第 19 卷 第 4 期 控 制 与 决 策 2004 年 4 月
Vol 19 No. 4 Control and Decision Apr. 2004

文章编号: 1001-0920(2004)04-0444-04

相对阶 $n^* = 3$ 的鲁棒直接型模型参考自适应控制

高丽君[1], 解学军[1], 张嗣瀛[2]
(1. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘 要: 针对相对阶 $n^* = 3$ 具有噪声的一类简单系统, 给出了具有未规范化自适应律的鲁棒直接型模型参考自适应控制器的设计. 通过引入非线性阻尼项, 保证了闭环系统的所有信号都是全局稳定的, 而且跟踪误差及参数估计误差均收敛于零.

关键词: 相对阶 $n^* = 3$; 模型参考自适应控制; 全局稳定性; 跟踪误差; 参数估计
中图分类号: TP273.2 **文献标识码**: A

Robust direct model reference adaptive control with relative degree $n^* = 3$

GAO Li-jun[1], *XIE Xue-jun*[1], *ZHANG Si-ying*[2]
(1. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu 273165, China; 2. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: XIE Xue-jun, E-mail: xiexue jun@eyou.com)

Abstract: For a kind of simple plants with relative degree $n^* = 3$ and noise, the design of robust direct model reference adaptive controller with unnormalized adaptive laws is given. By introducing nonlinear damping term, it is proved that all signals in the closed-loop system are globally stable, and the tracking error and the parameter estimation error converge to zero.

Key words: relative degree $n^* = 3$; model reference adaptive control; global stability; tracking error; parameter estimation

1 引 言

对于理想系统

$$y_p = G_p(s)u_p. \tag{1}$$

利用必然等价原理和严格正实条件可以设计和分析相对阶 $n^* = 1, 2$ 的具有未规范化自适应律的直接型模型参考自适应控制器(MRAC), 其中 u_p 和 y_p 分别是系统的输入和输出. 但将 $n^* = 1, 2$ 的结果推广到 $n^* = 3$ 却遇到了实质性困难, 其主要原因在于通过该方法得到的控制器涉及到的 $\ddot{\theta}$(θ 是控制器的参数估计) 是不可量测的. 这个问题一直困扰人们近 20 年, 直到最近才彻底解决[1~5]. 文献[3] 进一步研究了 $n^* > 3$ 的情况.

众所周知, 对于含有未建模动态和外界干扰的系统, 具有未规范化自适应律的鲁棒直接型 MRAC 仅能得到闭环系统的局部稳定性, 以及均方意义下的跟踪误差界[1]. 因此, 无论从理论上还是实际应用上, 研究相对阶 $n^* = 3$ 的具有未规范化自适应律的鲁棒直接型 MRAC 的全局稳定性, 跟踪及参数估计

收稿日期: 2003-04-07; 修回日期: 2003-05-30.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60304003); 山东省自然科学基金资助课题(Q2002G02; Y2002G01); 山东省优秀中青年科学科研奖励基金资助项目(03BS092).
作者简介: 高丽君(1976—), 女, 山东高密人, 硕士生, 从事鲁棒自适应控制的研究; 张嗣瀛(1925—), 男, 山东章丘人, 中科院院士, 教授, 博士生导师, 从事微分对策、复杂系统的结构和控制等研究.

性能是一项很有意义的工作.

本文针对相对阶 $n^*=3$ 具有噪声的一类简单系统进行了研究. 主要工作在于: 1) 由于系统的相对阶 $n^*=3$, 且存在噪声, 因此如何设计具有未规范化自适应律的鲁棒直接型 MRAC 构成了问题研究的关键; 2) 给出了闭环系统的全局稳定性分析; 3) 研究了跟踪误差 $e_1(t)$ 及参数估计误差 $\tilde{\theta}(t)$ 的收敛性问题, 证明了 $\lim\limits_{t\to\infty} e_1(t)=0$, $\lim\limits_{t\to\infty}\left|\tilde{\theta}(t)\right|=0$.

2　问题的提出

考虑如下系统:

$$y_p = G_p(s)u_p + \beta\Delta(s)d. \tag{2}$$

其中: $u_p, y_p\in R^1$ 分别是系统的输入和输出; $G_p(s)=\overline{Z_p}(s)/R_p(s)$; $R_p(s)=s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0$; $\overline{Z_p}(s)=b_ms^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1s+b_0$; 参数 a_i, $b_j\,(i=0,\cdots,n-1,\ j=0,\cdots,m)$ 是未知参数, $\beta\geq 0$ 是参数, d 是外界干扰. 显然系统(2) 的状态空间实现为

$$\begin{cases}\dot{x}_p = A_px_p - ay_p + B_pu_p + \\ \qquad a\beta\Delta(s)d,\ x_p(0)=0, \\ y_p = C_p^{\mathrm T}x_p + \beta\Delta(s)d.\end{cases} \tag{3}$$

其中

$$x_p\in R^n, A_p=\begin{bmatrix}0 & I_{n-1}\\ & 0\cdots 0\end{bmatrix}, B_p=\begin{bmatrix}0_{(n-m-1)\times 1}\\ b\end{bmatrix},$$

$$a=\begin{bmatrix}a_{n-1}\\ \vdots\\ a_0\end{bmatrix}, b=\begin{bmatrix}b_m\\ \vdots\\ b_0\end{bmatrix}, C_p=\begin{bmatrix}1\\0\\ \vdots\\0\end{bmatrix}.$$

选取参考模型为

$$y_m = W_m(s)r = K_m\frac{Z_m(s)}{R_m(s)}r. \tag{4}$$

其中: $Z_m(s), R_m(s)$ 是首一的 Hurwitz 多项式, 阶次分别是 q_m, p_m; K_m 是常数; r 是任意给定的参考输入. 式(4) 的状态空间描述为

$$\begin{cases}\dot{x}_m = A_mx_m + B_mr,\ x_m(0)=0, \\ y_m = C_m^{\mathrm T}x_m.\end{cases} \tag{5}$$

控制目标是设计具有未规范化自适应律的直接型模型参考自适应控制律 u_p, 使得闭环系统的所有信号有界, 且输出 y_p 尽可能地跟踪参考模型的输出 y_m.

对上述系统和参考模型, 需要作如下假设(其中 1)～3) 为系统的假设; 4), 5) 为参考模型的假设; 6), 7) 为对 $\Delta(s)d$ 需作的假设):

1) $Z_p(s)$ 是首一的 Hurwitz 多项式.

2) $G_p(s)$ 的相对阶 $n^*=n-m=3$.

3) K_p 的符号已知.

4) $p_m\leq n$.

5) 参考模型的相对阶 $p_m-q_m=3$.

6) $\Delta(s)$ 是稳定和严格正则的.

7) $d(t)$ 是有界干扰, 即存在已知常数 $d_0>0$, 使 $|d(t)|\leq d_0$; $d(t)$ 的导数存在且有界.

注 1　本文为简单起见, 有时记时间 t 的函数 $x(t)$ 为 x. 值得强调的是系统(2) 和(4) 中的 s 是微分算子, 显然对任意的函数 $a(t), b(t)$, 有

$$s(a(t)b(t)) = (sa(t))b(t) + a(t)(sb(t)) = \dot{a}(t)b(t) + a(t)\dot{b}(t).$$

3　自适应控制器的设计

当系统(2) 的参数已知时, 选取与文献[1]形式一样的控制律

$$u_p = \theta^{*\mathrm T}\omega. \tag{6}$$

其中

$$\theta^* = [\theta_1^{*\mathrm T}, \theta_2^{*\mathrm T}, \theta_3^*, c_0^*]^{\mathrm T}, \omega=[\omega_1^{\mathrm T}, \omega_2^{\mathrm T}, y_p, r]^{\mathrm T},$$

$$\dot{\omega}_1 = F\omega_1 + gu_p, \dot{\omega}_2 = F\omega_2 + gy_p,$$

$F=\begin{bmatrix}-\lambda_{n-2} & \cdots & \lambda_0\\ I_{n-2} & & 0\end{bmatrix}$ 是任给的稳定阵, $g^{\mathrm T}=[1, 0,\cdots,0]$. 由式(3) 和(6) 得系统和控制器的状态空间表示为

$$\begin{aligned}&\dot{Y}_c = A_0Y_c + B_cu_p + B_1, Y_c(0)=0,\\ &y_p = C_c^{\mathrm T}Y_c + \beta\Delta(s)d, u_p = \theta^{*\mathrm T}\omega.\end{aligned} \tag{7}$$

其中

$$A_0=\begin{bmatrix}A_p-aC_p^{\mathrm T} & 0 & 0\\ 0 & F & 0\\ gC_p^{\mathrm T} & 0 & F\end{bmatrix}, Y_c=\begin{bmatrix}x_p\\ \omega_1\\ \omega_2\end{bmatrix},$$

$$B_c=\begin{bmatrix}B_p\\ g\\ 0\end{bmatrix}, B_1=\begin{bmatrix}0\\0\\ g\beta\Delta(s)d\end{bmatrix},$$

$$C_c^{\mathrm T}=[C_p^{\mathrm T}, 0, 0]. \tag{8}$$

对式(7) 的第一式右边加减 $B_c\theta^{*\mathrm T}\omega$, 得

$$\begin{aligned}&\dot{Y}_c = A_cY_c + B_cc_0^*r + B_c(u_p-\theta^{*\mathrm T}\omega) + B_1 + B_2,\\ &y_p = C_c^{\mathrm T}Y_c + \beta\Delta(s)d.\end{aligned} \tag{9}$$

其中

$$B_2=\beta\begin{bmatrix}B_p\\ g\\ 0\end{bmatrix}\theta_3^*\Delta(s)d,$$

$$A_c=\begin{bmatrix}A_p+B_p\theta_3^*C_p^{\mathrm T}-aC_p^{\mathrm T} & B_p\theta_1^{*\mathrm T} & B_p\theta_2^{*\mathrm T}\\ g\theta_3^*C_p^{\mathrm T} & F+g\theta_1^{*\mathrm T} & g\theta_2^{*\mathrm T}\\ gC_p^{\mathrm T} & 0 & F\end{bmatrix}$$

是稳定的. 定义 $e = Y_c - Y_m$, $e_1 = y_p - y_m$, 其中 Y_m 是参考模型的与 Y_c 同维的非最小状态空间实现的状态, 满足

$$\dot{Y}_m = A_c Y_m + B_c c_0^* r,\ Y_m(0) = 0,$$
$$y_m = C_c^{\mathrm{T}} Y_m. \tag{10}$$

利用文献[1]中第 6 章的方法, 由式(9)减(10)得误差方程为

$$\dot{e} = A_c e + B_c(u_p - \theta^{*\mathrm{T}}\omega) + B_1 + B_2,$$
$$e(0) = 0,\ e_1 = C_c^{\mathrm{T}} e + \beta\Delta(s)d, \tag{11}$$

且 $$C_c^{\mathrm{T}}(sI - A_c)^{-1} B_c c_0^* = W_m(s). \tag{12}$$

其中 $c_0^* = K_m / b_m$. 注意到 B_1 和 B_2 的定义, 由式(11)和(12)得

$$e_1 = W_m(s)\rho^*(u_p - \theta^{*\mathrm{T}}\omega) + C_c^{\mathrm{T}}(sI - A_c)^{-1}\begin{bmatrix} B_p\theta_3^* \\ g\theta_3^* \\ g \end{bmatrix}\beta\Delta(s)d + \beta\Delta(s)d, \tag{13}$$

其中 $\rho^* = 1/c_0^*$. 记 $C_c^{\mathrm{T}}(sI - A_c)^{-1}\begin{bmatrix} B_p\theta_3^* \\ g\theta_3^* \\ g \end{bmatrix}\Delta(s)d + \Delta(s)d = M$, 注意到 ρ^*, θ^* 是常数, 则式(13)变为

$$e_1 = W_m(s)(s + p_0)(s + p_1)\rho^*(u_f - \theta^{*\mathrm{T}}\varphi) + \beta M, \tag{14}$$

其中
$$u_f = \frac{1}{(s + p_0)(s + p_1)}u_p,$$
$$\varphi = \frac{1}{(s + p_0)(s + p_1)}\omega \tag{15}$$

因 $W_m(s)$ 的相对阶为 3, 不失一般性, 选取 $W_m(s)$ 为

$$W_m(s) = \frac{1}{(s + p_0)(s + p_1)(s + q_0)}, \tag{16}$$

其中 $q_0 > 0$. 因此式(14)变为

$$e_1 = \frac{1}{s + q_0}\rho^*(u_f - \theta^{*\mathrm{T}}\varphi) + \beta M. \tag{17}$$

设 ρ^* 和 θ^* 的估计分别是 ρ 和 θ, 则 e_1 的估计 $\hat{e}_1$ 取为

$$\hat{e}_1 = \frac{1}{s + q_0}\rho(u_f - \theta^{\mathrm{T}}\varphi). \tag{18}$$

引入中间变量 $r_0 = u_f - \theta^{\mathrm{T}}\varphi$, 式(17)减(18)得误差方程为

$$\epsilon_1 = e_1 - \hat{e}_1 = \frac{1}{s + q_0}(\rho^*\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}\varphi - \tilde{\rho}r_0) + \beta M. \tag{19}$$

其中: $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$, $\tilde{\rho} = \rho - \rho^*$. 定义

$$\epsilon_2 = (s + q_0)C_c^{\mathrm{T}}(sI - A_c)^{-1}\begin{bmatrix} B_p\theta_3^* \\ g\theta_3^* \\ g \end{bmatrix}\Delta(s)d,$$
$$\epsilon_3 = (s + q_0)\Delta(s)d. \tag{20}$$

注意到 $1/(s + q_0)$, A_c, $\Delta(s)$ 是稳定的, 则 ϵ_1, ϵ_2, ϵ_3 的状态空间实现分别为

$$\dot{\epsilon}_1 = -q_0\epsilon_1 + \rho^*\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}\varphi - \tilde{\rho}r_0 + \beta\epsilon_2 + \beta\epsilon_3,\ \epsilon_1(0) = 0; \tag{21}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 d,\ x_1(0) = 0, \\ \epsilon_2 = C_1^{\mathrm{T}} x_1; \end{cases} \tag{22}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 d,\ x_2(0) = 0, \\ \epsilon_3 = C_2^{\mathrm{T}} x_2; \end{cases} \tag{23}$$

且 A_1, A_2 是稳定的. 由此知存在正定阵 P_1, P_2 满足 $A_1^{\mathrm{T}}P_1 + P_1A_1 = -I$, $A_2^{\mathrm{T}}P_2 + P_2A_2 = -I$. 选取类 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \frac{\epsilon_1^2}{2} + \frac{\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}\Gamma^{-1}\tilde{\theta}}{2}|\rho^*| + \frac{\tilde{\rho}^2}{2\gamma}; \tag{24}$$

θ 和 ρ 的自适应律为

$$\dot{\theta} = -\Gamma\epsilon_1\varphi\,\mathrm{sgn}(\rho^*),\ \dot{\rho} = \gamma\epsilon_1 r_0; \tag{25}$$

其中 $\Gamma = \Gamma^{\mathrm{T}} > 0$, $\gamma > 0$ 是自适应增益. 因此 V_1 沿着式(21)和(25)的导数为

$$\dot{V}_1 = \epsilon_1(-q_0\epsilon_1 + \rho^*\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}\varphi - \tilde{\rho}r_0 + \beta\epsilon_2 + \beta\epsilon_3) + \tilde{\theta}^{\mathrm{T}}\Gamma^{-1}\dot{\theta}|\rho^*| + \frac{\tilde{\rho}\dot{\rho}}{\gamma} = -q_0\epsilon_1^2 + \beta\epsilon_1\epsilon_2 + \beta\epsilon_1\epsilon_3. \tag{26}$$

注意到 s 是微分算子, 且

$$r_0 = u_f - \theta^{\mathrm{T}}\varphi = \frac{1}{s + p_0}(u_1 - \dot{\theta}^{\mathrm{T}}\varphi - \theta^{\mathrm{T}}\varphi_1). \tag{27}$$

其中: $u_1 = u_p/(s + p_1)$, $\varphi_1 = (s + p_0)\varphi = \omega/(s + p_1)$. 由(27)得

$$\dot{r}_0 = -p_0 r_0 + u_1 - \dot{\theta}^{\mathrm{T}}\varphi - \theta^{\mathrm{T}}\varphi_1. \tag{28}$$

选取 u_1 为

$$u_1 = \theta^{\mathrm{T}}\varphi_1 - \alpha_0(\varphi^{\mathrm{T}}\Gamma\varphi)^2 r_0 - d_0^2 r_0, \tag{29}$$

其中: $\alpha_0 > 0$ 是一个设计参数, d_0 同假设 2) 的定义. 将式(25), (29)代入(28)得

$$\dot{r}_0 = -[p_0 + \alpha_0(\varphi^{\mathrm{T}}\Gamma\varphi)^2 + d_0^2]r_0 + \varphi^{\mathrm{T}}\Gamma\varphi\epsilon_1\,\mathrm{sgn}(\rho^*). \tag{30}$$

由 $u_p = (s + p_1)u_1$, 式(29), (30)和 φ_1 的定义得

$$u_p = (s + p_1)[\theta^{\mathrm{T}}\varphi_1 - \alpha_0(\varphi^{\mathrm{T}}\Gamma\varphi)^2 r_0 - d_0^2 r_0] = \theta^{\mathrm{T}}\omega - \varphi^{\mathrm{T}}\Gamma\varphi_1\mathrm{sgn}(\rho^*)\epsilon_2 - 4\alpha_0\varphi^{\mathrm{T}}\Gamma\varphi_1(\varphi^{\mathrm{T}}\Gamma\dot{\varphi})r_0 - \alpha_0(p_1 - p_0)(\varphi^{\mathrm{T}}\Gamma\varphi)^2 r_0 - p_1 d_0^2 r_0 + \alpha_0^2(\varphi^{\mathrm{T}}\Gamma\varphi)^4 r_0 + \alpha_0 d_0^2(\varphi^{\mathrm{T}}\Gamma\varphi)^2 r_0 - \alpha_0(\varphi^{\mathrm{T}}\Gamma\varphi)^3\epsilon_1\mathrm{sgn}(\rho^*), \tag{31}$$

其中
$$\dot{\varphi} = \frac{s}{(s + p_0)(s + p_1)}\omega$$

4 性能分析

下面给出本文的主要结果:

定理 1 考虑由式(2), (4), (25), (31) 构成的鲁棒直接型模型参考自适应控制方案. 若系统, 参考模型和 $\Delta(s)d$ 分别满足假设 1) ～ 假设 6), 则存在 $\beta^* > 0$, 对任意的 $\beta \in [0, \beta^*]$, 有:

1) 闭环系统的所有信号有界, 且 $\lim\limits_{t\to\infty} e_1(t) = 0$;

2) 若 K_p 未知, r 是 $2n$ 阶充分丰富信号[1], $d \in l_2$, 且 $R_p(s)$ 和 $\overline{Z_p}(s)$ 互质, 则 $\lim\limits_{t\to\infty} |\tilde{\theta}(t)| = 0$.

证明 选取如下 Lyapunov 函数:

$$V = V_1 + \gamma_0 \frac{r_0^2}{2} + \frac{\mu x_1^{\mathrm{T}} P_1 x_1}{2} + \frac{\mu x_2^{\mathrm{T}} P_2 x_2}{2}, \quad (32)$$

其中 V_1 如式(24) 定义, $\mu > 0$ 是待定参数. 经过一些运算, 总可找到 $\beta^* > 0$, 使得对任意的 $\beta \in [0, \beta^*)$, 有

$$\dot{V} \le -q_0 \frac{\epsilon^2}{2} - \frac{\mu x_1^2}{4} - \frac{\mu x_2^2}{4} - \gamma_0 p_0 r_0^2 < 0. \quad (33)$$

限于篇幅, 详细证明略. □

5 结 语

本文针对相对阶 $n^* = 3$ 的具有噪声的一类简单系统(2), 研究了具有未规范化自适应律的鲁棒直接型模型参考自适应控制器的全局稳定性, 跟踪和参数估计问题. 据作者所知, 这个结果是新的. 但仍有大量问题值得进一步考虑: 如何将这个结果推广到更一般的系统; 如何设计和分析相对阶 $n^* = 3$, 具有噪声和未知高频增益符号的鲁棒直接型模型参考自适应控制器等.

参考文献(References):

[1] Ioannou P A, Sun J. *Robust Adaptive Control*[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.

[2] Xie X J, Wu Y Q. Robust model reference adaptive control with hybrid adaptive law [J]. *Int J of Systems Science*, 2002, 33(14): 1109-1119.

[3] Morse A S. A comparative study of normalized and unnormalized tuning errors in parameter-adaptive control[A]. *Proc of the 30th IEEE Conf on Decision and Control*[C]. Brighton, 1991. 135-138.

[4] 解学军, 吴昭景, 张嗣瀛. 具有未规范化自适应律的直接型模型参考自适应控制器[J]. 控制与决策, 2004, 19(1): 53-56.
(Xie X J, Wu Z J, Zhang S Y. Direct model reference adaptive backstepping controller with unnormalized adaptive laws[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(1): 53-56.)

[5] Miyasato Y. A model reference adaptive controller for systems with uncertain relative degrees r, $r=1$ or $r+2$ and unknown signs of high-frequencey gains [J]. *Automatica*, 2000, 36(6): 889-896.

(上接第 443 页)

5 结 论

本文提出了现代军机战术任务规划和管理系统设计方案以及组成子系统——信息融合、态势评估及任务规划器的实现方法和技术途径; 基于目标和任务模型, 实现了对冲突的检测与消解. 基于MPC的滚动优化和在线校正技术, 实现了当出现突发威胁和突发事件情况下飞机在线轨迹规划问题. 本文结果既可应用于有人作战飞机的智能决策辅助系统, 也可应用于无人战术飞机的自主控制系统的设计, 而且随着计算机技术的快速发展, 系统实时性问题也会得到解决.

参考文献(References):

[1] Shella B Bank, Carl S Lizza. Pilot's associate: A coopertive, knowledge-based system application [J]. *IEEE Expert*, 1991, 6(3): 18-29.

[2] Schulte A. Cognitive automation for tactical mission management [J]. *Cognitive Technology and Work*, 2002, 4(1): 146-159.

[3] Pipe H J. The UK management AID project[A]. *IFAC Automatic Control in Aerospace*[C]. Ottobrunn, 1992. 263-268.

[4] Bar Shalom Y, Li X R. *Multitarget-multisensor Tracking: Principles and Techniques*[M]. Storrs: YBS Publishing, 1995.

[5] Mulgund S, Rinkus G, Illgen C. On-line intelligent processor for situation assessment [A]. *2nd Annual Symposium and Exhibition on Situational Awareness in the Tactical Air Environment*[C]. Patuxent River, 1997. 1-13.

[6] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993. 1-10.

[7] Sjanic Z. On-line mission planning based on model predictive control[D]. Sweden: Linkoping University, 2001. 15-20.

[8] 胡昱. 飞机战术飞行轨迹优化方法及其实现研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 1999. 70-80.