

文章编号: 1001-0920(2004)04-0420-04

允许主体通过抽样获取信息的 M G 模型性质的研究

杨 敏, 邱菀华, 娄晓琪

(北京航空航天大学 经济管理学院, 北京 100083)

摘 要: 在标准 M G 模型中, 主体仅仅根据最近一段时期内赢方(或输方)的信息进行决策 而这里给出的模型中, 主体还可通过抽样获取额外的信息 对该模型的数值研究结果表明: 1) 模型相变结构没有改变, 但抽样者却能获得远远超过标准 M G 主体的平均成功率; 2) 抽样者所占比例的大小对模型性质的影响很小; 3) 抽样者抽样的容量越大, 其平均成功率越高; 4) 抽样成本不影响抽样者的平均成功率, 但却显著地影响着抽样者的平均财富

关键词: M G 模型; 抽样; 复杂性系统; 多主体建模

中图分类号: T18 **文献标识码:** A

On properties of minority game in which agents can obtain extra information by sampling

YANG Min, QIU Wan-hua, LOU Xiao-qi

(School of Economy and Management, Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing 100083, China
Correspondent: YANG Min, E-mail: yangminxp@buaa.edu.cn)

Abstract: The making decision problems in minority game (M G) are discussed. Agents make decision according to the sequence of the winner or the loser in the latest period as well as the extra information by sampling. The numerical results show that 1) the phase transition structure of the standard M G does not change, but the average successful rate of the sampling agents is much higher than that of the standard M G agents; 2) the proportion of sampling agent has little influences on the model; 3) the larger the agent sampling capacity, the higher their average successful rate; 4) the sampling cost does not influence the average successful rate of sampling agent, but influence the wealth of sampling agent remarkably.

Key words: minority game; sample; complex system; multi-agent modeling

1 引 言

在标准 M G 模型中, N 个主体在每个时刻都需要决定站在 A 方和 B 方中的某一边, 所有主体选择完后, 若哪一边人数较少, 则判为赢方(少数方胜出). 赢方(或输方)人数的方差 σ^2 反映了主体间合作的程度, 同时也反映了系统整体的效能. σ^2 越小, 主体间合作的程度就越大, 系统整体效能也越高. 为便于不同主体数目的模型之间的比较, 通常用参数

σ^2/N 来度量^[1,2].

模型中每个主体仅仅根据最近一段时期内赢方(或输方)序列的信息进行决策. 如果赢方和输方分别用 1, 0 表示, 则该信息是一个有限长度的二进制序列, 序列的长度用 m 表示. Li^[3,4], Manuca^[5] 和 Savit^[6] 等人的研究表明, 在近似情况下, σ^2/N 仅仅是 $z = 2^m/N$ 的函数.

Kalinowski 等人^[7] 提出一种主体拥有局部信息

收稿日期: 2003-04-14; 修回日期: 2003-07-04

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(79930900).

作者简介: 杨敏(1975—), 男, 江西乐安人, 讲师, 博士, 从事复杂适应性系统、项目管理等研究; 邱菀华(1947—), 女, 江西南昌人, 教授, 博士生导师, 从事决策理论与应用、组合投资、项目管理等研究.

的MG 模型(MGLD)。与标准MG 不同的是, 该模型中主体记忆的是周围 m 个“邻居”上一次的选择情况。结果表明, 局部信息的互相作用可使主体出现合作, 从而使得整个系统的效能达到最佳。

Slanina^[8] 将模仿机制引入MG 模型, 研究了由此产生的社会结构问题。数值结果表明, 模仿机制的引入可使一群人产生一致的行动, 从而形成所谓的社会结构。同时, 群体中模仿者比例也不是越大越好, 而是存在某个值, 此时系统效能达到最优。

本文设计了一种允许主体抽样的MG 模型, 即主体可通过抽样调查来获取其他主体的策略信息(但还不能确定其最终选择), 从而改进自己的决策。这与现实生活中人们为了准确作出决策, 经常花费一定的时间和费用进行信息收集的行为是类似的。将抽样行为引入MG 主体的行为中, 将使MG 更切合实际。

2 模型设计

在允许主体抽样的MG 模型中, 所有主体排列成一个圆, 并分成两类: 一类主体能够进行抽样, 是抽样者, 占总主体数的比例为 s_p (抽样者由系统随机指定); 另一类主体是标准MG 的主体, 他们从不抽样, 占总数的比例为 $1 - s_p$ 。抽样者决策时首先选择抽样还是不抽样, 这取决于抽样和不抽样两种方式的效能: 如果不抽样方式置信度较高, 主体将按照标准MG 主体的行为方式决策, 即从 s 个策略中选择最好的策略; 如果抽样方式置信度较高, 主体则根据抽样结果进行决策。过程是先按顺时针抽样 $s_c \times N$ 个主体, 抽样者可以了解这些样本主体的所有策略信息, 从而获得这些主体按照标准MG 方式决策的结果。如果有较多的样本主体选择A, 则抽样者选择B; 反之抽样者选择A, 即抽样者选择样本主体较少选择的一边。如果两边选择的人数相等, 抽样者将A 作为自己的选择。

按上述方式获得的抽样信息在一定情况下可提高主体决策的成功率。可作如下近似计算: 如果某主体采样 Q (不妨设为奇数) 个主体(且所有主体都是标准MG 主体), 最后发现有 q 个主体选择A, 不失一般性, 设 $q < Q/2$ 。依照上面对决策规则的设定, 主体将选择A 边。假设剩余的 $N - Q - 1$ 个主体随机选择A 或B 边, 则A 边获胜的概率也就是 $N - Q - 1$ 个主体选择A 边的人数不超过 $(N - 1)/2 - (q + 1) = (N - 3)/2 - q$ 的概率, 即

$$p(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^{N-Q-1} \sum_{i=0}^{\frac{N-3}{2}-q} C_{N-Q-1}^i \quad (1)$$

对固定的 N 和 Q 来说, q 越小, $p(A)$ 越大, 而且如果 $Q > 2q + 3$, 则 $p(A) > 1/2$ 。可见在多数情况下, 抽样可获得额外的信息, 这可以使主体获得更高的成功率。当然, 抽样也有风险: 首先, 抽样只涉及部分主体; 其次, 被调查的主体也有可能是抽样者, 他们实际决策时也许不按标准MG 的方式决策, 因而主体抽样得到的信息也是不完全信息。更为重要的是, 抽样也需要花费一定的成本, 至于抽样获取的收益能否抵消抽样的成本, 则要根据实际情况而定。

研究表明, 只要能保证竞争有限资源和拥挤效应, MG 模型的宏观性质就不会有本质的变化, 而不管报酬函数的具体形式。因此这里简单地设定: 如果主体选择了正确的一方, 系统奖励 3 分; 如果失败了, 系统奖励 1 分。主体抽样需要花费一定的成本, 它应随着样本容量的增大而增大, 这里将其简化为一个定值 1, 即如果主体采用抽样方式决策, 他每次获得的财富要扣掉 1 分。模型其余设定与标准MG 相同。

3 模型运行结果

首先考察不同抽样者比例 s_p 和抽样容量 s_c 的情况下, σ^2/N 与 z 的关系。 s_p 分别为 0.1, 0.5 和 0.9, s_c 分别为 0.1, 0.5 和 0.9, 这样一共有 9 种组合, 取 $N = 101, s = 2, m = 2 \sim 14$, 采用最后 2% 的数据, 模型独立运行 32 次, 取平均结果, 如图 1 所示。从图中可以看出, 各种组合情况下的图像与标准MG 模型的图像基本重合, 这说明允许主体抽样并没有改变MG 模型的整体行为。

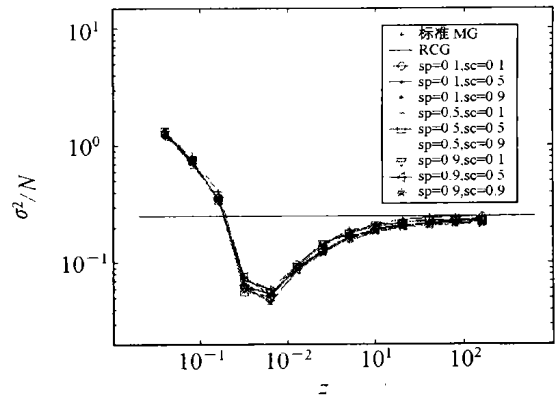


图 1 σ^2/N 与 z 的关系

当考察不同主体的平均成功率时, 可发现很多有趣的现象, 如图 2 所示(其中: 直线以上是不同情况下抽样者的平均成功率, 直线以下是标准MG 主体的平均成功率)。平均成功率是在一段时间内主体决策成功的次数与总决策次数的比值。从图中可以

看出,随着 m 值的增大,标准MG主体的平均成功率逐渐增大,在 $m = 6$ 附近达到最大值,然后又逐渐平缓地下降,在 m 超过12后又有轻微的上升.抽样者的情形则正好相反.然而不论 m 值是多少,抽样者的平均成功率都要大于标准MG主体的平均成功率,而且各种抽样组合方式下,抽样者的平均成功率最低在50%左右;与此相反,标准MG主体的平均成功率没有超过50%的,这说明抽样信息确实可以提高抽样者的决策质量

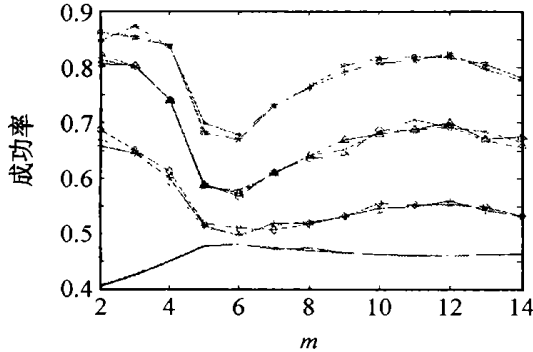


图 2 平均成功率随 m 的变化

应该注意到,9种不同抽样组合明显地分成3个组,分别落在3条一致的曲线上.每组抽样组合中虽然抽样主体比例 s_p 不同,但样本容量 s_c 都是相同的,且 s_c 越大,抽样者的平均成功率越高.这说明抽样者的平均成功率只与样本容量有关,而与系统中抽样者的多少无关,同时样本容量的大小直接决定了抽样者平均成功率的高低

图3给出的是主体平均财富与 m 之间的关系(直线以上是标准MG主体的平均财富,直线以下是抽样者的平均财富).与图2对比可看出,主体的平均财富与主体平均成功率之间有着明显的对应关系:主体平均成功率越高,其平均财富越高.这里有两点值得注意:1)尽管标准MG主体的平均成功率

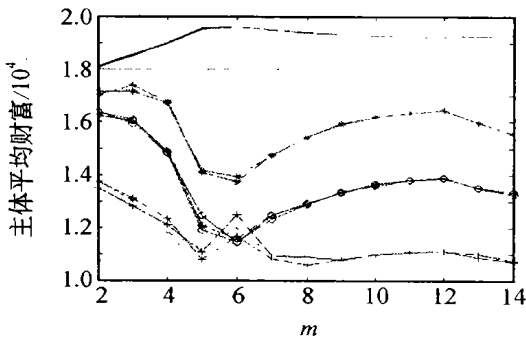


图 3 主体平均财富随 m 的变化

都小于抽样者的平均成功率,但前者的平均财富却都高于后者;2)在样本容量较小($s_c = 0.1$)时,抽样者平均财富在 $m = 6$ 附近突然上升,形成一个尖峰,此处不再是主体的平均财富的极小点

图4和图5显示了主体平均成功率与平均财富随抽样容量的变化,其中 $m = 6$, s_c 从0.05到1每隔0.05取一个值,再加上0.01共21个值.可以发现,尽管有一些小的波折,抽样者平均成功率总体上随着样本容量 s_c 的增大而增大,而同样情况下,标准MG主体的平均成功率没有变化.另外,除了抽样容量很小($s_c = 0.01$)以外,抽样者的平均成功率都大于标准MG主体.从图中还可看出,标准MG主体平均财富仍大于抽样者,但抽样者平均财富则呈现出一种有趣的变化:当抽样容量较小($s_c < 0.3$)时,他们的平均财富随抽样容量的增大而减小;当抽样容量较大($s_c > 0.3$)时,其平均财富随抽样容量的增大而增大

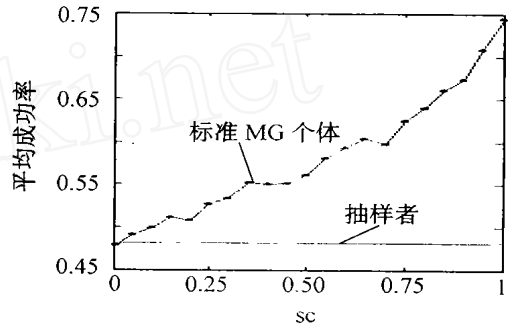


图 4 主体平均成功率随抽样容量的变化

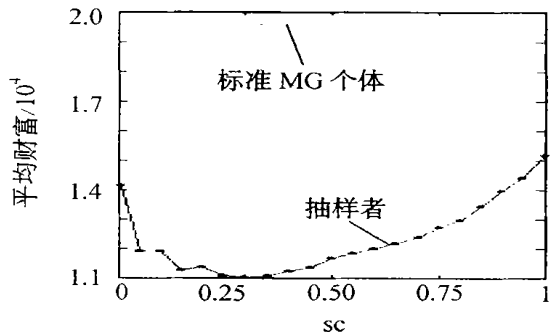


图 5 平均财富随抽样容量的变化

另外还考察了抽样成本对模型的影响.结果显示,抽样成本对系统的宏观特性没有影响,且主体的平均成功率也不受抽样成本的影响,不同成本下的成功率曲线基本重合;而抽样者的平均财富则明显地受到抽样成本的影响,抽样成本越高,抽样者的平均财富越低

4 结果分析

本文研究了主体能够通过抽样进行Bayes学习的MG模型, 观察到很多有意义的结果。首先, 抽样机制的引入没有改变MG模型的整体性质, 因为在允许主体抽样的MG模型中, 并没有改变竞争有限资源和拥挤效应的设定, 从而MG模型的宏观性质不变。其次, 抽样信息确实能在某种程度上预测未来。标准MG主体仅利用以往的历史记忆决策, 平均成功率较低; 而抽样者拥有额外的信息获取途径, 因此平均成功率较高, 而且样本容量越大, 预测信息就越多, 抽样者平均成功率就越大。同时还发现系统中抽样者的多少不影响抽样主体的平均成功率。值得注意的是, 虽然从设定中可以推演出样本信息有利于决策, 但并没有强迫抽样者抽样, 究竟选择何种方式决策取决于抽样者对各方式的置信度。另外, 信息成本对模型的整体行为没有什么影响, 对抽样者的平均成功率也没有影响。这是因为样本信息的多少直接决定了抽样者平均成功率的高低, 而样本信息的多少又仅由样本容量决定, 与样本的成本无关(实际很多情况下, 要获取更多的样本就需要更高的费用, 这里设定样本容量与获取这些样本的费用无关)。但样本费用对抽样者的平均财富有很大的影响, 样本费用降低到一定水平时, 抽样者平均财富都要大于标准MG主体。

下面分4个区域考察抽样者平均成功率和平均财富随 m 的变化情况:

1) $m < 6$ 该区域是一个过度拥挤的区域。 m 值越小, 主体策略集相关性越大, 标准MG主体的平均成功率越低。但随着 m 值的减小, 标准MG主体引入的信息就越多, 抽样者采用同样的样本容量可以获得更高的平均成功率。

2) $m = 6$ 该区域是标准MG主体最佳合作的区域, 因而标准MG主体的平均成功率最高, 系统的波动最小。这种情况下, 抽样者从相同样本容量中获得的信息量最少, 因此抽样者的平均成功率最小, 与标准MG主体决策成功率最接近。当抽样者样本容量很小($sc < 0.3$)时, 采用抽样方式决策与标准MG方式相差不大, 抽样者有更高的概率选择标准MG方式决策, 且这种方式不需要付出信息成本, 因此抽样者可以获得更高的平均财富, 如图3所示。随着样本容量的增大, 采用抽样方式的成功率越高, 抽样者越多地采用抽样, 但该成功带来的收益赶不上抽样成本的付出, 因此抽样者平均财富反而逐渐降

低。超过一个阈值($sc = 0.3$)后, 抽样者抽样成功带来的收益超过了样本成本的付出, 抽样者平均财富逐渐增大。在图5中可以观察到这种反复的情况。

3) $6 < m < 12$ 在该区域标准MG主体之间的合作开始减弱, 随机性行为得到增强, 他们的平均成功率则开始下降。但随机性没有占据主导地位, 标准MG主体带来了比 $m = 6$ 时更多的信息, 因而此时抽样者平均成功率开始上升。在 $m = 12$ 时, 标准MG的随机性行为与其合作效应平衡, 标准MG主体的成功率最低, 相应抽样者成功率最高。

4) $m > 12$ 在该区域由于策略空间的过度庞大, 标准MG主体的随机性行为占据了主导地位, 他们的决策趋向于随机选择的情况, 因此标准MG主体的平均成功率开始上升, 而抽样所含的预测信息减少, 抽样者的平均成功率下降。

5 结论

在允许主体抽样的MG模型中, 抽样者由于有额外信息的辅助, 其决策成功率普遍高于仅依赖赢方(或输方)历史序列决策的标准MG主体。抽样者平均成功率的高低依赖于抽样所能获得信息量的多少, 这些信息是标准MG主体所引入的。标准MG主体之间合作越强, 所带来的可预测信息就越少, 相应抽样者的成功率就越低。同时发现抽样者的比例对模型没有影响, 但抽样者却可利用标准MG主体引入的信息获得超过50%的平均成功率, 而且抽样容量越大, 抽样者获得预测未来的信息就越多, 其平均成功率越高。抽样的成本不影响抽样者的平均成功率, 但却显著地影响着抽样者的平均财富。总之, 抽样方式的引入使模型的行为更加丰富和复杂化, 从而赋予了模型更强的解释能力。

参考文献(References):

- [1] Challet D, Zhang Y C. Emergence of cooperation and organization in an evolutionary game[J]. *Physica A*, 1997, (246): 407-418.
- [2] Challet D, Zhang Y C. On the minority game: A analytical and numerical studies[J]. *Physica A*, 1998, (256): 514-532.
- [3] Li Y, Riolo R, Savit R. Evolution in minority games (I): Games with a fixed strategy space[J]. *Physica A*, 2000, (276): 234-264.
- [4] Li Y, Riolo R, Savit R. Evolution in minority games (II): Games with variable strategy spaces[J]. *Physica A*, 2000, (276): 265-283.

(下转第428页)

- Systems & Control Letters*, 1998, 33(3): 163-169
- [10] Lin Z L, Bao X Y, Chen B M. Further results on almost disturbance decoupling with global asymptotic stability for nonlinear systems[J]. *Automatica*, 1999, 35(4): 709-717.
- [11] Haykin S S. *Neural Networks: A Comprehensive Foundations*[M]. Beijing: Tsinghua University Press and Prentice Hall Inc, 2001.
- [12] Ho D W C, Ma Z. Multivariable internal model adaptive decoupling controller with neural network for nonlinear plants [A]. *Proc of the American Control Conf* [C]. Philadelphia, 1998 532-536
- [13] Yue H, Chai T Y. Adaptive decoupling control of multivariable nonlinear nonminimum phase systems using neural networks [A]. *Proc of the American Control Conf* [C]. Philadelphia, 1998 513-514
- [14] Hornik K, Stinchcombe M, White H. Universal approximation of an unknown mapping and its derivatives using multilayer feedforward networks [J]. *Neural Networks*, 1990, 3(5): 551-560
- [15] 王昕, 岳恒, 柴天佑. 一类非最小相位系统的多变量多模型解耦控制器[J]. *控制与决策*, 2003, 18(1): 7-12
(Wang X, Yue H, Chai T Y. Multivariable decoupling controller using multiple models for a nonminimum phase system [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(1): 7-12)

(上接第 419 页)

参考文献(References):

- [1] Chen Y H, Leitmann G, Zhang Kai X. Robust control design for interconnected systems with time-varying uncertainties [J]. *Int J Control*, 1991, 54 (8): 1119-1142
- [2] Mao C J, Yang J H. Decentralized robust stabilizing and output tracking controllers [J]. *Automatica*, 1995, 31(15): 151-154
- [3] Xu B, Lam J. Decentralized stabilization of large-scale interconnected time-delay systems [J]. *J of Optimization Theory and Applications*, 1999, 103 (1): 231-240
- [4] Davison E J. The decentralized stabilization and control of unknown nonlinear time varying systems [J]. *Automatica*, 1974, 10(3): 309-316
- [5] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. *IEEE Trans on System, Man and Cybern*, 1985, 15 (1): 116-132
- [6] Wang H O, Tanaka K, Griffin M F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues [J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 1996, 4(1): 14-23
- [7] Tanaka K, Ikeda T, Wang H O. A unified approach to controlling chaos via LM F-based fuzzy control system design [J]. *IEEE Trans on Circuit System*, 1998, 45(9): 1021-1040
- [8] Cao Y Y, Sun Y X, Lam J. Delay-dependent robust H_∞ control for uncertain systems with time-varying delays [J]. *IEE Proc Control Theory Applications*, 1998, 145(3): 338-344
- [9] Yu L, Chu J. An LM I approach to guaranteed cost control of linear uncertain time-delay systems [J]. *Automatica*, 1999, 35(8): 1155-1159

(上接第 423 页)

- [5] Mansilla R. From naive to sophisticated behavior in multiagents-based financial market models [J]. *Physica A*, 2000, (284): 478-488
- [6] Savit R, Manuca R, Riolo R. Adaptive competition, market efficiency, phase transition [J]. *Phys Rev Lett*, 1999, 82(10): 2203-2206
- [7] Kalinowski T, Schulz H J, Briese M. Cooperation in the minority game with local information [J]. *Physica A*, 2000, (277): 502-508
- [8] Slanina F. Social organization in the minority game model [J]. *Physica A*, 2000, (286): 367-376