0.1/BG	0.7/G + 0.3/BG	0.4/G + 0.6/BG	1
4	0.3/G + 0.7/BG	0.4/G + 0.6/BG	0.7/BG + 0.3/C	2
5	0.6/G + 0.4/BG	0.2/G + 0.8/BG	0.4/BG + 0.6/C	2
6	0.8/BG + 0.2/C	0.7/G + 0.3/BG	0.8/C + 0.2/BB	2
7	0.8/BG + 0.2/C	0.3/G + 0.7/BG	0.6/C + 0.4/BB	3
8	0.4/BG + 0.6/C	0.9/BG + 0.1/C	0.25/C + 0.75/BB	3
9	0.8/BG + 0.2/C	0.9/C + 0.1/BB	0.6/BB + 0.4/B	3
10	0.2/BG + 0.8/C	0.6/C + 0.4/BB	0.3/C + 0.7/BB	4
11	0.6/BB + 0.4/B	1/C	0.3/C + 0.7/BB	4
12	0.7/C + 0.3/BB	0.6/BB + 0.4/B	0.3/BB + 0.7/B	4

#### 3.3 决策规则

应用粗糙 - 模糊集集成模型, 得到如下决策规则:

- 1) 当  $(q_1, q_2, q_3) = (G, G, G)$  或  $(G, BG, G)$  或  $(BG, G, G)$  或  $(BG, BG, G) \Rightarrow d(1)$ ;
- 2) 当  $(q_1, q_2, q_3) = (G, G, BG)$  或  $(G, BG, BG)$  或  $(BG, G, BG)$  或  $(BG, BG, BG) \Rightarrow d(1)$  或  $d(2)$ ;
- 3) 当  $(q_1, q_2, q_3) = (G, G, C)$  或  $(G, BG, C) \Rightarrow d(2)$ ;
- 4) 当  $(q_1, q_2, q_3) = (BG, G, C)$  或  $(BG, G, BB)$  或  $(BG, BG, C)$  或  $(BG, BG, BB)$  或  $(C, G, C)$  或  $(C, G, BB) \Rightarrow d(2)$  或  $d(3)$ ;
- 5) 当  $(q_1, q_2, q_3) = (BG, C, B)$  或  $(BG, BB, B)$  或  $(C, BG, C)$  或  $(C, BG, BB)$  或  $(C, C, B) \Rightarrow d(3)$ ;
- 6) 当  $(q_1, q_2, q_3) = (BG, C, C)$  或  $(BG, C, BB)$  或  $(BG, BB, BB)$  或  $(C, C, C)$  或  $(C, C, BB)$  或  $(C, BB, BB)$  或  $(C, BB, B) \Rightarrow d(3)$  或  $d(4)$ ;
- 7) 当  $(q_1, q_2, q_3) = (BG, BB, C)$  或  $(C, BB, C)$  或  $(C, B, BB)$  或  $(C, B, B)$  或  $(BB, C, C)$  或  $(BB, C, BB)$  或  $(BB, BB, BB)$  或  $(BB, BB, B)$  或  $(BB, B, BB)$  或  $(BB, B, B)$  或  $(B, C, C)$  或  $(B, C, BB) \Rightarrow d(4)$ .

## 4 结 论

本文提出的粗糙-模糊集集成方法,将连续属性值转换成模糊隶属函数值,可以避免直接离散化带来的一些不足,而且对于边界不清晰的连续属性,可以有更为符合实际问题的表示.这种粗糙-模糊集集成方法通过定义模糊相似关系及模糊相似类得到粗糙-模糊近似空间的下、上近似,从而获得决策规则,为解决粗糙集中连续属性的决策问题提供了一个有效的方法.

### 参考文献(References):

- [1] Richeldi M, Rossotto M. Class-driven statistical discretization of continuous attributes (extended abstract) [A]. *Machine Learning: ECML-95, Lecture Notes in Artificial Intelligence* [C]. Berlin: Springer Verlag, 1995. 335-338.
- [2] Chmielewski M R, Grzymala-Busse J W. Global discretization of attributes as preprocessing for machine learning [A]. *Soft Computing: Rough Sets, Fuzzy Logic Neural Networks, Uncertainty Management, Knowledge Discovery, Simulation Councils* [C]. CA: San Diego, 1995. 294-297.
- [3] Skowron A, Nguyen H S. Quantization of real value attributes: Rough set and Boolean reasoning approach [J]. *Bulletin of International Rough Set Society*, 1996, 1: 5-16.
- [4] Jensen R, Shen Q. Fuzzy-rough sets for descriptive dimensionality reduction [A]. *Proc of the 11th Int Conf on Fuzzy Systems* [C]. HI Honolulu, 2002. 29-34.
- [5] 徐德友. 粗糙集信息分析在故障诊断中的应用及自修复飞行控制系统效能评估 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2002.
- 
- (上接第 284 页)
- [4] 曹永岩, 孙优贤. 鲁棒严格正实控制器设计 [J]. *控制理论与应用*, 1999, 16(1): 109-112.  
(Cao Y Y, Sun Y X. Synthesis of robust strictly positive real controllers [J]. *Control Theory and Applications*, 1999, 16(1): 109-112.)
- [5] Sun W, Khargonekar P P, Shim D. Solution to the positive real control problem for linear time-invariant systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(10): 2034-2046.
- [6] Xin C, John T Wen. Positive realness preserving model reduction with  $H_{\infty}$  norm error bounds [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 1995, 42(1): 23-29.
- [7] Zhang L Q, James Lam, Xu S Y. On positive realness of descriptor system [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 2000, 49(3): 401-407.
- 
- (上接第 314 页)
- [7] 姚琼荃, 宋立忠, 温洪. 离散变结构控制系统的比例-等速-变速控制 [J]. *控制与决策*, 2000, 15(3): 329-332.  
(Yao Q H, Song L Z, Wen H. Proportional-constant-variable rate control for discrete-time variable structure systems [J]. *Control and Decision*, 2000, 15(3): 329-332.)
- [8] Bartoszewicz A, Jrzej. Discrete-time quasi-sliding mode control strategies [J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 1998, 45(4): 633-637.
- [9] 于双和, 强文义, 傅佩琛. 无抖振离散准滑模控制 [J]. *控制与决策*, 2001, 16(3): 380-382.  
(Yu S H, Qiang W Y, Fu P C. Chattering-free discrete quasi-sliding mode controller [J]. *Control and Decision*, 2001, 16(3): 380-382.)
- [10] Chakravatchini M, Bandyopashyay, Heinz U einz Unbehauen. A new algorithm for discrete-time sliding mode control using fast output sampling feedback [J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2002, 49(3): 518-523.