第 19 卷 第 3 期 控 制 与 决 策 2004 年 3 月
Vol 19 No. 3 Control and Decision Mar. 2004

文章编号: 1001-0920(2004)03-0351-04

离散模糊大系统的分散化 PDC 控制器设计: LMI 方法

张友刚[1], 向 静[2], 肖 建[1]
(西南交通大学 电气工程学院, 四川 成都 610031; 2. 西南交通大学 经济管理学院, 四川 成都 610031)

摘 要: 考虑了由 N 个相互关联的 T-S 子模糊系统组成的离散模糊大系统的分散镇定问题, 给出了保证该模糊大系统闭环渐近稳定的分散化并行分布补偿(DPDC)控制器的设计方法. 这些 DPDC 控制器的存在条件均以 LMI 的形式出现, 而 LMI 可通过 MATLAB 的 LMI 工具箱求解. 因此提供了一条综合离散模糊大系统分散化 PDC 控制器的有效途径. 仿真例子说明了所提出方法的有效性.

关键词: 模糊大系统; 分散化 PDC 控制器; LMI
中图分类号: TP273.4 **文献标识码**: A

Design of decentralized PDC controllers for discrete-time fuzzy large-scale systems: An LMI method

ZHANG You-gang[1], *XIANG Jing*[2], *XIAO Jian*[1]
(1. School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. School of Economics and Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China. Correspondent: ZHANG You-gang, E-mail: zhangyougang1@163.com)

Abstract: Decentralized stabilization problem is considered for a discrete-time fuzzy large-scale system of N interconnected T-S fuzzy subsystems. The design scheme of distributed parallel distributed compensation (DPDC) fuzzy controllers is given to ensure the asymptotic stability of the closed-loop fuzzy large-scale system. The existence conditions for the DPDC controllers take the form of LMIs, which can be solved efficiently by LMI toolbox of Matlab. A simulation example is given to show the effectiveness of the proposed method.

Key words: fuzzy large-scale system; decentralized parallel distributed compensation controllers; linear matrix inequalities

1 引 言

模糊控制以其语词计算, 能处理系统不确定性信息的特点受到了国内外学者的普遍关注[1~3]. 此外, 由于工业控制过程日趋复杂化、大型化, 大系统理论的研究也引起了人们的广泛兴趣[4~6]. 将模糊系统理论与大系统理论相结合, 考虑大系统中各个子系统均为模糊系统的情形, 利用模糊系统能有效处理系统不确定信息的特点, 可能是解决工业大系统复杂控制问题的一条有效途径. 以往的文献中有将模糊系统理论与大系统理论相结合, 研究所谓的模糊大系统[6]的报道. 文献[6]研究了离散模糊大系统的稳定性问题, 给出了模糊大系统渐近稳定性的充分条件, 但未给出模糊大系统控制器的设计方法.

本文研究该类模糊大系统的分散镇定问题, 给出了基于 LMI[7,8]的关联模糊大系统分散化并行分布补偿(DPDC)控制器的设计方法. 该方法只需求解本文给出的 LMI 形式的稳定条件便可求出这些 DPDC 控制器参数. 数值仿真例子说明了本文方法

收稿日期: 2003-02-17; **修回日期**: 2003-06-19.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69774024).
作者简介: 张友刚(1974—), 男, 贵州遵义人, 博士生, 从事计算机控制理论与控制技术、模糊控制及鲁棒控制的研究; 肖建(1950—), 男, 湖南衡阳人, 教授, 博士生导师, 从事计算机控制理论与控制技术、鲁棒控制等研究.

的有效性

2 主要结果

考虑由 N 个 T-S 模糊子系统 $F_j(j=1,2,\cdots,N)$ 组成的连续时间模糊大系统 F, 其第 j 个子模糊系统由下述状态方程表示:

$$F_j: x_j(k+1)=\sum_{i=1}^{r_j}\mu_{ij}(k)(A_{ij}x_j(k)+B_{ij}u_j(k))+\sum_{h=1,h\neq j}^{N}C_{hj}x_h(k). \tag{1}$$

其中: $x_j(k)$ 和 $u_j(k)$ 分别为第 j 个子模糊系统的状态向量和输入向量, A_{ij} 和 B_{ij} 为第 j 个子模糊系统的各个线性子系统的系统矩阵和输入矩阵, c_{hj} 为第 h 个子模糊系统和第 j 个子模糊系统的关联矩阵, r_j 为第 j 个子模糊系统的模糊规则数, $\mu_{ij}(k)$ 为第 j 个子模糊系统的归一化隶属度函数

每个孤立子系统($c_{hj}=0$) 均为 T-S 模糊系统, 假设第 j 个子系统的第 $i(i=1,2,\cdots,r_j)$ 条规则为

Rule i: If $x_{1j}(k)$ is M_{i1j}, $x_{2j}(k)$ is M_{i2j}
and $\cdots$ and $x_{gj}(k)$ is M_{igj},
Then $x_j(k+1)=A_{ij}x_j(k)+B_{ij}u_j(k)$.

其中: $M_{ipj}(p=1,2,\cdots,g)$ 为模糊集合; $x_{1j}(k)$, $x_{2j}(k),\cdots,x_{gj}(k)$ 为前提变量 其全局模型为

$$x_j(k+1)=\frac{\sum_{i=1}^{r_j}\omega_j(k)(A_{ij}x_j(k)+B_{ij}u_j(k))}{\sum_{i=1}^{r_j}\omega_j(k)}=\sum_{i=1}^{r_j}\mu_{ij}(k)(A_{ij}x_j(k)+B_{ij}u_j(k)). \tag{2}$$

其中

$$\omega_j(k)=\prod_{p=1}^{g}M_{ipj}(x_{pj}(k)),\ \mu_{ij}(k)=\frac{\omega_j(k)}{\sum_{i=1}^{r_j}\omega_j(k)},$$

$$\mu_{ij}(k)\geq 0,\ \sum_{i=1}^{r_j}\mu_{ij}(k)=1. \tag{3}$$

对该关联模糊大系统设计分散化 PDC 控制器[3], 即

$$u_j(k)=\sum_{i=1}^{r_j}\mu_{ij}(k)F_{ij}x_j(k),\ j=1,2,\cdots,N, \tag{4}$$

则加上关联项的模糊大系统的闭环方程为

$$x_j(k+1)=\sum_{i=1}^{r_j}\sum_{f=1}^{r_j}\mu_{ij}(k)\mu_{fj}(k)(A_{ij}+B_{ij}F_{fj})x_j(k)+\sum_{h=1,h\neq j}^{N}C_{hj}x_h(k),\ j=1,2,\cdots,N. \tag{5}$$

本文主要考虑由式(5) 描述的离散时间关联模糊大系统闭环状态方程的稳定性问题 下面给出式(5) 渐近稳定的充分条件:

定理1 若存在正定对称矩阵 P_j 和控制器矩阵 F_{ij}, 使得如下矩阵不等式(MI) 成立:

$$G_{iij}^{T}P_jG_{iij}+\sum_{h=1,h\neq j}^{N}C_{jh}^{T}P_hC_{jh}-\frac{1}{N}P_j<0,$$
$$j=1,2,\cdots,N,\ i=1,2,\cdots,r_j; \tag{6}$$

$$\frac{G_{ifj}^{T}P_jG_{ifj}+G_{fij}^{T}P_jG_{fij}}{2}+\sum_{h=1,h\neq j}^{N}C_{jh}^{T}P_hC_{jh}-\frac{1}{N}P_j<0,$$
$$j=1,2,\cdots,N,\ f=1,2,\cdots,r_j,\ i<f. \tag{7}$$

则模糊大系统 F(1) 在分散化 PDC 控制律(4) 作用下为闭环(5) 渐近稳定 式中 $G_{iij}=A_{ij}+B_{ij}F_{ij}$, $G_{ifj}=A_{ij}+B_{ij}F_{fj}$.

证明 考虑李亚普诺夫函数

$$V(k)=\sum_{j=1}^{N}x_j(k)^{T}P_jx_j(k).$$

其中 $P_j>0, j=1,2,\cdots,N$. 因此 $V(k)>0,\ \forall k$. 而

$$\Delta V(k)=V(k+1)-V(k)=$$
$$\sum_{j=1}^{N}x_j(k+1)^{T}P_jx_j(k+1)-\sum_{j=1}^{N}x_j(k)^{T}P_jx_j(k)=$$
$$\sum_{j=1}^{N}\Big\{\Big[\sum_{i=1}^{r_j}\sum_{f=1}^{r_j}\mu_{ij}(k)\mu_{fj}(k)x_j^{T}(k)G_{ifj}^{T}\Big]P_j\times\Big[\sum_{i=1}^{r_j}\sum_{f=1}^{r_j}\mu_{ij}(k)\mu_{fj}(k)G_{ifj}x_j(k)\Big]\Big\}+$$
$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{r_j}\sum_{f=1}^{r_j}\sum_{h=1,h\neq j}^{N}\mu_{ij}(k)\mu_{fj}(k)\times[x_j^{T}(k)G_{ifj}^{T}P_jC_{hj}x_h(k)+x_h^{T}(k)C_{hj}^{T}P_jG_{ifj}x_j(k)]+$$
$$\sum_{j=1}^{N}\Big\{\Big[\sum_{h=1,h\neq j}^{N}x_h^{T}(k)C_{hj}^{T}\Big]P_j\Big[\sum_{h=1,h\neq j}^{N}C_{hj}x_h(k)\Big]\Big\}-\sum_{j=1}^{N}x_j(k)^{T}P_jx_j(k)\leq$$
$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{r_j}\sum_{f=1}^{r_j}\mu_{ij}(k)\mu_{fj}(k)x_j^{T}(k)G_{ifj}^{T}P_jG_{ifj}x_j(k)+$$
$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{r_j}\sum_{f=1}^{r_j}\sum_{h=1,h\neq j}^{N}\mu_{ij}(k)\mu_{fj}(k)\times[x_j^{T}(k)G_{ifj}^{T}P_jG_{ifj}x_j(k)+x_j^{T}(k)C_{jh}^{T}P_hC_{jh}x_j(k)]+$$
$$(N-1)\sum_{j=1}^{N}\sum_{h=1,h\neq j}^{N}x_j^{T}(k)C_{jh}^{T}P_hC_{jh}x_j(k)=$$

$$N\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{r_j}\mu_{ij}^2(k)x_j^T(k)\Big[G_{iij}^T P_j G_{iij} + \sum_{h=1,h\neq j}^{N} C_{jh}^T P_h C_{jh} - \frac{1}{N}P_j\Big]x_j(k) + 2N\sum_{j=1}^{N}\sum_{i<f}^{r_j}\mu_{ij}(k)\mu_{fj}(k)x_j^T(k)\times\Big[\frac{G_{ifj}^T P_j G_{ifj} + G_{fij}^T P_j G_{fij}}{2} + \sum_{h=1,h\neq j}^{N} C_{jh}^T P_h C_{jh} - \frac{1}{N}P_j\Big]x_j(k).$$

因此若定理 1 中的条件成立, 则 $\Delta V(k) < 0$, 闭环模糊大系统 F(5) 渐近稳定. □

由 Schur 补引理[7], 可将定理 1 中的矩阵不等式条件(MI) 转化为线性矩阵不等式(LMI) 形式.

定理 2　若存在正定对称矩阵 P_j^{-1} 和矩阵 M_{ij}, 使得如下 LMI 条件成立:

$$\begin{bmatrix}
-\frac{1}{N}P_j^{-1} & P_j^{-1}C_{j1}^T & \cdots & P_j^{-1}C_{jj-1}^T & \Omega_{ij}^T & P_j^{-1}C_{jj+1}^T & \cdots & P_j^{-1}C_{jN}^T \\
C_{j1}P_j^{-1} & -P_1^{-1} & & & & & & \\
\vdots & & -P_2^{-1} & & & & & \\
C_{jj-1}P_j^{-1} & & & & & & & \\
\Omega_{ij} & & & & \ddots & & & \\
C_{jj+1}P_j^{-1} & & & & & & & \\
\vdots & & & & & & \ddots & \\
C_{jN}P_j^{-1} & & & & & & & -P_N^{-1}
\end{bmatrix} < 0,\ j = 1,2,\cdots,N,\ i = 1,2,\cdots,r_j; \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix}
-\frac{1}{N}P_j^{-1} & P_j^{-1}C_{j1}^T & \cdots & P_j^{-1}C_{jj-1}^T & \frac{1}{\sqrt{2}}\Omega_{ifj}^T & \frac{1}{\sqrt{2}}\Omega_{fij}^T & P_j^{-1}C_{jj+1}^T & \cdots & P_j^{-1}C_{jN}^T \\
C_{j1}P_j^{-1} & -P_1^{-1} & & & & & & & \\
\vdots & & \ddots & & & & & & \\
C_{jj-1}P_j^{-1} & & & -P_{j-1}^{-1} & & & & & \\
\frac{1}{\sqrt{2}}\Omega_{ifj} & & & & -P_j^{-1} & & & & \\
\frac{1}{\sqrt{2}}\Omega_{fij} & & & & & -P_j^{-1} & & & \\
C_{jj+1}P_j^{-1} & & & & & & -P_{j+1}^{-1} & & \\
\vdots & & & & & & & \ddots & \\
C_{jN}P_j^{-1} & & & & & & & & -P_N^{-1}
\end{bmatrix} < 0,$$

$$j = 1,2,\cdots,N,\ f = 1,2,\cdots,r_j,\ i < f. \tag{9}$$

式中: $M_{ij} = F_{ij}P_j^{-1}$, $M_{fj} = F_{fj}P_j^{-1}$, $\Omega_{ij} = A_{ij}P_j^{-1} + B_{ij}M_{ij}$, $\Omega_{ifj} = A_{ij}P_j^{-1} + B_{ij}M_{fj}$, $\Omega_{fij} = A_{fj}P_j^{-1} + B_{fj}M_{ij}$. 则模糊大系统 F(1) 在分散化 PDC 控制律(4) 作用下为闭环(5) 渐近稳定, 控制器参数可通过 $F_{ij} = M_{ij}P_j$ 求取.

3　数值例子

考虑由 3 个子 T-S 模糊系统组成的离散时间模糊大系统, 系统参数为

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.15 \\ 0 & 0.42 \end{bmatrix},\ A_{21} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 0.8 \end{bmatrix},$$

$$B_{11} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ B_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ C_{21} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_{31} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.01 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ A_{12} = \begin{bmatrix} 0.325 & 0 \\ 0.04 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.5 \\ 0.61 & 0 \end{bmatrix},\ B_{12} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix},\ B_{22} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ C_{32} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$A_{13} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix},\ A_{23} = \begin{bmatrix} 0.33 & 0 \\ 0 & 0.41 \end{bmatrix},$$

$$B_{13} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},\ B_{23} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.2 & 0.1 \end{bmatrix},\ C_{23} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

各个子 T-S 模糊系统的隶属度函数为

$$M_{111}(x_{11}(k)) = \exp[-2x_{11}^2(k)],$$

$$M_{211}(x_{11}(k)) = 1 - M_{111}(x_{11}(k)),$$

$$M_{112}(x_{12}(k)) = \frac{1}{1+\exp[-x_{12}(k)]},$$

$$M_{212}(x_{12}(k)) = 1 - M_{112}(x_{12}(k)),$$

$$M_{113}(x_{13}(k)) = \frac{1}{1+\exp(-2x_{13}(k))},$$

$$M_{213}(x_{13}(k)) = 1 - M_{113}(x_{13}(k)).$$

利用Matlab的LMI工具箱中的函数"feasp"求解定理2中的LMI条件,可得出使该关联模糊大系统闭环渐近稳定的分散化PDC控制器为

$$F_{11} = [-0.0388 \quad -0.4100],$$

$$F_{21} = [-0.0376 \quad -0.5142],$$

$$F_{12} = [0.4710 \quad 0.3834],$$

$$F_{22} = [0.5258 \quad 0.4084],$$

$$F_{13} = [-0.0233 \quad -0.0600],$$

$$F_{23} = [0.0329 \quad -0.0590].$$

4 结 语

本文考虑了离散模糊大系统的分散镇定问题,整个模糊大系统由N个相互关联的子T-S模糊系统构成.基于李亚普诺夫稳定性理论及大系统分散控制理论,给出了保证该模糊大系统闭环渐近稳定的分散化并行分布补偿(PDC)控制器的设计方法.这些分散控制器的存在条件均以LMI的形式出现,因此可通过MATLAB的LMI工具箱有效地对其进行求解.数值仿真例子说明了本文方法的有效性.

参考文献(References):

[1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1985, 15(1): 116-132.

[2] Tanaka K, Sugeno M. Stability analysis and design of fuzzy control systems[J]. *Fuzzy Sets Systems*, 1992, 45(2): 136-156.

[3] Wang H O, Tanaka T, Griffin M F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 14-23.

[4] 陈跃鹏,张庆灵,张国峰.具有对称结构的广义大系统的H_∞分散控制和二次能稳[J].东北大学学报(自然科学版),2000,21(6):675-677.
(Chen Y P, Zhang Q L, Zhang G F. Decentralized H_∞ control and quadratic stabilization for large-scale descriptor symmetric composite systems [J]. *J of Northeastern University (Natural Science)*, 21(6): 675-677.)

[5] Yan X G, Dai G Z. decentralized output feedback robust control for nonlinear large-scale systems[J]. *Automatica*, 1998, 34(11): 1469-1472.

[6] Hsiao F H, Hwang J D. Stability analysis of fuzzy large-scale systems[J]. *IEEE Trans on Systems Man and Cybernetics*, 2001, 32(1): 122-126.

[7] Boyd S, Ghaoui L, Feron E, et al. *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory* [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

[8] Gahinet P, Nemirovski A, Laub A J, et al. *LMI Control Toolbox*[M]. Natick: Mathworks, 1995.

(上接第350页)

设计有理式前馈神经网络的拓扑结构为1-8-1,即输入层只有1个神经元,隐层有18个神经元(分子、分母和整合层均有6个神经元),输出层有1个神经元.经过42 718次学习之后,网络的输出误差为0.001 003 833 847 214 56,如图2所示.

5 结 论

有理式前馈神经网络是传统前馈神经网络的一般形式,传统前馈神经网络所具有的性质(如函数逼近和计算能力等)也适用于有理式前馈神经网络.就计算复杂度而言,有理式前馈神经网络BP算法与前馈神经网络BP算法相比是同阶的.

参考文献(References):

[1] Shah J V, Poon Chi-Sang. Linear independence of internal representations in multilayer perceptrons[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1999, 10(1): 10-18.

[2] Fahlman S E, Lebiere C. The cascade-correlation learning architecture [A]. *Advance in Neural Information Processing System* [C]. San Mateo: Morgan Kaufmann, 1994: 524-532.

[3] Fukushima K. Neocognitron: A new algorithm for pattern recognition tolerant of deformations and shifts in position[J]. *Pattern Recognition*, 1982, 15(6): 455-469.

[4] 梁久祯,何新贵.模糊神经网络逼近理论及学习算法研究[D].北京:北京航空航天大学,2001:6-11.