

文章编号: 1001-0920(2004)03-0257-05

非线性系统的直接自适应输出反馈监督模糊控制

佟绍成¹, 柴天佑²

(1. 辽宁工学院 数理系, 辽宁 锦州 121001; 2 东北大学 自动化研究中心, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 针对一类单输入单输出非线性不确定系统, 提出一种稳定的直接自适应模糊输出反馈监督控制算法。该算法不需要系统的状态完全可测的假设条件, 监督控制不仅迫使系统的状态在指定的集合内, 而且当模糊自适应控制处于良好的工作状态时, 监督控制可以关闭。证明了整个模糊自适应输出反馈控制算法可以保证闭环系统稳定。

关键词: 非线性系统; 模糊自适应; 反馈控制; 监督控制; 稳定性分析

中图分类号: TP273.4 **文献标识码:** A

Direct adaptive fuzzy output feedback control for uncertain nonlinear systems

TONG Shao-cheng¹, CHAI Tian-you²

(1. Department of Mathematics and Physics, Liaoning Institute of Technology, Jinzhou 121001, China; 2 Automatic Research Center Northeastern University, Shenyang 110004, China Correspondent: TONG Shao-cheng, E-mail: jztsc@eyou.com)

Abstract: An observer-based direct adaptive fuzzy control with supervisory mode for a class of unknown nonlinear systems is developed. The proposed approach does not need the availability of the state variables. Moreover, a supervisory controller is appended to fuzzy adaptive controller to force the state to be within the constraint set. If the fuzzy adaptive controller can not maintain the stability, the supervisory controller is activated to guarantee the stability. On the other hand, if the fuzzy adaptive controller works well, the supervisory controller is inactivated. The overall adaptive control scheme guarantees the stability of the whole closed-loop systems.

Key words: nonlinear systems; adaptive fuzzy; feedback control; supervisory control; stability analysis

1 引言

Wang^[1]于 1993 年首先提出了非线性自适应模糊控制算法, 并基于李亚普诺夫方法给出了闭环系统的稳定性分析, 从而为研究非线性系统的模糊控制问题开辟了新的途径。近年来, 国内外学者在非线性和模糊自适应控制方面进行了深入的研究, 并提出了许多非线性直接和间接自适应模糊控制算法^[2~7]。但这些自适应模糊控制算法以及系统的稳定性分析, 大都假设非线性系统的状态可测, 因此它

们属于状态反馈控制范畴, 不能解决状态不可测的非线性系统的控制问题。

本文在文献[1]的基础上, 针对状态变量不完全可测的单输入单输出非线性系统, 提出一种基于观测器的直接自适应模糊输出控制方法。整个控制器由两部分构成, 一部分是起主要作用的模糊自适应控制器; 另一部分是起补偿作用的监督控制, 它与模糊自适应控制器并行设计。如果仅应用模糊自适应控制器, 受控非线性系统将趋于不稳定, 而采用监督

收稿日期: 2003-02-13; 修回日期: 2003-04-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60274019); 国家 973 规划资助项目(2002CB312200)

作者简介: 佟绍成(1960—), 男(满族), 辽宁锦州人, 副校长, 教授, 博士, 从事自适应控制等研究; 柴天佑(1947—), 男, 甘肃兰州人, 中国工程院院士, 教授, 博士生导师, 从事复杂工业过程建模、优化与控制等研究

控制与模糊自适应控制器相结合的方法将使线性系统趋于稳定 另外,当模糊自适应控制处于良好的工作状态时,监督控制关闭 基于李亚普诺夫函数方法,证明了所提出的直接自适应模糊输出控制算法能保证闭环系统稳定,并能取得良好的控制性能

2 模型描述及控制问题

考虑如下非线性系统^[1,2]:

$$\dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + bu, y = x. \quad (1)$$

其中: f 是未知的连续函数; b 是未知常数; $x = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in R^n$ 是系统的状态向量, 假设它不是完全可测的; $u \in R$ 和 $y \in R$ 分别是系统的输入和输出

系统(1) 等价于

$$\dot{\hat{x}} = A \hat{x} + B (f(x) + bu), y = C^T \hat{x} \quad (2)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

假设 y_m 是有界的参考信号, 且具有 1 到 $n - 1$ 阶导数; $e = y_m - y$ 是系统的跟踪误差; \hat{x} 是 x 的估计. 引入记号

$$\begin{aligned} y_m &= [y_m, \dot{y}_m, \dots, y_m^{(n-1)}]^T, \\ e &= y_m - y = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T, \\ \hat{e} &= y_m - \hat{y} = [\hat{e}, \dot{\hat{e}}, \dots, \hat{e}^{(n-1)}]^T, \\ \tilde{e} &= e - \hat{e} \end{aligned}$$

控制目标是在系统的状态不可测的条件下, 利用 $e = y_m - y$ 和模糊逻辑系统设计直接模糊自适应监督控制, 使闭环系统稳定, 跟踪误差 $e = y_m - y$ 尽可能小

如果系统(1) 的状态向量 x 是完全可测的, 那么由文献[1], 可设计直接自适应模糊状态反馈控制为

$$u = u(x|\hat{\theta}) + u_s(x). \quad (3)$$

这里 $u(x|\hat{\theta}) = \hat{\theta}^T \psi(x)$ 是模糊逻辑系统, 它可以用于在线逼近如下模糊控制器:

$$u^*(x) = \frac{1}{b} [-f(x) + y_m^{(n)} + K_c^T e], \quad (4)$$

其中 u_s 是一个监督控制 如果参数自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma e^T P B \psi(x), \quad (5)$$

则整个模糊控制方案(4) 和(5) 可保证闭环系统稳定^[1].

如果系统的状态变量 x 不可测, 则设计直接模糊控制器为

$$u = \hat{u}(x|\hat{\theta}) + u_s(x), \quad (6)$$

其中 $\hat{u}(x|\hat{\theta}) = \hat{\theta}^T \psi(x)$ 用来逼近模糊控制器

$$u^*(x) = \frac{1}{b} [-f(x) + y_m^{(n)} + K_c^T e], \quad (7)$$

$K_c^T = [k_n^c, k_{n-1}^c, \dots, k_1^c]$ 是反馈增益, 选择 K_c 使得 $A - B K_c^T$ 是稳定的矩阵; u_s 是后面要给出的监督控制

把式(7) 代入(2), 得

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= f(x) + b(u(x|\hat{\theta}) + u_s(x)) - bu^*(x) + bu^*(x) = \\ &= y_m^{(n)} + K_c^T e + bu_s(x) + b(u(x|\hat{\theta}) - u^*(x)). \end{aligned} \quad (8)$$

把式(6) 代入(8), 得

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A e - B K_c^T e + B b[(u^*(x) - u(x|\hat{\theta})) - B bu_s(x)], \\ e &= C^T e \end{aligned} \quad (9)$$

设计跟踪误差的观测器为

$$\dot{\tilde{e}} = A \tilde{e} - B K_c^T \tilde{e} + K_0(e - \hat{e}), \hat{e} = C^T \tilde{e} \quad (10)$$

其中 $K_0^T = [k_1^0, k_2^0, \dots, k_n^0]$ 是观测器增益矩阵, 选择 K_0 使得 $A - K_0 C^T$ 是稳定的矩阵

由式(9) 和(10), 得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{e}} &= (A - K_0 C^T) \tilde{e} + B b[(u^*(x) - u(x|\hat{\theta})) - B bu_s(x)], \\ \tilde{e} &= C^T \tilde{e} \end{aligned} \quad (11)$$

3 自适应输出反馈监督控制设计与稳定性分析

考虑如下李亚普诺夫函数:

$$V_1 = \frac{1}{2b} \tilde{e}^T P \tilde{e}, \quad (12)$$

其中正定矩阵 P 满足如下李亚普诺夫方程:

$$(A - K_0 C^T)^T P + P (A - K_0 C^T) = -Q.$$

求 V_1 对时间的导数, 并由式(11) 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{1}{2b} \dot{\tilde{e}}^T P \tilde{e} + \frac{1}{2b} \tilde{e}^T P \dot{\tilde{e}} \\ &= \frac{1}{2b} \tilde{e}^T P Q \tilde{e} + \tilde{e}^T P B [(u^*(x) - u(x|\hat{\theta})) - \tilde{e}^T P B u_s(x)] \end{aligned}$$

$$- \frac{1}{2b} \tilde{e}^T P Q \tilde{e} + |\tilde{e}^T P B| [|u^*(x)| + |\hat{u}(x|\hat{\theta})| - \tilde{e}^T P B u_s(\hat{x})] \quad (13)$$

为了使监督控制器 u_s 保证 $\dot{V}_1 \leq 0$, 需作如下假设:

假设 1 存在一个函数 $f^U(x)$ 和一个常数 b_L , 使得 $|f(x)| \leq f^U(x) \leq f^U(\hat{x}), 0 < b_L \leq b$

将监督控制取为如下形式:

$$u_s(x) = I_1^* \operatorname{sgn}(\tilde{e}^T P B) [|\hat{u}(x|\hat{\theta})| + \frac{1}{b_L} (|f^U(\hat{x})| + |y_m^{(n)}| + |K_c^T \hat{e}|)] \quad (14)$$

如果 $V_1 \leq \bar{V}$, 则 $I_1^* = 1$; 如果 $V_1 > \bar{V}$, 则 $I_1^* = \alpha \bar{V}$ 是设计者给定的设计参数

考虑 $V_1 > \bar{V}$ 的情况, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= - \frac{1}{2b} \tilde{e}^T Q \tilde{e} + |\tilde{e}^T P B| [\frac{1}{b_L} (|f^U(\hat{x})| + |y_m^{(n)}| + |K_c^T \hat{e}|) + |\hat{u}(x|\hat{\theta})|] - |\hat{u}(x|\hat{\theta})| - [\frac{1}{b_L} (|f^U(\hat{x})| + |y_m^{(n)}| + |K_c^T \hat{e}|)] \\ &\leq - \frac{1}{2b_L} \tilde{e}^T Q \tilde{e} - \alpha \end{aligned} \quad (15)$$

由此可见, 如果使用监督控制 $u_s(x)$, 总能保证 $V_1 \leq \bar{V}$. 又因为 $P > 0$, 所以 V_1 的有界性隐含着 \tilde{e} 的有界性. 根据式(10), \tilde{e} 的有界性隐含着 e 的有界性, 进而隐含着 x 的有界性

定义优化参数向量 $\hat{\theta}^*$ 和模糊逼近误差 w 分别如下:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}^* &= \arg \min_{\hat{\theta}} \{ \sup_{x \in U_1, x \in U_2} |u^*(x) - u(x|\hat{\theta})| \}, \\ w &= u^*(x) - \hat{u}(x|\hat{\theta}^*). \end{aligned} \quad (16)$$

把 $u(x|\hat{\theta}) = \hat{\theta}^T \Psi(x)$ 代入式(11), 得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{e}} &= (A - K_0 C^T) \tilde{e} + B b [\hat{\theta}^T \Psi(x) + w] - B b u_s(\hat{x}), \\ \tilde{e} &= C^T \tilde{e} \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $\hat{\theta} = \hat{\theta}^* - \hat{\theta}$ 是参数误差向量

假设 \hat{P} 和 \hat{P} 是满足如下矩阵方程的正定解:

$$\begin{aligned} (A - B K_c^T)^T \hat{P} + \hat{P} (A - B K_c^T) + 2 \hat{P} K_c K_c^T \hat{P} &= -Q; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{cases} (A - K_0 C^T)^T \hat{P} + \hat{P} (A - K_0 C^T) + \hat{P} (A - K_0 C^T)^T + 2 C C^T = -Q_1, \\ \hat{P} B = C. \end{cases} \quad (19)$$

注意到 $\tilde{e} P B = C^T \tilde{e} = \tilde{e}$ 和 $\tilde{e} = y_m - y - \hat{e}$ 是可以利

用的, 而且假设矩阵方程(18)和(19)存在正定矩阵, 所以, 设计 $\hat{u}_s(x)$ 及 $\hat{\theta}$ 的自适应律为

$$u = \hat{u}(x|\hat{\theta}) + u_s(x), \quad (20)$$

$$u_s(x) = I_1^* \operatorname{sgn}(\tilde{e}^T P B) [|\hat{u}(x|\hat{\theta})| + \frac{1}{b_L} (|f^U(\hat{x})| + |y_m^{(n)}| + |K_c^T \hat{e}|)], \quad (21)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma \tilde{e}^T P B \Psi(\hat{x}) = \gamma \tilde{e} \Psi(\hat{x}). \quad (22)$$

整个模糊自适应控制方案具有如下性质:

定理 1 对于非线性系统(1), 假设 $\int_0^T |w|^2 dt < \infty$

, 如果采用模糊控制器(20)和监督控制(21), 参数向量的自适应律为(22), 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e} = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e} = 0$

证明 选择李亚普诺夫函数为

$$V = \frac{1}{2} \tilde{e}^T \hat{P} \tilde{e} + \frac{1}{2b} \tilde{e}^T P \tilde{e} + \frac{1}{2\gamma} \hat{\theta}^T \hat{\theta} \quad (23)$$

求 V 对时间的导数, 并由式(9)和(15)及 $\dot{\hat{\theta}} = \gamma \tilde{e} \Psi(\hat{x})$ 得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} \tilde{e}^T [(A - B K_c^T)^T \hat{P} + \hat{P} (A - B K_c^T)] \tilde{e} + \tilde{e}^T \hat{P} K_0 C^T \tilde{e} + \frac{1}{2b} \tilde{e}^T [(A - K_0 C^T)^T \hat{P} + \hat{P} (A - K_0 C^T)] \tilde{e} + \tilde{e}^T P B w - \tilde{e}^T P B u_s + \tilde{e}^T P B \hat{\theta}^T \Psi(\hat{x}) - \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{\theta}}^T \hat{\theta} \\ &= \frac{1}{2} \tilde{e}^T [(A - B K_c^T)^T \hat{P} + \hat{P} (A - B K_c^T) + \hat{P} K_0 K_0^T \hat{P}] \tilde{e} + \tilde{e}^T \hat{P} K_0 K_0^T \hat{P} \tilde{e} + \tilde{e}^T C C^T \tilde{e} + \frac{1}{2b} \tilde{e}^T [(A - K_0 C^T)^T \hat{P} + \hat{P} (A - K_0 C^T)] \tilde{e} + \tilde{e}^T P B w - \tilde{e}^T P B u_s + \tilde{e}^T P B \hat{\theta}^T \Psi(\hat{x}) - \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{\theta}}^T \hat{\theta} \\ &= \frac{1}{2} \tilde{e}^T [(A - B K_c^T)^T \hat{P} + \hat{P} (A - B K_c^T) + 2 \hat{P} K_0 K_0^T \hat{P}] \tilde{e} + \frac{1}{2b} \tilde{e}^T [(A - K_0 C^T)^T \hat{P} + \hat{P} (A - K_0 C^T) + C C^T] \tilde{e} + \tilde{e}^T P B w - \tilde{e}^T P B u_s + \tilde{e}^T P B \hat{\theta}^T \Psi(\hat{x}) - \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{\theta}}^T \hat{\theta} \end{aligned} \quad (24)$$

由于 $\tilde{e}^T P B u_s \leq 0$, 把式(18)和(19)及 $\hat{\theta}$ 的表达式代入(24), 得

$$\dot{V} \leq - \frac{1}{2} \tilde{e}^T Q \tilde{e} - \frac{1}{2b_L} \tilde{e}^T Q_1 \tilde{e} + \tilde{e}^T P B w. \quad (25)$$

对式(25)进行数学处理, 得

$$\dot{V} =$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{2} \hat{e}^T Q \hat{e} - \frac{1}{2b_L} \hat{e}^T Q_1 \hat{e} + \frac{1}{2} \hat{e}^T \hat{e} - \\
 & \frac{1}{2} [\hat{e}^T \hat{e} - 2\hat{e}^T P B w + w^T B^T P P B w] + \\
 & \frac{1}{2} w^T B^T P P B w \\
 & - \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2} \hat{e}^2 - \frac{\lambda_{\min}(Q_1) - 1}{2b_L} \hat{e}^2 + \\
 & \frac{1}{2} P B w^2. \tag{26}
 \end{aligned}$$

令 $\alpha = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2}, \frac{\lambda_{\min}(Q_1) - 1}{2b_L} \right\}$, $\beta = P B$, $E^T = [\hat{e}^T, \hat{w}^T]$, 则式(26) 变成

$$\dot{V} = -\alpha E^2 + \beta w^2. \tag{27}$$

对式(27) 积分, 得

$$\int_0^t E^2 dt = \frac{1}{\alpha} V(0) + \frac{\alpha}{\beta} \int_0^t w^2 dt \tag{28}$$

如果 $w \in L_2$, 则由式(28) 得 $E \in L_2$. 因为 $\dot{E} \in L$, 根据Barbalat引理推出 $\lim_{t \rightarrow \infty} E = 0$, 进而得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e} = 0$ 和 $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{w} = 0$, 因此定理 1 成立

4 仿 真

例 1 考虑文献[2] 给出的非线性系统

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2, \\
 \dot{x}_2 &= -0.1x_2 - x_1^3 + 12\cos t + u + d, \\
 y &= x_1. \tag{29}
 \end{aligned}$$

式中: $f = -0.1x_2 - x_1^3 + 12\cos t$; $b = 1$; d 是振幅为 ± 1 , 周期为 2π 的方波

如果 $u = 0$, 则系统是混沌的. 应用本文方法控制系统(29) 的两个状态分别跟踪参考信号 $y_m(t) = \sin t$ 和 $\dot{y}_m = \cos t$. 显然假设条件的 f^U 和 b_L 分别为

$$\begin{aligned}
 f^U(x_1, x_2) &= 12 + |x_1|^3 \\
 b_L &= 0.6
 \end{aligned}$$

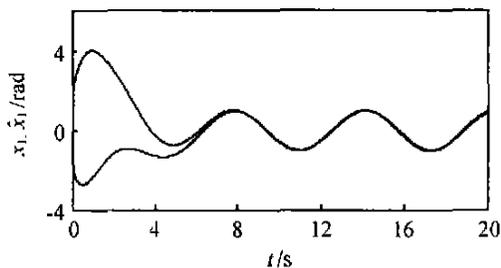
为变量 \hat{x}_1 和 \hat{x}_2 定义如下隶属函数:

$$\begin{aligned}
 \mu_{N_1}(\hat{x}_i) &= 1/(1 + \exp(5(\hat{x}_i + 2))), \\
 \mu_{N_2}(\hat{x}_i) &= \exp(-(\hat{x}_i + 1.5)^2), \\
 \mu_{N_3}(\hat{x}_i) &= \exp(-(\hat{x}_i + 0.5)^2), \\
 \mu_{P_1}(\hat{x}_i) &= \exp(-(\hat{x}_i - 0.5)^2), \\
 \mu_{P_2}(\hat{x}_i) &= \exp(-(\hat{x}_i - 1.5)^2), \\
 \mu_{P_3}(\hat{x}_i) &= 1/(1 + \exp(-5(\hat{x}_i - 2))).
 \end{aligned}$$

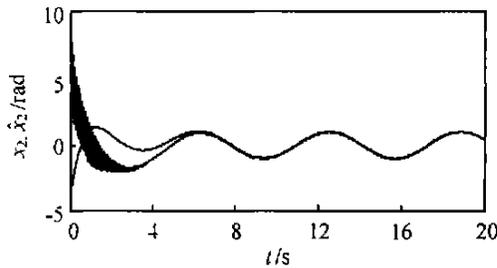
观测器和反馈增益矩阵分别选为 $K_0^T = [89.184]$, $K_c^T = [1.2]$, 给定正定矩阵

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 13 \\ 13 & 28 \end{bmatrix}, Q_1 = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}.$$

通过解矩阵方程(18) 和(19), 得到正定矩阵 \hat{P} 和 P . 取 $\gamma = 83, \bar{V} = 1.5$, 初始条件为 $x_1(0) = x_2(0) = 2$, $\hat{x}_1(0) = \hat{x}_2(0) = 3.5, \theta(0) = 0$. 图 1 和图 2 为仅用模糊自适应控制器的仿真结果

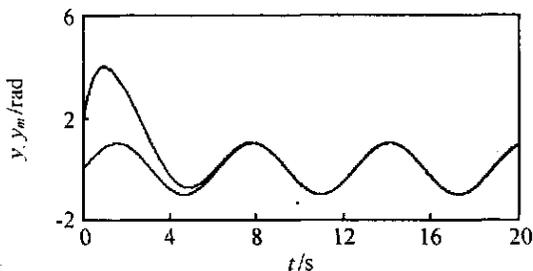


(a) x_1 及其估计 \hat{x}_1

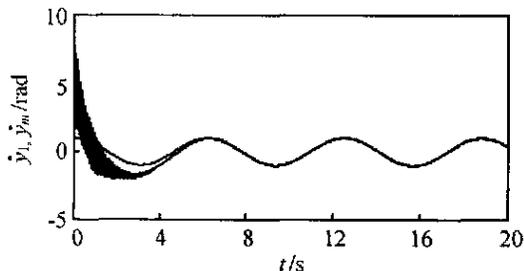


(b) x_2 及其估计 \hat{x}_2

图 1 系统的状态和估计曲线



(a) 输出 y 和 y_m



(b) y_1 和 \dot{y}_m

图 2 输出跟踪及其参考信号曲线

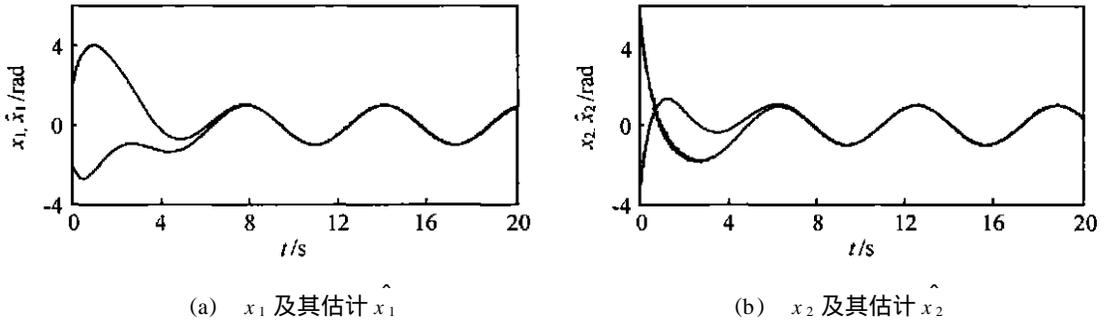


图 3 增加监督控制后系统的状态和估计曲线

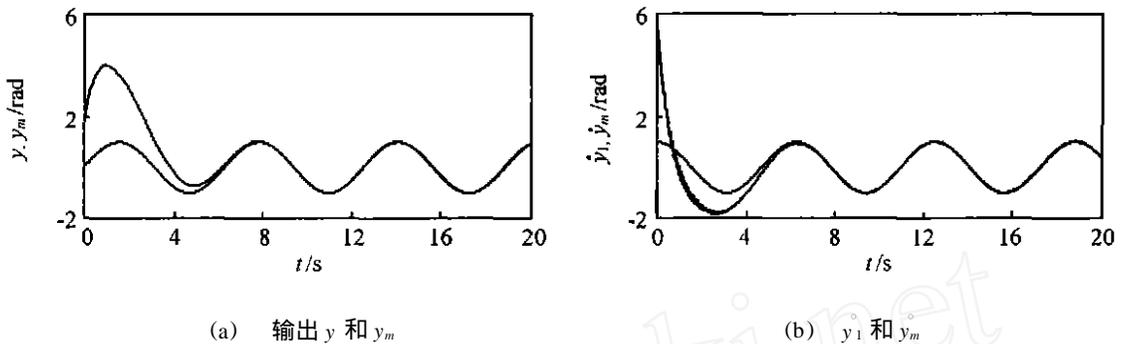


图 4 增加监督控制后输出跟踪及其参考信号曲线

从图 1 和图 2 可以看出, 在控制的过渡过程 $t=6$ s 时, 状态的估计和控制跟踪曲线的效果不理想。为了说明监督控制器的作用, 在 $0 \sim 6$ s 时, 加入监督控制器, 其仿真结果如图 3 和图 4 所示。从图 3 和图 4 可以看出, 通过增加监督控制, 在 $t=4$ s 的时间内, 改善了系统的状态估计和跟踪误差。

5 结 论

本文针对一类状态不可测的非线性不确定系统, 提出了一种直接自适应模糊输出反馈监督控制算法。该算法与现有算法的根本区别在于, 它不需要系统的状态变量可测的条件, 而通过观测器获得它的估计值。证明了所提出的模糊自适应控制算法可以保证闭环系统是稳定的, 跟踪误差渐近趋于零。

参考文献(References):

[1] Wang L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1993, 1(2): 146-155.
 [2] Sue C Y, Stepanenko Y. Adaptive control of a class of nonlinear systems with fuzzy logic[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1994, 2(2): 285-294.
 [3] Chen B S, Lee C H, Chang Y C. H_∞ tracking design of

uncertain nonlinear SISO system: A daptive fuzzy approach[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1996, 4(2): 32-43.

[4] Spooner J T, Passino K M. Stable adaptive control of a class of nonlinear systems and neural network [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1996, 4(4): 339-359.
 [5] 张乃尧, 金晖. 对稳定的模糊自适应控制方案的研究与改进[J]. *自动化学报*, 1997, 23(2): 160-166.
 (Zhang T R, Jin H. Study and improve for the stable fuzzy adaptive control scheme [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1997, 23(2): 160-166.)
 [6] 张天平, 冯纯伯. 一类非线性系统的自适应模糊滑模控制[J]. *自动化学报*, 1997, 23(2): 361-369.
 (Zhang T P, Feng C B. Adaptive fuzzy control of nonlinear systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1997, 23(3): 361-369.)
 [7] Tong S C, Chai T Y. Fuzzy adaptive control for a class of nonlinear systems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 101(2): 31-39.
 [8] Chai T Y, Tong S C. Fuzzy direct adaptive control for a class of nonlinear systems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 103(3): 379-389.