

文章编号: 1001-0920(2004)03-0331-04

采用鲁棒滑模观测器实现一类混沌系统的同步

孙黎霞¹, 冯 勇¹, 余星火²

(1. 哈尔滨工业大学 电气工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2 皇家墨尔本理工大学 工程学院, 墨尔本 VIC 3001)

摘 要: 提出一种鲁棒滑模观测器, 并应用于一类混沌系统的同步. 该鲁棒滑模观测器通过滑模与相应的控制策略来实现, 可调整观测器跟踪系统状态的收敛速度, 实现两个混沌系统的同步. 将所提出的鲁棒滑模状态观测器用于一类存在参数摄动和/或干扰的混沌系统的同步具有鲁棒性, 该鲁棒滑模状态观测器不仅能实现低维的混沌系统的同步, 而且能实现超混沌系统的同步. 以 Chua's 电路和超混沌 Rössler 系统为例给出了设计过程和仿真实验, 其结果验证了所提出方法的有效性.

关键词: 混沌同步; 观测器; 鲁棒性; 滑模

中图分类号: TP29 **文献标识码:** A

Synchronization for a class of chaotic systems using a robust sliding mode observer

SUN Li-xia¹, FENG Yong¹, YU Xing-huo²

(1. Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 2 Faculty of Engineering, Royal Melbourne Institute of Technology, Melbourne VIC 3001, Australia Correspondent: FENG Yong, E-mail: feng_yong5601@sohu.com)

Abstract: A robust sliding mode observer is proposed and applied to realize the synchronization for a class of chaotic systems. The robust sliding mode observer is designed by using a sliding mode and a control strategy. The convergence rate of the observer can be regulated. The synchronization for two chaotic systems can be realized by using the sliding mode observer, which is robust to the internal parameter uncertainties and the external disturbances. The sliding mode observer can realize synchronization not only for the low dimensional chaotic systems but also the high dimensional hyperchaotic systems. The simulations of Chua's circuit and hyperchaotic Rössler system show the effectiveness of the design method.

Key words: chaotic synchronization; observer; robustness; sliding mode

1 引 言

由于混沌系统对其初始条件的敏感性, 以及在状态空间某一区域上的遍历性, 混沌系统在许多科学领域具有广泛的应用价值. 特别是近年来, 由于混沌同步可用于保密通讯, 使得人们对其在控制和同步方面的研究越来越重视.

混沌同步是指具有不同初始条件的两个混沌系

统的状态达到一致. 1990 年, Pecora 等首次提出了驱动-响应的混沌同步的基本思想^[1]. 此后, 人们研究了实现混沌同步的各种方法^[2~5], 如单向耦合法、线性反馈同步法^[2,3]和非线性反馈同步法^[4]等. 上述方法主要是利用主动系统的状态变量作为控制输入, 对系统进行反馈控制, 从而使得被动系统和主动系统达到同步. 但上述方法的先决条件是进行反馈

收稿日期: 2003-03-13; 修回日期: 2003-09-15

基金项目: 哈尔滨工业大学交叉学科基金资助项目(HIT2002-18).

作者简介: 孙黎霞(1978—), 女, 江苏镇江人, 博士生, 从事非线性系统与混沌控制的研究; 冯勇(1962—), 男, 江苏南京人, 教授, 博士生导师, 从事变结构控制、鲁棒控制等研究.

控制的状态是可物理测量的。然而,实际工程系统中,系统的状态有时不易测量,甚至有些应用场合是无法测量的。在这种情况下,可采用状态观测器对系统的状态进行观测,得到系统的实际状态观测值,并用该观测值实现系统的控制,尤其在需要全状态反馈的现代控制策略中。在混沌系统的同步研究方面,利用状态观测器的思想,可实现一类混沌系统的同步。

本文通过滑模与相应的控制策略来设计观测器,并将该鲁棒滑模状态观测器用于一类混沌系统,实现了两个混沌系统的同步。将所提出的鲁棒滑模状态观测器用于一类存在参数摄动和/或干扰的混沌系统,具有鲁棒性。本文以Chua电路和超混沌Rössler系统为例给出了设计过程和仿真实验,结果验证了所提出方法的有效性。

2 一类混沌系统的模型

讨论如下类 n 维混沌系统的状态方程:

$$\dot{x} = Ax + Bf(t, x), \quad (1)$$

系统输出方程为

$$y = Cx. \quad (2)$$

式中: $x \in R^n, A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times m}, y \in R^p, C \in R^{p \times n}, n > p > m$; 函数 $f(t, x): R_+ \times R^n \rightarrow R^n$ 表示混沌系统的非线性或不确定项; 矩阵 B, C 满秩, (A, C) 能观。

对于混沌系统(1), 假设 $\forall x_1, x_2 \in R^n$, 函数 $f: R_+ \times R^n \rightarrow R^n$ 可分为两部分, 即

$$f(t, x) = f_1(x) + \Delta f(t, x). \quad (3)$$

函数 $f_1(x)$ 是已知函数, 并满足Lipshitz条件

$$|f_1(x_1) - f_1(x_2)| \leq r_1 |x_1 - x_2|, \quad (4)$$

式中 r_1 为已知正实数。对于大多数非线性系统, 函数 $f_1(x)$ 不是全局Lipshitz, 就是局部Lipshitz的^[6]。因为混沌系统的吸引域总是保持在有限空间内, 因此, $|x_1 - x_2|$ 有界总是存在, 函数 $f_1(x)$ 同样满足

$$|f_1(x_1) - f_1(x_2)| \leq r_2, \quad (5)$$

式中 r_2 为已知正实数。另外, $\Delta f(t, x)$ 是满足匹配条件的有界未知函数

$$|\Delta f(t, x)| \leq r_3 + \alpha(t, y). \quad (6)$$

式中: r_3 为已知正实数, $\alpha: R_+ \times R^p \rightarrow R_+$ 为已知函数。

本文的设计目标是: 对于存在参数摄动和/或干扰 $\Delta f(t, x)$ 的一类混沌系统(1), 假设已知 $\Delta f(t, x)$ 的最大变化范围(6), 则通过鲁棒滑模状态观测器实现同步, 并且所提出的混沌系统同步方法对混

沌系统的参数摄动和/或干扰 $\Delta f(t, x)$ 具有鲁棒性。

3 混沌同步的定义

为了讨论两个混沌系统的同步问题, 相对于系统(1), 需要构造另一个状态方程描述的 n 维混沌系统

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + Bf_1(\tilde{x}). \quad (7)$$

式中: 矩阵 A, B 与式(1)中的矩阵 A, B 完全相同; 函数 $f_1(\tilde{x})$ 与式(1)中的 $f_1(x)$ 具有相同的形式。为了控制混沌系统(7), 使其能够跟踪上混沌系统(1)的状态, 必须在系统(7)上加入一个控制 u , 即

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + Bf_1(\tilde{x}) + u, \quad (8)$$

式中 $u \in R^k$ 为控制输入, 且 $k = n$ 。

混沌系统的同步定义为: 当系统(7)的状态初值与系统(1)的状态初值不同时, 通过设计系统(7)的控制策略 $u(x, \tilde{x})$, 使得系统(7)的状态渐近地或在有限时间跟踪上系统(1)的状态。

4 利用鲁棒滑模观测器实现混沌同步

对系统(1), 提出如下鲁棒滑模观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} = & A\hat{x}(t) + Bf_1(\hat{x}) - \\ & G(C\hat{x} - y) + Bv(x, y). \end{aligned} \quad (9)$$

式中: $\hat{x}(t) \in R^n$ 为观测器(9)的状态, 即对主动混沌系统(1)的状态 $x(t)$ 的观测值; $G \in R^{n \times p}$ 为设计参数矩阵; $v(x, y) \in R^m$ 为控制输入。

定义主动混沌系统(1)的状态 $x(t)$ 与观测器(9)的状态 $\hat{x}(t)$ 的误差为 $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$, 则由主动系统(1)和被动系统(9), 定义 $A_0 = A - GC$, 可得误差系统

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & A_0e(t) + B(f_1(\hat{x}) - f_1(x) - \\ & \Delta f(t, x)) + Bv \end{aligned} \quad (10)$$

如果误差系统(10)的状态变量 $e(t)$ 渐近地或在有限时间收敛到原点, 则被动混沌系统(9)与主动混沌系统(1)实现了同步。为了设计鲁棒滑模观测器(9), 将滑模设计为如下线性滑模形式:

$$s = Me = FCe = F(C\hat{x} - y). \quad (11)$$

式中: $M \in R^{m \times n}, F \in R^{m \times p}, C$ 为系统(1)的输出矩阵。因此, 滑模(11)设计问题即可归结为矩阵 M 的设计。

对于主动系统(1)的鲁棒滑模观测器(9), 本文提出如下滑模控制策略:

$$v = \begin{cases} -\frac{(s^T M B)^T}{s^T M B} (r_2 + r_3 + \alpha(t, y)) s^T M B + \beta \left(\frac{1}{2}\right)^\eta s^{2\eta}, & s^T M B > 0; \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (12)$$

式中: r_2, r_3 为已知正常数; $\alpha(t, y)$ 为已知函数; β 和 η 均为设计常数, 且 $\beta > 0, 0 < \eta < 1$.

为了证明下文关于鲁棒滑模观测器设计定理的稳定性, 首先给出如下引理^[7]:

引理 1 假设连续、正定函数 $V(t)$ 满足如下微分不等式:

$$\dot{V}(t) - \alpha V^\eta(t), \forall t \geq t_0, V(t_0) = 0,$$

式中 $\alpha > 0$ 和 $0 < \eta < 1$ 均为常数. 那么, 对于任何的 $t_0, V(t)$ 满足如下不等式:

$$V^{1-\eta}(t) - V^{1-\eta}(t_0) - \alpha(1-\eta)(t-t_0), t_0 \leq t \leq t_1,$$

且 $V(t) = 0, \forall t \geq t_1$. 有限时间 t_1 为

$$t_1 = t_0 + \frac{V^{1-\eta}(t_0)}{\alpha(1-\eta)}.$$

为研究方便, 令 $e = [e_1 \ e_2]^T$, 将误差系统 (11) 中的矩阵写成如下分块形式:

$$A_0 = \begin{bmatrix} A_{011} & A_{012} \\ A_{021} & A_{022} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

式中: $A_{011} \in R^{(n-m) \times (n-m)}, A_{012} \in R^{(n-m) \times m}, A_{021} \in R^{m \times (n-m)}, A_{022} \in R^{m \times m}, B_1 \in R^{m \times m}$. 这样, 可将误差系统 (10) 写成如下分块形式:

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = A_{011}e_1(t) + A_{012}e_2(t) + B_1(f_1(x) - f_1(x) - \Delta f(t, x)) + B_1 v, & (13a) \\ \dot{e}_2(t) = A_{021}e_1(t) + A_{022}e_2(t). & (13b) \end{cases}$$

滑模 (11) 也写成分块形式:

$$s = M_1 e_1 + M_2 e_2 \quad (14)$$

式中: $M = [M_1 \ M_2], M_1 \in R^{p \times p}, M_2 \in R^{p \times (n-p)}$.

为讨论方便, 定义如下两个矩阵:

$$\begin{aligned} A_s &= (M^T M A_0 + A_0^T M^T M) / 2, \\ A_M &= A_{022} - A_{021} M_1^{-1} M_2 \end{aligned}$$

下面给出鲁棒滑模观测器 (9) 的设计方法:

定理 1 混沌系统 (1) 的鲁棒滑模观测器 (9), 采用滑模 (11) 和滑模策略 (12), 设计参数矩阵 G 使得误差系统 (10) 中的 A_0 为 Hurwitz 矩阵, 滑模参数矩阵 M 使得 A_M 为 Hurwitz 矩阵, 并且有

$$\lambda_{\max}(A_s) < 0, \quad (15)$$

式中 $\lambda_{\max}(\cdot)$ 表示矩阵最大特征值. 则鲁棒滑模观测

器 (9) 对混沌系统 (1) 中的不确定性部分 $\Delta f(t, x)$ 具有鲁棒性, 可以渐近估计出系统 (1) 的状态. 误差系统 (10) 的收敛速度由 A_M 的特征值确定.

证明 选取如下 Lyapunov 函数:

$$V(t) = \frac{1}{2} s^T s = \frac{1}{2} s^T M^{-T} M^{-1} s = \frac{1}{2} (M e)^T M e = \frac{1}{2} e^T M^T M e$$

其沿误差系统 (10) 的轨迹的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s^T \dot{s} = e^T M^T M \dot{e} = e^T M^T M (A_0 e + B(f_1(x) - f_1(x) - \Delta f(t, x)) + B v) \\ &= e^T \frac{M^T M A_0 + A_0^T M^T M}{2} e + s^T M B f_1(x) - s^T M B \Delta f(t, x) + s^T M B v \\ &= \lambda_{\max}(A_s) e^T e + s^T M B (f_1(x) - f_1(x) - \Delta f(t, x)) + s^T M B v \\ &= s^T M B (f_1(x) - f_1(x) + \Delta f(t, x)) - (r_2 + r_3 + \alpha(t, y)) s^T M B - \beta(1/2)^\eta s^{2\eta} \\ &= - (r_2 + r_3 + \alpha(t, y) - (f_1(x) - f_1(x) + \Delta f(t, x))) s^T M B - \beta(1/2)^\eta s^{2\eta}. \end{aligned}$$

代入式 (5) 和 (6) 可得

$$\dot{V}(t) - \beta V^\eta(t), \forall t \geq 0, V(0) = 0$$

根据引理 1, 误差系统 (10) 将在有限时间 t_r 内到达滑模面 $s = 0, t_r$ 为

$$t_r = V^{1-\eta}(0) / \beta(1-\eta).$$

当误差系统 (10) 到达滑模面 $s = 0$ 后, 其动态性能将由线性滑模 (11) 决定, 可得

$$e_1 = -M_1^{-1} M_2 e_2 \quad (16)$$

将式 (16) 代入误差系统 (13a), 得到误差系统 (10) 在滑模 (11) 上降阶后的动力学方程为

$$\dot{e}_2(t) = (A_{022} - A_{021} M_1^{-1} M_2) e_2(t) = A_M e_2(t). \quad (17)$$

当设计滑模的参数矩阵 M 保证 A_M 为 Hurwitz 矩阵时, 系统 (17) 渐近稳定; 到达滑模 $s = 0$ 后, 误差系统 (10) 的状态 $e(t)$ 将渐近趋近于零. 因此, 所提出的鲁棒滑模观测器 (9) 对混沌系统 (1) 中的不确定性项 $\Delta f(t, x)$ 具有鲁棒性, 可以渐近估计出系统 (1) 的状态. 误差系统 (10) 收敛的速度由 A_M 的特征值确定.

5 仿真结果及分析

5.1 Chua's 电路的同步

以 Chua's 电路为例, 其状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 8 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -13 & 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8 & 8 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} f(t, x)$$

式中: $f(t, x) = f_1(x_1) + \Delta f(t, x)$, 函数 $f_1(x_1)$ 满足

$$f_1(x_1) = m_1 x_1 + 0.5(m_0 - m_1) |x_1 + 1| + 0.5(m_1 - m_0) |x_1 - 1|$$

当 $m_0 = 1/7, m_1 = 3/7$ 时, Chua s 电路产生混沌现象. 假设 $\Delta f(t, x)$ 满足匹配条件, 并满足有界条件(6), 则

$$\Delta f(t, x) = 0.2 \sin 2\pi t$$

注意, $\Delta f(t, x) \leq 0.2$

设 Chua s 电路输出矩阵 C 和鲁棒滑模状态观测器的参数矩阵 F 分别为

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, F = [1 \quad 0]$$

为了满足矩阵 A_0 为 Hurwitz 矩阵, 取矩阵 G 为

$$G = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 8 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & - & 11 & 3 \end{bmatrix}$$

计算得: $\lambda_{\max}(A_S) = \max\{0, 0, -4\} = 0, \lambda(A_M) = \{-1, -2\}$. 根据定理 1 及式(12) 设计控制策略, 选择参数: $r_2 = 0.4, r_3 = 0.2, \alpha(t, y) = 0, \eta = 0.2, \beta = 1$. 设 Chua s 电路和观测器的初值分别为: $\hat{x}_1(0) = 1.2, x_2(0) = 0.1, x_3(0) = 0, \hat{x}_1(0) = 0.7, \hat{x}_2(0)$

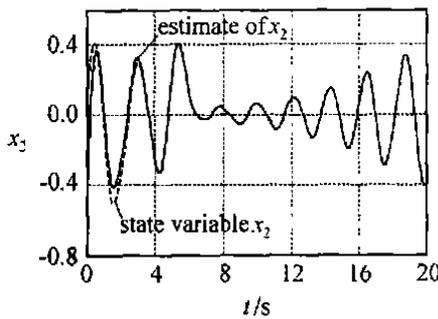


图 1 Chua s 电路状态 x_2 及其估计

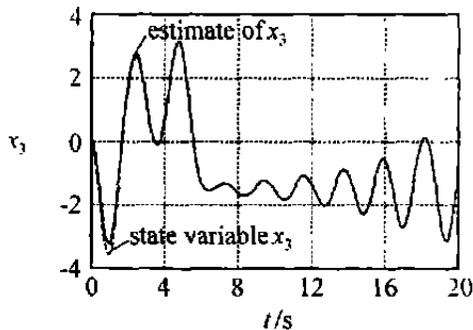


图 2 Chua s 电路状态 x_3 及其估计

$= -0.5, \hat{x}_3(0) = 0.1$. 仿真结果如图 1 和图 2 所示. 由图可见, 观测器跟踪上了系统的状态, 即实现了两个混沌系统的同步.

5.2 超混沌 Rossler 系统的同步

考虑超混沌 Rossler 系统, 其状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 25 & 1 \\ 0 & 0 & 0.05 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} f(t, x)$$

式中: $f(t, x) = f_1(x_1, x_4) + \Delta f(t, x), \Delta f(t, x)$

≤ 0.2 , 非线性项 $f_1(x_1, x_4)$ 满足 $f_1(x_1, x_4) = 3 + x_1 x_4$. 将 Rossler 系统输出矩阵 C 设计为

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

计算求得: $\lambda_{\max}(A_S) = \max\{0, 0, 0, -4\} = 0$, 矩阵 A_M 的特征值为 $\lambda(A_M) = \{-0.5, -1, -2\}$. 仿真结果如图 3 和图 4 所示. 由图可见, 误差系统的 4 个变量均收敛于零, 即实现了两个混沌系统的同步.

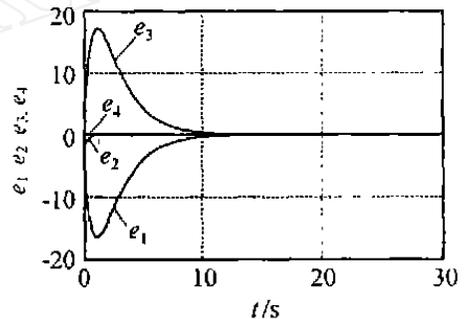


图 3 Rossler 误差系统状态 e_1, e_2, e_3 和 e_4

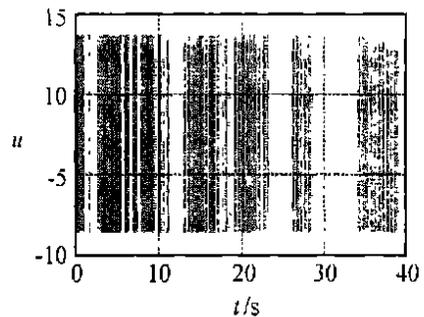


图 4 鲁棒滑模观测器的输入 u

从上述仿真结果还可以看出, 本文提出的鲁棒滑模观测器对混沌系统(1) 的干扰 $\Delta f(t, x)$ 具有鲁棒性, 能快速地估计出非线性混沌系统(1) 的状态, 实现混沌系统的同步.

(下转第 338 页)

售产品下得出的 对应于现实中的情况,由于供应商处于供需链中的优势地位,他可以采取多种方式监督零售商在销售季节销售产品,使得在零售商边际成本较大时自身也可以获得利润

6 结 论

本文以一个供应商和一个零售商的两阶段供需链为背景,运用委托-代理模型研究了当零售商的边际成本是其私有信息时供应商的最优回购策略,得到了供应商在这种情况下最优决策方案 信息结构的非对称导致分布式系统的决策偏离集中系统下的决策,因此在非对称信息的情况下供需链无法达到协调 同时,信息结构的非对称导致了系统总利润和供应商利润的下降,但零售商的利润却得到了提高 在非对称信息下,供应商提供的契约菜单值随着下游实体成本的增加而增大 因此,在供需链中,虽然通过实施适当的协调机制(本文实施回购策略)可以克服不一致激励的问题,但信息结构的非对称也会影响到系统效率的提高 所以,在供需链管理中,非对称信息结构和不一致激励应同时考虑,忽视任何一方,都会使整个系统的效率下降 由于现实中的供需链是一个横向实体间存在竞争的网状结构,考虑实体间存在竞争时非对称信息对决策的影响是今后的一个研究方向

(上接第 334 页)

6 结 论

本文提出了一种鲁棒滑模状态观测器,该观测器的参数选取不要求解大量方程,只需配置误差系统特征值,从而简化了设计过程,而且通过设计滑模,可以调整误差系统的收敛速度 将该鲁棒滑模状态观测器用于一类混沌系统,实现了两个混沌系统的同步 将本文提出的鲁棒滑模状态观测器用于一类存在参数摄动和/或干扰的混沌系统的同步具有鲁棒性 由于鲁棒滑模观测器的输入存在抖振现象,如何在保证系统鲁棒性的同时,做到控制平滑尚有待于进一步研究

参考文献(References):

- [1] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems[J]. *Physical Review Letter*, 1990, 64(8): 821-824

参考文献(References):

- [1] Pasternack B A. Optimal pricing and returns policies for perishable commodities [J]. *Marketing Science*, 1985, 4(2): 166-176
- [2] Terry A Taylor. Supply chain coordination under channel rebates with sales effort effects[J]. *Management Science*, 2002, 48(8): 992-1007
- [3] Charles J Corbett, Xavier de Groot. A supplier's optimal quantity discount policy under asymmetric information [J]. *Management Science*, 2000, 46(3): 444-450
- [4] Amy Hing-Ling Lau, Hon-Shiang Lau. Some two-echelon style-goods inventory models with asymmetric market information [J]. *European J of Operational Research*, 2001, 134(1): 29-42
- [5] Baron D, Myerson R. Regulating a monopolist with unknown costs [J]. *Econometrica*, 1982, 50(4): 911-930
- [6] Albert Y Ha. Supplier-buyer contracting: A symmetric cost information and cutoff level policy for buyer participation [J]. *Naval Research Logistics*, 2001, 48(1): 41-64
- [7] Charles J Corbett. Stochastic inventory systems in a supply chain with asymmetric information: Cycle stocks, safety stocks and consignment stock [J]. *Operations Research*, 2001, 49(4): 487-500

- [2] Carroll T L, Pecora L M. Synchronizing chaotic circuits [J]. *IEEE Trans on Circuits Systems*, 1991, 38(4): 453-456
- [3] Carroll T L, Pecora L M. Synchronizing nonautonomous chaotic circuits [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems-II*, 1993, 40(10): 646-649
- [4] Chen G. *From Chaos to Order* [M]. Singapore: World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 1998
- [5] Chua L O, Itoh M, Kocarev L, et al. Chaos synchronization in Chua's circuit [J]. *J of Circuits, Systems and Computers*, 1993, 3(1): 93-108
- [6] Liao T L, Huang N S. An observer-based approach for chaotic synchronization with applications to secure communication [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems*, 1999, 46(9): 1144-1150
- [7] Tang Y. Terminal sliding mode control for rigid robots [J]. *Automatica*, 1998, 34(1): 51-56