

文章编号: 1001-0920(2004)05-0542-04

基于内模结构的 GPC 鲁棒性改进与分析

张兴会¹, 陈增强², 袁著祉²

(1. 天津技术师范学院 计算机系, 天津 300222; 2 南开大学 自动化系, 天津 300071)

摘要: 在内模结构下, 广义预测控制器和滤波器的定量表达是在优化过程中同时形成的, 缺乏对未建模动态的主动抑制能力, 对此引入新的失配滤波器以改进系统的鲁棒性, 利用 Roch é 定理, 给出改进后系统鲁棒稳定的区域 仿真研究表明, 引入失配滤波器后系统的鲁棒域得到了有效的改善

关键词: 广义预测控制; 内模控制; 鲁棒性

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Analysis and improvement of GPC robustness based on internal model

ZHANG Xing-hui¹, CHEN Zeng-qiang², YUAN Zhu-zhi²

(1. Department of Computer, Tianjin University of Technology and Education, Tianjin 300222, China; 2 Department of Automation, Nankai University, Tianjin 300071, China Correspondent: ZHANG Xing-hui, Email: xhzhang@tute.edu.cn)

Abstract: In the framework of internal model control structure, GPC's quantitative representations of controller and filter are constructed in the process of optimization at the same time. It is short of the ability of restraining model mismatch by itself. A reasonable mismatch filter is proposed to improve the system robustness. The stable area of robustness is given by using Roch é theorem. An illustrative example shows the robustness of controller and the comparison with normal GPC version.

Key words: general predictive control; internal model control; robustness

1 引言

广义预测控制(GPC)^[1]自问世以来, 受到控制界的极大关注, 取得了许多应用成果. 实际应用和理论分析表明, 该控制算法鲁棒性较强, 对于模型误差和变时滞等不确定性具有一定的容忍能力.

席裕庚等人^[2,3]将内模控制(MC)引入GPC的分析, 并在此框架下得出许多稳定性方面的结论, 充分显示了MC框架在分析闭环性能方面的有效性. 在GPC的MC结构中, 反馈滤波器 G_f 是在优化过程中与控制器 G_c 同时形成的, 并未针对系统未建

模动态进行独立设计, 因而缺乏对未建模动态的主动抑制能力. 对此, 席裕庚等人^[4]又提出引入失配滤波器以提高GPC的鲁棒性. 对于单位脉冲响应为有限步数的系统, 其 H_2 范数的优化问题可转化为对其单位脉冲响应的 l_2 范数的优化, 并给出一种次优设计方案. 在此基础上, 本文提出一种新的改进方案, 使得 G_f 的引进位置更为合理, 降低了算法对系统的要求, 同时指出了改进后的GPC在MC结构下鲁棒性强的根源并给出其鲁棒域的描述形式.

收稿日期: 2003-05-14; 修回日期: 2003-07-04.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60174021, 60374023); 教育部科学技术研究重点项目(204010).

作者简介: 张兴会(1963—), 男, 河北孟村人, 教授, 博士, 从事自适应控制、预测控制及图像处理等研究; 袁著祉(1937—), 男, 山东青岛人, 教授, 博士生导师, 从事自适应控制、预测控制及智能控制等研究.

2 问题描述

2.1 MC 下 GPC 的闭环描述

由文献[2]知, MC 框架下的 GPC 描述如图 1 所示

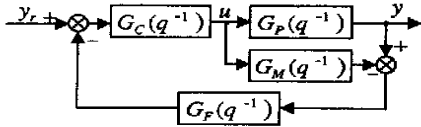


图 1 广义预测控制算法的内模控制结构

由于控制器 $G_C(q^{-1})$ 和滤波器 $G_F(q^{-1})$ 的表达式涉及向量 F 和 H , 需要递推计算, 经过推导变换, 使之只与对象参数 $A(q^{-1}), \{d_i\}$ 及控制参数 α 有关^[2]. 图中各环节的传递函数如下:

模型

$$G_M(q^{-1}) = \frac{q^{-1}B(q^{-1})}{A(q^{-1})}, \quad (1)$$

对象

$$G_P(q^{-1}) = \frac{q^{-1}B_P(q^{-1})}{A_P(q^{-1})}, \quad (2)$$

控制器

$$G_C(q^{-1}) = \frac{d^T M A}{(1 + d^T H) \Delta + q^{-1} B d^T (F - L)} = \frac{(d_s + d_0) A(q^{-1})}{A_C(q^{-1})}, \quad (3)$$

滤波器

$$G_F(q^{-1}) = \frac{d^T (F - L)}{d^T M} = \frac{B_F(q^{-1})}{(d_s + d_0)}. \quad (4)$$

其中

$$d_0 = -d^T L = -(d_1 \alpha + \dots + d_N \alpha^N),$$

$$d_s = \sum_{i=1}^N d_i,$$

$$B_F(q^{-1}) = f_0 + f_1 q^{-1} + \dots + f_n q^{-n}.$$

GPC 的闭环传函为

$$\frac{y(q^{-1})}{y_r(q^{-1})} = \frac{(d_s + d_0) A B_P}{A_P (A_C - q^{-1} B_F B) + q^{-1} B_F A B_P}. \quad (5)$$

2.2 失配滤波器 G_f 的引入

由于 GPC 对系统的未建模动态缺乏足够的抑制力, 只能利用系统本身的稳定裕量对系统未建模动态保持一定的鲁棒性. 为此, 引入失配滤波器 G_f , 并使 G_f 的引进位置更为合理, 图 2 即为改进后的内模控制结构图. 当系统存在未建模动态时, 通过设计失配滤波器 $G_f(q^{-1})$ 来增强系统的鲁棒稳定性.

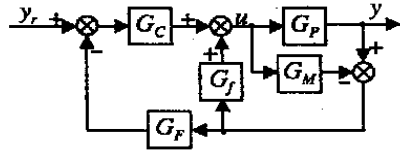


图 2 对图 1 改进后的内模控制结构
改进后的系统闭环传递函数为

$$\frac{y}{y_r} = \frac{G_C G_P}{1 + (G_C G_F - G_f)(G_P - G_M)}. \quad (6)$$

3 失配滤波器 G_f 的设计及改进后鲁棒性能分析

3.1 失配滤波器 G_f 的设计

将式(1) ~ (4) 代入(6) 得

$$y/y_r = \frac{(d_s + d_0) q^{-1} B_P}{\frac{A_C A_P}{A} + (A B_F - A_C G_f) \frac{q^{-1} A B_P - q^{-1} B A_P}{A^2}}. \quad (7)$$

引理 1^[5] $A_C - q^{-1} B_F B$ 能被 ΔA 整除, 这里 $\Delta A = (1 - q^{-1})A$.

由引理 1 可以证明

$$A_C - q^{-1} B_F B = A S, \quad (8)$$

其中 S 为 q^{-1} 多项式, 设为

$$S = S_0 + S_1 q^{-1} + \dots + S_{\text{deg}_s} q^{-\text{deg}_s}. \quad (9)$$

设改进后闭环特征多项式的分母为 D_t , 即

$$D_t = \frac{A_C A_P}{A} + (A B_F - A_C G_f) \times \frac{q^{-1} A B_P - q^{-1} B A_P}{A^2}. \quad (10)$$

若令 $A_C G_f = \lambda^2$, 则

$$D_t = \frac{A_C A_P}{A} + (B_F - \lambda) q^{-1} \frac{(A B_P - B A_P)}{A}. \quad (11)$$

其中: λ 为设计参数, 使改进后的系统鲁棒域最大; G_f 是物理可实现的.

将式(8) 代入(11) 可得

$$D_t = A_P S + (B_F - \lambda) q^{-1} B_P + \lambda q^{-1} B A_P. \quad (12)$$

3.2 鲁棒性能分析

设实际对象的分子、分母分别为

$$\begin{aligned} A_P(q^{-1}) &= 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_x} q^{-n_x} = A + \delta A, \\ B_P(q^{-1}) &= b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + b_{n_z} q^{-n_z+1} = B + \delta B, \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \delta A(q^{-1}) &= \delta a_1 q^{-1} + \dots + \delta a_{nx} q^{-nx}, \\ \delta B(q^{-1}) &= \delta b_1 + \delta b_2 q^{-1} + \dots + \delta b_{nz} q^{-nz+1}. \end{aligned}$$

则式(12)可表示为

$$D_r = A_P(S + \mathcal{Y}q^{-1}B) + (B_F - \mathcal{A})q^{-1}B_P. \quad (14)$$

将式(13)代入(14)可得

$$D_r(q^{-1}) = A_C + (S + \mathcal{Y}q^{-1}B)\delta A + (B_F - \mathcal{A})q^{-1}\delta B. \quad (15)$$

引理 2 (Roche) 设 C 是一条围线, 函数 $f(z)$ 和 $\mathcal{Q}(z)$ 满足如下条件:

- 1) 它们在 C 的内部均解析且连续到 C ;
- 2) 在 C 上, $|f(z)| > |\mathcal{Q}(z)|$

则函数 $f(z)$ 与 $f(z) + \mathcal{Q}(z)$ 在 C 内有同样多的零点

定理 1 如果 GPC 的参数选择能够保证控制器 $A_C(q^{-1})$ 稳定, 选择参数 \mathcal{Y} , 使不等式

$$\left| A_C \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{A_P} \right) + (B_F - \mathcal{A})q^{-1} \left(\frac{B_P}{A_P} - \frac{B}{A} \right) \right| < \left| \frac{A_C}{A_P} \right| \quad (16)$$

对任意 $\omega \in [0, \pi]$ 成立, 则闭环系统鲁棒稳定

证明 由式(11)和引理 2 可知, 当式(16)满足时, 闭环系统的形式特征多项式 $A_C A_P + (B_F - \mathcal{A})q^{-1}(A_B P - B A_P)$ 与 $A_C A$ 含有相同的不稳定极点个数; 由引理 1 和式(15)可知, 这些不稳定因子只可能完全包含在 A 中. 因此, 实际的特征多项式(15)与控制器 $A_C(q^{-1})$ 一样, 具有相同的不稳定极点个数, 即是鲁棒稳定的

从形式上看, 定理 1 的条件耦合性较强, 难以直观理解. 现在对式(15)中的不确定部分估计其在单位圆上的上界. 为便于分析, 令 $nx = nz = \text{deg}s = n$, 则有

$$\begin{aligned} & \left(\left| (S + q^{-1}\mathcal{Y}B)\delta A + (B_F - \mathcal{A})q^{-1}\delta B \right| \right)_{q=e^{j\omega}} \\ & \left(\left| (S + q^{-1}\mathcal{Y}B) \right| |\delta A| + \left| B_F - \mathcal{A} \right| |\delta B| \right)_{q=e^{j\omega}} \\ & \sum_{i=0}^n \left| S_i + q^{-1}\mathcal{Y}b_i q^{-i} \right|_{q=e^{j\omega}} \sum_{i=1}^n |\delta a_i| + \\ & \sum_{i=0}^n \left| (f_i - \mathcal{Y}a_i)q^{-i} \right|_{q=e^{j\omega}} \sum_{i=1}^n |\delta b_i| \\ & \sqrt{(P^2 + Q^2) \left[\left(\sum_{i=1}^n |\delta a_i| \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n |\delta b_i| \right)^2 \right]} \\ & \sqrt{(P^2 + Q^2)n \left(\sum_{i=1}^n \delta a_i^2 + \sum_{i=1}^n \delta b_i^2 \right)}. \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$P = \sum_{i=0}^n \left| (f_i - \mathcal{Y}a_i) \right|, Q = \sum_{i=0}^n \left| (S_i + \mathcal{Y}b_{i-1}) \right| \quad (18)$$

对于标称模型, 设计稳定的控制器 A_C , 同时连续函数 $A_C(e^{-j\omega})$ 在单位圆上必存在非零最小模, 记为 $\inf_{\omega \in [0, 2\pi]} |A_C(e^{-j\omega})|$, 定义不确定域半径为

$$\delta_k = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^n \delta a_i^2 + \sum_{i=1}^n \delta b_i^2 \right]}. \quad (19)$$

于是可得如下比较直观且更为保守的结论:

定理 2 当控制器 A_C 稳定且不确定性满足

$$\delta_k < \frac{\inf_{\omega \in [0, 2\pi]} |A_C(e^{-j\omega})|}{\sqrt{n(P^2 + Q^2)}} \quad (20)$$

时, 闭环系统鲁棒稳定

证明 当式(20)满足时, 由式(15)易知

$$\left| A_C \Big|_{q=e^{j\omega}} > \left| (S + q^{-1}\mathcal{Y}B)\delta A + (B_F - \mathcal{A})q^{-1}\delta B \right|_{q=e^{j\omega}};$$

考虑引理 2, 特征多项式 $D_r(q^{-1})$ 与控制器 $A_C(q^{-1})$ 具有相同个数的不稳定极点, 因此闭环系统稳定

由式(18)可知, 当设计参数 $\mathcal{Y} = 0$ 时, 其鲁棒域与普通 GPC 的鲁棒域一致. 因此总可以找到一个 \mathcal{Y} , 使 $(P^2 + Q^2)$ 的值变小, 也即当 $G_f = \mathcal{Y} \frac{A^2}{A_C}$ 时扩大其鲁棒域

4 仿真研究

考虑一阶模型

$$G_M(q^{-1}) = \frac{b_0}{1 + a_0 q^{-1}}, a_0 > 1, b_0 > 0 \quad (21)$$

实际对象为

$$\begin{aligned} G_P(q^{-1}) &= \frac{b}{1 + a q^{-1}}, \\ a &= a_0 + \delta a, b = b_0 + \delta b \end{aligned} \quad (22)$$

解 取控制器参数 $N = 2, N_u = 2, \lambda = 0$, 由文献[3]可知, 控制器具有 dead beat 性质, 且

$$\begin{aligned} A_C(q^{-1}) &= 1, \\ B_F(q^{-1}) &= \frac{1}{b_0} [(1 - a_0) + a_0 q^{-1}], \\ n &= 1, S(q^{-1}) = 1 - q^{-1}. \end{aligned}$$

其鲁棒域为

$$\delta_k < \frac{b_0}{\sqrt{(2a_0 - 1)^2 + 4b_0^2}}. \quad (23)$$

当引入 G_f 失配滤波器后, 控制参数不变. 由式(18)知

$$P = \left| \frac{1-a_0}{b_0} - \gamma \right| + \left| \frac{a_0}{b_0} - \gamma a_0 \right|,$$

$$Q = 1 + |\gamma b_0 - 1|$$

若取 $\gamma = 1/b_0$, 则 $P = a_0/b_0, Q = 1$, 此时鲁棒稳定域

$$\delta_k < \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a_0}{b_0}\right)^2 + 1}} = \frac{b_0}{\sqrt{a_0^2 + b_0^2}} \quad (24)$$

比较式(23)和(24), 显然引入 $G_f = \frac{1}{b_0}(1 + a_0q^{-1})^2$ 后, 其鲁棒稳定域得到了改善

5 结 语

本文针对 GPC 缺乏对未建模动态的主动抑制能力的问题, 提出一种新的添加独立设计的失配滤波器方法, 提高了算法的鲁棒性. 仿真算例证明了该方法的有效性. 至于失配滤波器增益 γ 的选取规律还有待于进一步研究

参考文献(References):

- [1] Clarke D W, Mohtadi C, Tutts P S. Generalized predictive control: Part 1 and Part 2[J]. *A utom atica*,

1987, 23(1): 137-160

- [2] 席裕庚, 厉隽恠. 广义预测控制系统的闭环分析[J]. *控制理论与应用*, 1991, 8(4): 419-424

(Xi Y G, Li J X. Closed-loop analysis of the generalized predictive control systems [J]. *Control Theory and Applications*, 1991, 8(4): 419-424)

- [3] 席裕庚, 张俊, 吴玮琪. 广义预测控制系统性质的进一步研究[J]. *自动化学报*, 1998, 24(3): 400-404

(Xi Y G, Zhang J, Wu W Q. Future study on properties of GPC system [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1998, 24(3): 400-404)

- [4] 吴玮琪, 席裕庚, 耿晓军. 广义预测控制器的鲁棒化改进[J]. *控制与决策*, 1999, 14(6): 663-668

(Wu W Q, Xi Y G, Geng X J. Robustness improvement to generalized predictive control [J]. *Control and Decision*, 1999, 14(6): 663-668)

- [5] Sun M W, Chen Z Q, Yuan Z H. The principle of robustness in generalized predictive control [J].

Applied Mathematics — A J of Chinese University, 1999, 13(2): 293-300.

(上接第 541 页)

5 结 语

本文针对通信时延和参数的不确定性对遥操作机器人系统稳定性和透明性的影响, 在环境模型未知的前提下, 提出了带记忆的力、位置和速度反馈控制方法. 分析和仿真表明该方法具有以下优点: 1) 能保证系统的稳定性和良好的透明性; 2) 用 matlab 的 LM I 工具箱求取反馈系数非常方便; 3) 允许系统模型的不确定性; 4) 无需已知环境模型, 并且允许环境模型发生变化; 5) 不需测量主、从手的加速度

参考文献(References):

- [1] Anderson R J, Spong M W. Bilateral control of teleoperators with time delay [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34(4): 494-501.

- [2] Gallegos J A, Rodriguez D C, Spong M W. A stable control scheme for teleoperators with time delay [J].

Int J of Robotics and Automation, 1997, 12(3): 73-79.

- [3] Hashtrudi-Zaad K, Salcudean S E. Transparency in time-delayed systems and the effect of local force feedback for transparent teleoperation [J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 2002, 18(1): 101-114

- [4] Petersen I R, Hollot C V. A Riccati Equation to the stabilization of uncertain linear system [J]. *A utom atica*, 1986, 22(4): 397-411.

- [5] 姜偕富. 线性时滞系统的鲁棒及自适应控制[D]. 南京: 东南大学, 2001.