

文章编号: 1001-0920(2004)04-0448-04

基于 Taylor 逼近的非线性系统 PD 型多步预测控制

张 燕^{1,2}, 陈增强¹, 袁著祉¹

(1. 南开大学 自动化系, 天津 300071; 2 河北工业大学 自动化系, 天津 300130)

摘 要: 基于局部递归神经网络对非线性系统进行递归多步向前预测, 将系统实际多步向前预测值按泰勒公式在其递归预测值上展开, 实现对非线性系统多步预测输出值的二次逼近, 减少了预测误差, 进而通过对 PD 型多步预测性能指标函数极小化求取控制量。控制器与广义预测控制器结构相似, 其参数通过神经网络在线辨识获得。仿真实验表明了该方法的有效性。

关键词: 多步预测控制; 递归神经网络; 智能 PD 控制; 泰勒公式

中图分类号: TP **文献标识码:** A

PD-type multi-step predictive control of nonlinear system based on Taylor approximation

Zhang Yan^{1,2}, Chen Zeng-qiang¹, Yuan Zhu-zhi¹

(1. Department of Automation, Nankai University, Tianjin 300071, China; 2 Department of Automation, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China Correspondent: ZHAN Yan, E-mail: yanzh_0115@eyou.com)

Abstract: The recursive multi-step-ahead predictive technique is adopted to nonlinear systems based on the local recurrent neural networks. The actual multi-step-ahead predictive outputs of a nonlinear plant are obtained by making use of Taylor expansion equation at the point of recursive predictive value. The proposed method can be regarded as approximating the system outputs at the second order, which can reduce predictive error strongly. By minimizing the PD-type multi-step predictive energy function, a PD-type multi-step predictive controller is constructed. The new controller has similar structure to generalized predictive control. Its parameters are tuned in real-time by a recurrent neural network. Simulation results show the effectiveness and good performance.

Key words: multi-step predictive control; recurrent neural networks; intelligent PD control; Taylor expansion

1 引 言

预测控制是为适应复杂工业过程控制而提出的一种鲁棒控制算法, 具有多步预测、滚动优化、反馈校正等先进控制机理, 在线性系统的控制中取得了很大成功^[1,2], 但非线性系统的预测控制问题有待于进一步研究。基于人工神经网络的非线性系统多步预测控制问题已成为研究的热点问题^[3-5]。线性化一直是处理非线性问题的常用方法, 通过各种线性

化逼近, 使得对于非线性控制律的求解加以简化, 提高实时计算速度。文献[6]采用一个前馈神经网络辨识非线性系统, 在每个采样间隔将学习后的网络模型进行线性化, 将线性化模型直接应用于广义预测控制算法。[7]用一组神经网络模型逼近一个非线性系统的多步预测值, 利用泰勒公式对预测值进行线性逼近。在非线性系统的控制中, 一个重要的控制策略是非线性系统的反馈线性化理论, 通过系

收稿日期: 2003-04-07; 修回日期: 2003-06-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60174021; 60374037)。

作者简介: 张燕(1974—), 女, 河北石家庄人, 讲师, 博士生, 从事智能控制、预测控制等研究; 陈增强(1964—), 男, 天津人, 教授, 博士生导师, 从事自适应控制、预测控制等研究。

统的状态反馈抵消系统的非线性特性, 构造等价的线性关系, 进而可用线性控制理论完成控制器的设计. [8]基于神经网络模型和输入输出反馈线性化思想, 提出一种非线性预测控制方案

PD 控制器具有鲁棒性强、结构简单的特点, 但对于严重非线性系统, 常规 PD 控制器难以取得好的控制效果. 文献[9]提出了 PD 型多步预测目标函数. 本文在此基础上提出一种新型非线性 PD 预测控制方法. 通过泰勒展开对系统多步预测输出值在迭代预测值上进行线性化, 优化 PD 型多步预测性能指标以求取控制律, 完成对非线性系统的预测控制. 选用局部递归神经网络完成对系统的建模及多步预测, 共采用两个神经网络: 一个是用于建模和预测的网络; 另一个是校正网络, 在线校正目标函数中的 4 个参数

2 非线性系统线性化

2.1 局部递归神经网络

局部递归神经网络保留了完全递归神经网络的动态特性, 同时因其反馈连接少, 更适于非线性系统实时控制. 局部递归神经网络结构如图 1 所示. 除输入层、隐含层、输出层外, 还包括一个结构层, 结构层神经元个数与隐含层神经元个数相同

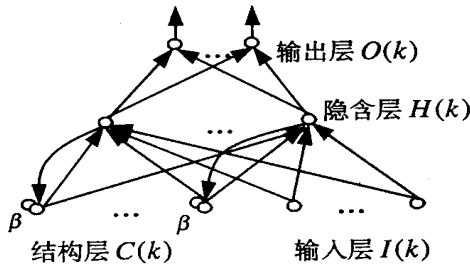


图 1 局部递归神经网络结构图

该网络的数学模型描述为

$$O(k) = f[W^3H(k)], \tag{1}$$

$$H(k) = g[W^1C(k) + W^2I(k)], \tag{2}$$

$$C(k) = \beta C(k-1) + H(k-1). \tag{3}$$

其中: $W^i (i = 1, 2, 3)$ 为神经网络层之间的连接权矩阵, $f(\bullet)$ 和 $g(\bullet)$ 分别为隐层和输出层的激活函数. 如果令 $\beta = 0$, 且对于单输入单输出系统, 输出层激活函数 $f(x) = x$, 那么局部递归神经网络为基本 Elman 网络^[10]. 在图 1 中, 结构单元中包含一个固定增益的自反馈连接, 故可用标准 BP 学习算法修改网络权值

2.2 非线性系统多步预测

设系统辨识模型为

$$y(k) = f_{NN}[y(k-1), \dots, y(k-n-1), u(k-1), \dots, u(k-m-1), W] \tag{4}$$

其中: $f_{NN}(\bullet)$ 是一个局部递归神经网络, 实现对非线性系统的建模; W 是神经网络的全体权值组成的矩阵; 隐含层激活函数 $g(x) = 1/(1 + e^{-x})$, 输出层激活函数取为线性函数. 多步向前预测的输出利用迭代方法求得^[11]. 系统实际预测的输出值与迭代预测输出值之间必然存在误差, 在此基于多变量连续函数一阶泰勒级数展开公式, 将系统一步向前预测输出表示为

$$y(k+1|k) = f[y(k), \dots, y(k-n), u(k), \dots, u(k-m)] = \hat{y}(k+1) + \frac{\partial \hat{y}(k+1)}{\partial u(k)} \Big|_{u(k)=u(k-1)} [u(k) - u(k-1)], \tag{5}$$

其中 $y(k+1)$ 为系统迭代预测输出值. 为方便论述, 令 $g_{11} = \frac{\partial \hat{y}(k+1)}{\partial u(k)} \Big|_{u(k)=u(k-1)}$, $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$, 则式(5)可写为

$$y(k+1) = \hat{y}(k+1) + g_{11}\Delta u(k). \tag{6}$$

同理, 系统多步向前预测输出值为

$$y(k+j|k) = \hat{y}(k+j) + g_{j1}\Delta u(k) + \dots + g_{jj}\Delta u(k+j-1), \tag{7}$$

并且

$$g_{j1} = \frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial u(k)} \Big|_{\substack{u(k+j-1)=u(k-1) \\ u(k)=u(k-1)}},$$

$$g_{jj} = \frac{\partial \hat{y}(k+j)}{\partial u(k+j-1)} \Big|_{\substack{u(k+j-1)=u(k-1) \\ u(k)=u(k-1)}}$$

$j = 1, 2, \dots, N$, N 为预测长度

为推导方便, 引入如下符号:

$$\hat{Y} = [y(k+1|k), \dots, y(k+N|k)]^T,$$

$$\hat{Y} = [y(k+1), y(k+2), \dots, y(k+N)]^T,$$

$$U = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+N-1)]^T,$$

$$\Delta u(k+i) = u(k+i) - u(k-1),$$

$$i = 0, 1, \dots, N-1,$$

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & 0 & \dots & 0 \\ g_{21} & g_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N1} & g_{N2} & \dots & g_{NN} \end{bmatrix}_{N \times N}$$

因此系统多步向前预测输出可写成向量形式

$$Y = \hat{Y} + GU. \tag{8}$$

3 非线性预测控制器

为求得非线性控制器的控制规律, 本文引入

PD 型多步预测目标函数

$$J = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \{ K_i e^2(k+j) + K_p [\Delta e(k+j)]^2 + K_d [\Delta^2 e(k+j)]^2 \} + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^N [\Delta u(k+j-1)]^2 \quad (9)$$

其中: $e(k+j) = y(k+j|k) - r(k+j)$, $\lambda > 0$ 为控制加权因子, $r(k+j)$ 为设定值的柔化序列^[1]. 令 $R = [r(k+1), r(k+2), \dots, r(k+N)]^T$, 则目标函数可写成

$$J = \frac{1}{2} (R - Y)^T (R - Y) + \frac{\lambda}{2} U^T U. \quad (10)$$

通过对目标函数极小化, 即 $\partial J / \partial U = 0$, 求得 PD 型多步预测控制律

$$U = (\lambda I + G^T \Omega G)^{-1} G^T \Omega (R - \hat{Y}). \quad (11)$$

取其第一分量, 设 $a = [1, 0, \dots, 0]_{1 \times N}$, 这样在 k 时刻的控制信号为

$$\Delta u(k) = a (\lambda I + G^T \Omega G)^{-1} G^T \Omega (R - \hat{Y}). \quad (12)$$

其中参数定义如下:

$$\Omega = K_i I + K_p S^T S + K_d (S^2)^T S^2,$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix}_{N \times N}$$

4 校正网络

PD 型多步预测控制存在参数整定困难的缺点, 因此本文用一校正网络 NNC 在线整定参数, 网络结构如图 1 所示 NNC 的输出 $O(k) = [K_i, K_p, K_d, \lambda]^T$, 输入 $I(k) = [e(k), \dots, e(k-p)]^T$, 且 $e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$, 网络隐含层激活函数为 $g(x) = (1 - e^{-x}) / (1 + e^{-x})$. 由于控制器参数不能为负值, 则输出层激活函数取为 $f(x) = 1 / (1 - e^{-x})$. 为修改网络权值, 目标函数选为^[11]

$$J_c = \frac{\lambda}{2} \Delta u(k)^2. \quad (13)$$

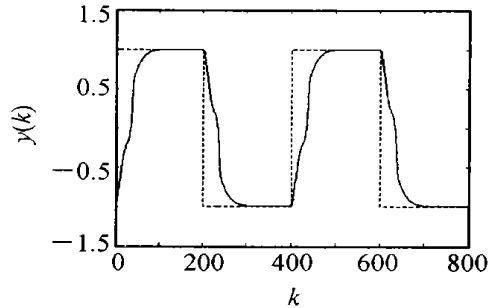
采用 BP 算法训练权值

$$W_c(k+1) = W_c(k) + \eta \frac{\partial J_c(k)}{\partial W_c(k)} = W_c(k) + \eta_l \frac{\partial J_c(k)}{\partial W_c(k)} \frac{\partial J_c}{\partial I_l(k)}, l = 1, \dots, 4 \quad (14)$$

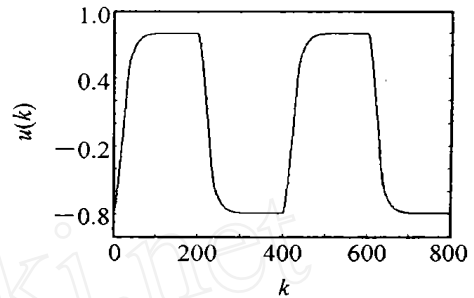
5 仿真实例

例 1 设非线性系统

$$y(k) = \frac{y(k-1)}{1 + y^2(k-1)} + u^3(k-1),$$



(a) 系统输出响应

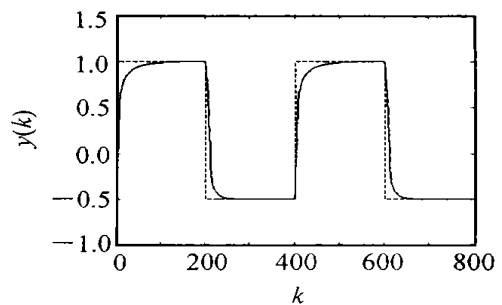


(b) 系统控制量

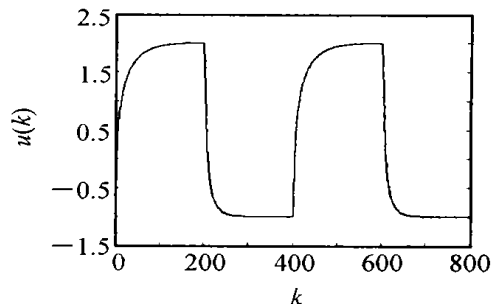
图 2 系统响应曲线及控制输入

其辨识网络隐含层有 10 个单元, 学习步长 $\eta = 0.106$, 校正网络结构为 4-12-3, 预测步数 $N = 4$, $\beta = 0.6$, 柔化因子 $\alpha = 0.68$, 辨识网络离线训练 900 步再投入在线训练. 仿真结果如图 2 所示

例 2 设非线性系统



(a) 系统输出响应



(b) 系统控制量

图 3 系统响应曲线

$$y(k) = \frac{y(k-1)y(k-2) + u(k-1) - 0.2u(k-2)\sin(y(k-2) - y(k-1))}{1 + y^2(k-1) + y^2(k-2)}$$

其辨识网络隐含层有 10 个单元, 学习步长 $\eta = 0.117$, 校正网络结构为 3-9-3, 预测步数 $N = 5$, $\beta = 0.5$, 柔化因子 $\alpha = 0.6$, 辨识网络离线训练 600 步再投入在线训练, 仿真结果如图 3 所示

除以上实例外, 采用本文方法对非线性系统作了大量的仿真实验, 均取得较好的效果, 验证了该方法的有效性

6 结 论

本文提出一种非线性 PD 型多步预测控制算法, 现将该算法总结如下:

1) 采用局部递归神经网络对非线性系统辨识, 由于其反馈连接少, 学习迅速, 适于动态系统实时控制;

2) 在多步迭代预测的基础上, 利用 Taylor 公式对非线性系统多步预测值进行线性化, 消除系统辨识模型与迭代预测过程的误差;

3) 目标函数取为 PD 型多步预测函数, 求得的控制器鲁棒性好, 结构与广义预测控制器相似, 计算量没有显著增加;

4) 引入局部递归神经网络在线校正 PD 型预测控制器参数, 克服了参数整定困难的缺点

本文提出的算法训练速度快, 控制动作平稳, 是实现非线性系统的多步预测的一种有效方法

参考文献(References):

- [1] Clarke D W, Mohtadic, Tuffs P S. Generalized predictive control: Part I and Part II [J]. *Automatica*, 1987, 23(1): 137-160
- [2] Hogg G W, Ei R N. Multivariable generalized predictive control of a boiler system [J]. *IEEE Trans on Energy Conversion*, 1991, 61(2): 280-287.
- [3] Benedikt Schenker, Mukul Agarwal. Long-range prediction for poorly-known systems [J]. *Int J Control*, 1995, 62(1): 227-238

- [4] 陈增强, 袁著祉, 张燕. 基于神经网络的非线性预测控制综述[J]. *控制工程*, 2002, 9(4): 7-11.
(Chen Zengqiang, Yuan Zhuzhi, Zhang Yan. A survey on neural-network based nonlinear predictive control [J]. *Control Engineering of China*, 2002, 9(4): 7-11.)
- [5] Amir Fatiha, Samir Ishaheen. A comparison between neural network forecasting techniques-case study: River flow forecasting [J]. *IEEE Trans on Neural Network*, 1999, 10(2): 402-409.
- [6] 李翔, 陈增强, 袁著祉, 等. 基于神经网络的非线性前馈补偿广义预测自校正控制器[J]. *南开大学学报*, 1999, 32(2): 51-55.
(Li Xiang, Chen Zengqiang, Yuan Zhuzhi. A neural network-based nonlinear forward compensation generalize predictive self-tuning control [J]. *J of Nankai University*, 1999, 32(2): 51-55.)
- [7] 陈增强, 车海平, 贺江峰, 等. 基于神经网络的二次逼近非线性自适应预测控制器[J]. *电路与系统学报*, 1998, 32(3): 51-55.
(Chen Zengqiang, Che Haping, He Jiangfeng. Quadratic approximation nonlinear adaptive predictive controller based on neural network [J]. *J of Circuits and System*, 1998, 32(3): 51-55.)
- [8] Miguel A B, Ton J J, Van D B. Predictive control based on neural network model with I/O feedback linearization [J]. *Int J Control*, 1999, 72(17): 1358-1554
- [9] 陈增强, 车海平, 袁著祉. PD 型大范围预测自校正控制器的设计与实现[J]. *南开大学学报*, 1995, 28(1): 15-20.
(Chen Zengqiang, Che Haping, Yuan Zhuzhi. On the design and realization of PD-type long-range prediction self-tuning controller [J]. *J of Nankai University*, 1995, 28(1): 15-20.)
- [10] Pham D T, Liu X. Training of Elman networks and dynamic system modeling [J]. *Int J System Science*, 1996, 27(2): 221-226
- [11] 王群仙, 陈增强, 袁著祉. 基于 BP 网络的 PD 型预测自校正控制器[J]. *控制与决策*, 1998, 13(2): 185-188.
(Wang Qunxian, Chen Zengqiang, Yuan Zhuzhi. PD structure predictive self-tuning controller based on BP neural networks [J]. *Control and decision*, 1998, 13(2): 185-188.)