

文章编号: 1001-0920(2004)03-0262-05

不确定性离散时间系统非保守自适应鲁棒控制

李昇平

(汕头大学 机械电子工程系, 广东 汕头 515063)

摘要: 研究含未知干扰和互质因子摄动离散时间不确定性系统的自适应鲁棒控制问题, 为非保守的自适应鲁棒镇定提出一种广义参数递推估计方法。基于确定性等价原理, 并利用 μ 设计方法提出一种自适应鲁棒控制策略, 证明了自适应算法的全局收敛性, 给出了一个可验算的鲁棒稳定性条件, 证明了该鲁棒稳定性条件是非保守和最优的。

关键词: μ 优化设计; 自适应控制; 鲁棒控制; 鲁棒稳定性

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Nonconservative adaptive robust control for uncertain discrete-time systems

LI Sheng-ping

(Department of Mechatronic Engineering, Shantou University, Shantou 515063, China. E-mail: spli@stu.edu.cn)

Abstract: The adaptive robust stabilization problem is investigated for a discrete-time plant subjected to both coprime factor perturbations and unknown external disturbances. A recursive extended parameter estimation algorithm is proposed to meet non-conservative adaptive robust stabilization. Using the certainty equivalence principle, an adaptive robust scheme based on the μ design methodology is proposed and is shown to be globally convergent. Furthermore, a computable condition for the robust stability of the adaptive scheme is given and shown to be nonconservative and optimal.

Key words: μ design; adaptive control; robust control; robust stability

1 引言

自 20 世纪 70 年代以来, 自适应控制理论有了很大的发展, 在理想情况下, 提出了各种自适应控制算法, 并对许多重要问题(如收敛性和稳定性)都有严格的理论分析^[1]。然而, 80 年代初 Rohrs^[2] 针对关于对象存在未建模动态和未知干扰时自适应算法会发散的发现, 提出了自适应系统的鲁棒性问题, 在这一领域引起了极大的关注, 并发展形成了鲁棒自适应控制理论^[3]。

20 世纪 90 年代以来, 利用成熟的最优鲁棒控制理论(如 H_∞ 控制理论和 μ 控制理论)作为系统鲁棒分析和综合工具来研究自适应鲁棒控制, 已发展

形成一个新的研究方向^[4,5]。文献[5]针对未知持续干扰的最优抑制问题率先研究了基于 μ 优化设计的自适应控制问题; 针对同时含有未知干扰和未建模动态的系统, 文献[6]提出了有效的自适应鲁棒镇定策略; 文献[7]研究了自适应鲁棒跟踪问题, 给出了最坏情况下自适应鲁棒跟踪的紧的误差界; 文献[8]研究了互质因子摄动系统的自适应鲁棒镇定问题, 但得到的自适应系统的鲁棒稳定性条件与相应的非自适应系统相比具有相当大的保守性。

本文研究了具有一般性的含未知干扰和互质因子摄动离散时间不确定性系统的自适应鲁棒控制问题。首先利用集员辨识的思想, 提出一种广义参数

收稿日期: 2003-02-24; 修回日期: 2003-05-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60374009); 广东省自然科学基金资助项目(990795)。

作者简介: 李昇平(1966—), 男, 湖南宁远人, 教授, 博士后, 从事鲁棒控制、鲁棒辨识和自适应控制理论等研究。

递推估计方法; 然后在此基础上结合 ℓ_1 优化设计方法提出一种自适应鲁棒控制策略, 利用时变系统的稳定性^[9]和二块 ℓ_1 优化设计的连续性^[10]证明了自适应算法的全局收敛性, 并给出了一个可验算的鲁棒稳定性条件. 与现有的结果相比, 本文所考虑的不确定性系统具有一般性, 所提出的自适应系统的鲁棒稳定性条件是非保守和最优的

2 记号和定义

$$x = \max_i |x(i)|, \ell = \{x: x < \ell\},$$

$$x_1 = \sum_{i=0}^{\infty} |x(i)|, \hat{x} = \sum_{i=0}^{\infty} x(i)z^i,$$

$$\ell = \{x: x_1 < \ell\}.$$

在不引起混乱的情况下将 x 与 \hat{x} 视为同一.

记 Γ_{TV} 表示 ℓ 上的线性有界因果时变算子空间; 记 Γ_{TI} 为 Γ_{TV} 中只含时不变算子的子空间, 显然 Γ_{TI} 与 ℓ 等距同构

定义 1^[9] 若 $G \in \Gamma_{TV}$ 满足以下条件: 对任意 t, τ , 存在常数 γ_G 使得 $\|G_t - G_\tau\| \leq \gamma_G$, 则称 G 为慢时变算子.

$G \in \Gamma_{TV}$ 满足定义 1 的条件, 则记 G_t 的集合为 $STV(\gamma_G)$. 这时定义 1 等价于 G 为慢时变算子, 则 $G_t \in STV(\gamma_G)$.

给定算子 $g \in \ell$ 的积分时间绝对误差 ($e_{\Pi A}$) 定义为

$$\Pi A E(g) = \sum_{k=0}^{\infty} k |g(k)|$$

令 $\hat{g}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k)z^k$, 显然有 $\Pi A E(g) = \int_{|z|=1} \hat{g}(z) dz$.

3 互质因子摄动系统的最优鲁棒镇定控制器设计

考虑用以下含未知干扰的互质因子摄动模型集描述的不确定性离散时间系统:

$$(A + \Delta_A)y(t) = (B + \Delta_B)u(t) + v(t). \tag{1}$$

式中: $A, B \in \Gamma_{TI}$ 且互质; Δ_A 和 Δ_B 为摄动因子; u, y 和 v 分别为输入、输出和外部干扰

考虑图 1 所示反馈系统, 图中 $\hat{G}_0 = BA^{-1}$ 为方

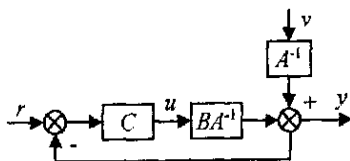


图 1 反馈控制系统

程 (1) 描述的标称模型, 由 Youla 参数化方法^[11], 所有镇定 G_0 的控制器集合表示为

$$S(G_0) = \{ \hat{C} = (\hat{X} + Q\hat{A})(\hat{Y} - Q\hat{B})^{-1} \mid \hat{Q} \in \Gamma_{TI} \}. \tag{2}$$

式中: $X B + Y A = I; X, Y \in \Gamma_{TI}$

互质因子摄动系统的最优鲁棒镇定问题可归结为如下二块 ℓ_1 优化问题^[12]:

$$\mu = \inf_{C \in S(G_0)} \left\| \begin{bmatrix} G^{yv} \\ G^{uv} \end{bmatrix} \right\|_1 = \inf_{\ell_1} \left\| \begin{bmatrix} Y - QB \\ X + QA \end{bmatrix} \right\|_1. \tag{3}$$

式中: G^{yv} 和 G^{uv} 分别表示从干扰 v 到输出 y 和输入 u 的传递算子, 并且由文献 [12] 定理 3.1 可知, 反馈系统的最大稳定裕度满足 $(\Delta_A, \Delta_B) \in 1/\mu$

由文献 [13] 可知, 一般情况下优化问题 (3) 等价于一个无穷维线性规划问题, 不一定存在有限维最优解, 但可用 FMV (有限维变量) 截断法求次优解. 令 δ 为截断阶数, 则对应于优化问题 (3) 的次优问题可写成

$$\mu^\delta = \min_{K_1, K_2} \left\| \begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} \right\|_1. \tag{4}$$

式中 $S^\delta = \left\{ K \in \ell^{2 \times 1} \mid \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = 0, (\hat{Y} - \hat{K}_1) \text{ 和 } (\hat{X} - \hat{K}_2) \text{ 为次数不大于 } \delta \text{ 的多项式} \right\}$. 由文献 [13], 优化问题 (4) 可化为一个有限维线性规划问题进行求解. 记 $(\hat{K}_1^*, \hat{K}_2^*)^T$ 为优化问题 (4) 的最优解, 则截断阶数为 δ 的次优鲁棒镇定控制器为

$$C^* = \frac{\hat{X}_0 - \hat{K}_2^*}{\hat{Y} - \hat{K}_1^*} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\hat{N}_0}{M}. \tag{5}$$

4 自适应控制算法

假设方程 (1) 描述的离散时间系统可写成如下回归形式:

$$y(t) = \Phi(t-1)^T \theta + (-\Delta_A y)(t) + (\Delta_B u)(t) + v(t). \tag{6}$$

式中

$$\begin{aligned} \theta^T &= (a(1), \dots, a(n), b(0), \dots, b(m)), \\ \Phi(t-1)^T &= (-y(t-1), \dots, -y(t-n), u(t-d), \dots, u(t-m-d)). \end{aligned}$$

假设 1 Δ_A 和 Δ_B 为未知的线性时变或非线性的有界算子, $\Delta_A \in W_a, \Delta_B \in W_b$, 输入 u 为幅值有界信号, $v \in W_v$.

下面根据集员辨识方法, 提出一种递推参数估计算法. 假设已给定 0 到 t 时刻的量测数据 $\{y(0), y(1), \dots, y(t)\}$ 和 $\{u(0), u(1), \dots, u(t-d)\}$, 引入

广义参数向量 $\bar{\theta} = (\bar{\theta}^T, w_a, w_b, w_v)^T$, 则由方程(6)和假设1可知, 所有与先验信息和量测数据相容的广义参数满足下列不等式组:

$$\begin{aligned} & |y(t) - \Phi_{t-1}^T \theta| \\ & \left\{ \Delta_a y(t) + \left| \Delta_b u(t) \right| + |y(t)| \right\} \\ & w_a \left\{ \max_{s,t} |y(s)| \right\} + w_b \left\{ \max_{s,t} |u(s)| \right\} + w_v \quad (7) \end{aligned}$$

引入记号

$$\begin{aligned} s(t) &= \text{sign}\{y(t) - \Phi_{t-1}^T \theta(t-1)\}, \\ \Psi(t-1)^T &= [s(t) \Phi_{t-1}^T, \max_{s,t} |y(s)|, \max_{s,t} |u(s)|, 1]^T, \end{aligned}$$

以及 t 时刻参数估计

$$\bar{\theta}(t) = [\theta(t)^T, w_a^t, w_b^t, w_v^t]^T.$$

其中

$$\theta(t) = (a'(1), \dots, a'(n), b'(0), \dots, b'(m))^T.$$

假设2 方程(7)中参数 θ, w_a, w_b 和 w_v 均未知; 但 $\theta \in \Theta, 0 < w_a < \bar{w}_a, 0 < w_b < \bar{w}_b, 0 < w_v < \bar{w}_v$. 其中: Θ 为已知紧集; \bar{w}_a, \bar{w}_b 和 \bar{w}_v 已知

在 t 时刻不等式(7)可写成

$$s(t)y(t) - \Psi(t-1)^T \bar{\theta}(t-1). \quad (8)$$

给出如下参数估计算法:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= \bar{\theta}(t-1) + \\ & \frac{\eta(t-1)\Psi(t-1)}{\Psi(t-1)^T \Psi(t-1)} [s(t)y(t) - \\ & \Psi(t-1)^T \bar{\theta}(t-1)] \quad (9) \end{aligned}$$

由 $\Psi(t-1)$ 的构造可知, $\Psi(t-1)^T \Psi(t-1)$ 总不为零. 式(9)中

$$\begin{cases} \eta(t-1) = \\ \left\{ \begin{aligned} & 1, s(t)y(t) - \Psi(t-1)^T \bar{\theta}(t-1) > \\ & \delta \sqrt{\Psi(t-1)^T \Psi(t-1)}; \\ & 0, \text{否则} \end{aligned} \right. \quad (10) \end{cases}$$

式中 $\delta > 0$ 为任意给定的死区因子, 下面可以看到它对参数估计的收敛速度有较大的影响. 广义参数估计确定如下:

$$\theta(t) = \hat{\theta}(t) \text{ 在 } \Theta \text{ 上的投影}, \quad (11)$$

$$w_a^t = \hat{w}_a^t \text{ 在 } [0, \bar{w}_a] \text{ 上的投影}, \quad (12)$$

$$w_b^t = \hat{w}_b^t \text{ 在 } [0, \bar{w}_b] \text{ 上的投影}, \quad (13)$$

$$w_v^t = \hat{w}_v^t \text{ 在 } [0, \bar{w}_v] \text{ 上的投影} \quad (14)$$

引理1 算法(9)~(14)具有下列性质:

- 1) $\bar{\theta}(t) - \bar{\theta}^2 = \bar{\theta}(t-1) - \bar{\theta}^2 - \bar{\theta}(0) - \bar{\theta}^2$;
- 2) $\lim_t \frac{[s(t)y(t) - \Psi(t-1)^T \bar{\theta}(t-1)]^2}{\Psi(t-1)^T \Psi(t-1)} = 0$;
- 3) $\lim_t \bar{\theta}(t) - \bar{\theta}(t-1) = 0$;

4) 存在一个正整数 N^* , 使得当 $t > N^*$ 时, 有 $\bar{\theta}(t) = \lim \bar{\theta}(t) = \bar{\theta}$.

证明 因为增加参数约束不影响估计的收敛性^[1], 不失一般性, 只考虑 $\bar{\theta}(t) = \bar{\theta}(t)$ 的情况. 由式(10)可知, 当 $s(t)y(t) - \Psi(t-1)^T \bar{\theta}(t-1) > \delta \sqrt{\Psi(t-1)^T \Psi(t-1)}$ 时, 有 $\bar{\theta}(t) = \bar{\theta}(t-1)$, 此时由式(9)两边减去 $\bar{\theta}$ 后平方, 得

$$\begin{aligned} & \bar{\theta}(t) - \bar{\theta}^2 = \\ & \bar{\theta}(t-1) - \bar{\theta}^2 + 2[\bar{\theta}(t-1) - \\ & \bar{\theta}]^T \frac{\Psi(t-1)[s(t)y(t) - \Psi(t-1)^T \bar{\theta}(t-1)]}{\Psi(t-1)^T \Psi(t-1)} + \\ & \frac{\Psi(t-1)^T \Psi(t-1) [s(t)y(t) - \Psi(t-1)^T \bar{\theta}(t-1)]^2}{[\Psi(t-1)^T \Psi(t-1)]^2}. \end{aligned}$$

因为 $s(t)y(t) - \Psi(t-1)^T \bar{\theta} = 0$, 所以 $[\bar{\theta}(t-1) - \bar{\theta}]^T \Psi(t-1) = \Psi(t-1)^T \bar{\theta}(t-1) - s(t)y(t)$. 代入上式, 得

$$\begin{aligned} & \bar{\theta}(t) - \bar{\theta}^2 = \\ & \bar{\theta}(t-1) - \bar{\theta}^2 - \\ & \frac{[s(t)y(t) - \Psi(t-1)^T \bar{\theta}(t-1)]^2}{\Psi(t-1)^T \Psi(t-1)}. \quad (15) \end{aligned}$$

由式(9)和(10)可知性质1)成立

方程(15)两边对 t 从1到 N 求和, 得

$$\begin{aligned} & \sum_{t=1}^N \frac{[s(t)y(t) - \Psi(t-1)^T \bar{\theta}(t-1)]^2}{\Psi(t-1)^T \Psi(t-1)} = \\ & \bar{\theta}(0) - \bar{\theta}^2 - \bar{\theta}(N) - \bar{\theta}^2 \\ & \bar{\theta}(0) - \bar{\theta}^2, \end{aligned}$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^N \frac{[s(t)y(t) - \Psi(t-1)^T \bar{\theta}(t-1)]^2}{\Psi(t-1)^T \Psi(t-1)} < \infty.$$

因此性质2)成立

根据式(9)和性质2), 不难得到性质3).

当 $s(t)y(t) - \Psi(t-1)^T \bar{\theta}(t-1) > \delta \sqrt{\Psi(t-1)^T \Psi(t-1)}$ 时, 根据式(15)得 $\bar{\theta}(t) - \bar{\theta}^2 < \bar{\theta}(t-1) - \bar{\theta}^2 - \delta^2$. 因此, 只要取 $N^* = \bar{\theta}(0) - \bar{\theta}^2 / \delta^2$, 则性质4)成立

设 t 时刻由参数估计算法得到的系统模型为 $\hat{G}^{t-1} = z^d \hat{b}^{t-1} (\hat{a}^{t-1})^{-1}$, 其输入输出关系为

$$\hat{a}^{t-1} y(t) = z^d \hat{b}^{t-1} u(t) + e(t), \quad (16)$$

其中 $e(t) = y(t) - \Phi_{t-1}^T \theta(t-1)$.

设控制器与信号的关系为

$$\hat{d}^t u(t) = \hat{n}^t (r - y)(t). \quad (17)$$

结合参数估计和控制器的 u 优化设计构成间接自适应律:

- 1) 用参数估计算法(9)~(14)估计标称模型 a^t, b^t ;



- 2) 给定截断阶数 δ 求解优化问题(4), 按式(5)设计控制器 d', n' ;
- 3) 根据方程(17) 计算控制律;
- 4) 返回 1)。

5 自适应算法全局收敛性分析

下面利用慢时变系统分析方法对上述自适应算法的收敛性进行分析。先引入一个关键性引理:

引理 2 对于上述自适应律, 如果 $\{e(t)\}$ 和 $\{\Psi(t-1)\}$ 满足下列条件:

- 1) $\lim_t \frac{[s(t)y(t) - \Psi(t-1)^T \bar{\theta}(t-1)]^2}{\Psi(t-1)^T \Psi(t-1)} = 0$;
- 2) $\Psi(t-1) \leq c_1 + c_2 \max_{0 \leq \tau < t} |e(\tau)|, 0 < c_1 < 1, 0 < c_2 < 1$;
- 3) $\bar{w}_a \max_{0 \leq s < t} |y(s)| + \bar{w}_b \max_{0 \leq s < t} |u(s)| \leq c_3 \times \max_{0 \leq s < t} |e(s)|, 0 < c_3 < 1$ 。

则 $\{e(t)\}$ 和 $\{\Psi(t-1)\}$ 为有界序列

证明 可用反证法进行证明, 限于篇幅, 详细过程略

定理 1 若受控系统(1) 满足假设 1 和假设 2, 且图 2 所示自适应系统满足

$$\sup_t \left\| \begin{bmatrix} G_t^{ye} \\ G_t^{ue} \end{bmatrix} \right\|_1 \leq \frac{c^2}{\bar{w}_a + \bar{w}_b} \quad (18)$$

其中: G_t^{ue}, G_t^{ye} 分别为 t 时刻从 $e \sim u$ 和 $e \sim y$ 的传递函数; c_3 同引理 2 条件 3)。则 $\{e(t)\}, \{u(t)\}$ 和 $\{y(t)\}$ 为有界序列

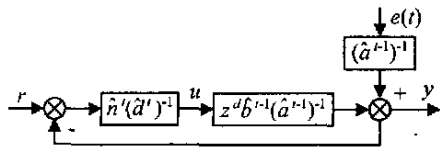


图 2 自适应系统

为证明定理 1, 引入如下定理:

定理 2^[9] 考虑由时变控制器 $C \in \Gamma_{TV}$ 和时变对象 $G \in \Gamma_{TV}$ 构成的单位反馈系统, 设在 t 时刻的控制器模型和对象模型分别为 $\hat{C}_t = B \hat{A}_t^{-1}$ 和 $\hat{G}_t = N \hat{M}_t^{-1}$, 在 t 时刻的闭环多项式记为 $T_t = M \hat{A}_t + N \hat{B}_t$, 如果单位反馈时变系统满足以下条件: 1) 存在正数 \mathcal{Y}_A 和 \mathcal{Y}_B , 使得 $A_t \leq STV(\mathcal{Y}_A), B_t \leq STV(\mathcal{Y}_B)$; 2) 存在正数 \mathcal{Y}_M 和 \mathcal{Y}_N , 使得 $M_t \leq STV(\mathcal{Y}_M), N_t \leq STV(\mathcal{Y}_N)$; 3) A_t, B_t, M_t 和 N_t 的 μ 优化设计范数以及积分时间绝对误差 ($e_{\Pi A}$) 对 t 一致有界, 该条件和条件 1) 意味着存在正数 \mathcal{Y}_T 使得 $T_t \leq STV(\mathcal{Y}_T)$; 4) T_t^{-1} 的 μ 范数以及积分时间绝对误差 ($e_{\Pi A}$) 对 t 一致有界。那么, 存在非零常数 \mathcal{Y} , 当

$\mathcal{Y}_A, \mathcal{Y}_B, \mathcal{Y}_M, \mathcal{Y}_N \leq \mathcal{Y}$ 时, 时变系统内稳定

定理 3^[10] 记 $C_\delta(G)$ 表示系统 G 的 δ 阶次优控制器, $\mu^\delta(G)$ 为相应的次优值; 记 F_Θ 为参数属于紧集 Θ 的所有系统集合。对于 $G \in F_\Theta$, 次优控制器 $G_\delta(G)$ 具有以下性质:

1) 对给定的逼近精度 $\rho > 0$, 存在一个截断阶数 δ^* , 使得 $|\mu^{\delta^*}(G) - \mu(G)| \leq \rho$ 对所有 $G \in F_\Theta$ 一致成立;

2) $C_{\delta^*}(G)$ 在 F_Θ 上一致连续

证明(定理 1) 首先利用定理 2 证明自适应系统中由估计模型和控制器构成的时变系统内稳定, 为此只需验证闭环系统满足定理 2 中的 4 个条件。因 $A_t - A_{t-1} \leq \theta(t) - \theta(t-1), B_t - B_{t-1} \leq \theta(t) - \theta(t-1)$, 由引理 1 的性质 3) 可知, 条件 1) 得到满足

控制器的 μ 次优设计过程可看作映射 $D: \mathcal{U} \otimes \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U} \otimes \mathcal{U}, D(B, A) = (N, M)$ 。由假设 2 可知 Θ 为紧集, 因此由定理 3, D 在 Θ 上一致连续, 即对于给定 $\epsilon > 0$, 存在 $\sigma > 0$, 只要 $A_t - A_{t-1} < \sigma$ 和 $B_t - B_{t-1} < \sigma$, 就有 $M_t - M_{t-1} < \epsilon$ 和 $N_t - N_{t-1} < \epsilon$ (由引理 1 的性质 3), 当 t 足够大时有 $A_t - A_{t-1} < \sigma$ 和 $B_t - B_{t-1} < \sigma$, 即条件 2) 得到满足

由引理 1 的性质 1) 和假设 1 可知, $\theta(t)$ 有界, 又 Θ 为紧集, 所以 $\theta(t)$ 对 t 一致有界, 即 A_{t-1} 和 B_{t-1} 对 t 一致有界; 因 $\theta(t)$ 的维数有限, 故 $\Pi A E(A_t)$ 和 $\Pi A E(B_t)$ 对 t 一致有界。根据定理 3, 由假设 2 可知控制器关于对象模型一致连续, 所以 M_{t-1} 和 N_{t-1} 对 t 一致有界; 再根据定理 3, 对于给定的精度 ρ , 次优控制器的阶数在 Θ 上一致有界, 故 $\Pi A E(M_t)$ 和 $\Pi A E(N_t)$ 对 t 一致有界, 即满足条件 3)。

由 t 时刻控制器 $\hat{C}_t = N_t \hat{M}_t^{-1} = (\hat{X}_t - \hat{K}_t^*) / (\hat{Y}_t - \hat{K}_t^*)$ 可知, t 时刻的闭环多项式 $T_t = M \hat{A}_t + N \hat{B}_t = 1$, 于是条件 4) 得到满足。根据定理 2, 自适应系统中闭环系统内稳定

现在根据引理 2 证明自适应系统中信号和参数估计误差有界。因闭环系统内稳定, 存在参数 $k_1 > 0$ 和 $k_2 > 0$ 使得 $|y(t)| \leq k_1 + k_2 \max_{0 \leq s < t} |e(s)|$ 和 $|u(t)| \leq k_1 + k_2 \max_{0 \leq s < t} |e(s)|$ 。又由式(12) ~ (14) 得 $0 < \bar{w}_a, 0 < \bar{w}_b, 0 < \bar{w}_v, 0 < \bar{w}_w$ 。因此, 存在 $0 < c_1 < 1, 0 < c_2 < 1$, 使得 $\Psi(t) \leq c_1 + c_2 \max_{0 \leq s < t} |e(s)|$ (引理 2 中条件 2) 成立

由式(18)可得

$$\begin{aligned} & \bar{w}_a \max_{s,t} |y(s)| + \bar{w}_b \max_{s,t} |u(s)| \\ & (\bar{w}_a + \bar{w}_b) \sup_t \left\| \begin{bmatrix} G_t^{ye} \\ G_t^{ue} \end{bmatrix} \right\|_1 \max_{s,t} |e(s)| \\ & c_3 \max_{s,t} |e(s)| \end{aligned}$$

故引理2条件3)成立。又由参数估计算法的性质2)有

$$\lim_t \frac{[s(t)y(t) - \Psi(t-1)^T \bar{\theta}(t-1)]^2}{\Psi(t-1)^T \Psi(t-1)} = 0$$

根据引理2, $\{e(t)\}$ 和 $\{\Psi(t-1)\}$ 均为有界序列

注1 因 $(\Delta_A, \Delta_B)_{-1} = \Delta_A^{-1} + \Delta_B^{-1}$
 $\bar{w}_a + \bar{w}_b$, 由式(18)可知, 自适应控制系统所能容忍的最大未建模动态应满足如下关系:

$$c_3 \left(\sup_t \left\| \begin{bmatrix} G_t^{ye} \\ G_t^{ue} \end{bmatrix} \right\| \right)^{-1} < \left(\sup_t \left\| \begin{bmatrix} G_t^{ye} \\ G_t^{ue} \end{bmatrix} \right\| \right)^{-1}$$

最后一个不等式由 $0 < c_3 < 1$ 得到。由本文第3节可知, 相应的非自适应控制所能容忍的最大未建模动态为

$$(\Delta_A, \Delta_B)_{-1} < \left(\left\| \begin{bmatrix} G_t^{ye} \\ G_t^{ue} \end{bmatrix} \right\| \right)^{-1}$$

这说明所提出的自适应策略具有与非自适应控制相同的鲁棒稳定性。同时, 对所有时刻 t , 控制器是按 L_1

优化方法进行设计的, 即 $\sup_t \left\| \begin{bmatrix} G_t^{ye} \\ G_t^{ue} \end{bmatrix} \right\|_1$ 达到最小。

这表明, 本文所提出的自适应策略的鲁棒稳定性是非保守的, 并且是最优的。定理1给出的自适应系统的鲁棒稳定性条件(18)可用于后验验算。

6 结 语

本文研究了含未知干扰和互质因子摄动离散时间系统的自适应鲁棒控制问题, 提出了一种可用于非保守自适应鲁棒镇定的参数估计方法以及自适应鲁棒控制策略, 并证明了自适应算法的全局收敛性, 给出了一个可进行后验验算的鲁棒稳定性条件。与现有结果相比, 本文考虑的不确定性系统具有一般性, 提出的自适应系统的鲁棒稳定性条件是非保守和最优的。

参考文献(References):

- [1] Goodwin G C, Sin K S. *Adaptive Filtering, Prediction and Control* [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1984.
- [2] Rohrs C. Adaptive control in the presence of unmodeled dynamics [D]. MIT: Department of Electronics Engineering and Computer Science, 1982.
- [3] Bannou P A, Sun J. *Robust Adaptive Control* [M]. NJ: Prentice-Hall, 1996.
- [4] Zames G, Wang L Y. Local-global double algebras for slow H_∞ adaptation [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1991, 36(2): 130-142.
- [5] Dahleh M, Dahleh M A. Optimal rejection of persistent and bounded disturbances: Continuity properties and adaptation [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1990, 35(6): 687-696.
- [6] Li S P, Chai T Y. A new adaptive control scheme and analysis of its closed loop stability [J]. *Chinese J of Automation*, 1999, 11(4): 277-284.
- [7] Li Sheng-Ping. Adaptive robust tracking scheme for uncertainty systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(6): 883-892.
- [8] Li S P, Zhang X M. Optimal l_1 robust control for plants with coprime factor perturbations: Continuity properties and adaptation [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(4): 550-558.
- [9] Dahleh M, Dahleh M A. On slowly time-varying systems [J]. *Automatica*, 1991, 27(2): 201-205.
- [10] Li S P. On continuity properties of the two-block l_1 optimal design [J]. *Systems & Control Letters*, 2002, 47(1): 47-55.
- [11] Vidyasagar M. *Control System Synthesis: A Factorization Approach* [M]. Cambridge: MIT Press, 1985.
- [12] Dahleh M A. BBO stability robustness in the presence of coprime factor perturbations [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(3): 352-355.
- [13] Dahleh M A, Diaz-Bobillo I J. *Control of Uncertain Systems: A Linear Programming Approach* [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1995.