

文章编号: 1001-0920(2004)05-0570-03

考虑执行器故障的不确定线性系统可靠跟踪控制

王福忠¹, 姚波², 井元伟¹, 张嗣瀛¹

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 2 沈阳师范大学 数学与系统科学学院, 辽宁 沈阳 110034)

摘要: 针对具有不确定性的线性定常系统, 提出了考虑执行器故障的可靠跟踪控制器设计问题. 在更一般且更实际的执行器故障模型基础上, 给出了系统输出渐近跟踪参考输入的可靠跟踪控制存在的充分条件, 通过求解 LM I 完成状态反馈可靠控制器的设计. 仿真实例验证了该设计方法的可行性, 并且通过与不考虑故障的正常控制系统的比较, 进一步说明对系统进行可靠跟踪控制的必要性.

关键词: 不确定性; 执行器故障; 可靠跟踪控制; 正常跟踪控制; LM I

中图分类号: TP29 **文献标识码:** A

Reliable tracking control for uncertain linear systems with actuator failures

WANG Fu-zhong¹, YAO Bo², JING Yuan-wei¹, ZHANG Si-ying¹

(1. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2 School of Mathematics and System Science, Shenyang Normal University, Shenyang 110034, China Correspondent: WANG Fu-zhong, E-mail: fuzhongwang@163.com)

Abstract: The reliable tracking controller design problem against actuator faults is studied. For linear uncertain systems, a more practical and general model of actuator failures is presented. Based on that, a sufficient condition about reliable tracking control is given. By means of LM I method, state feedback reliable controller is designed. A simulation example is given to illustrate the efficiency of reliable tracking control. Furthermore, the comparisons of the reliable tracking control with the normal tracking control show the necessity of reliable tracking control.

Key words: uncertainty; actuator faults; reliable tracking control; normal tracking control; LM I

1 引言

可靠控制的目的是设计控制器, 使控制系统无论部件是否出现故障都能保持稳定且满足一定的性能指标. 在航天航空、核反应堆等控制系统中, 可靠性或安全性尤为重要. 自 20 世纪 70 年代 Siljak 首次提出可靠控制以来, 一些可靠控制器的设计方法相继出现^[1-3]. 文献[1, 2]涉及的是离散故障模型, 即只考虑当控制部件出现故障时输出信号为零的情况; 文献[3, 4]则提出更具一般性且更具实际意义的

连续故障模型, 它不仅包含了控制部件正常工作和完全失效的情况, 而且还考虑了控制输出信号值偏离正常值的故障情形.

跟踪控制是设计控制器使系统的输出尽可能地接近外部参考输入. 线性系统的跟踪控制日趋完善, 而可靠跟踪控制的研究却非常有限^[5-8], 并且所采用的故障模型均为离散的. 本文将采用连续的故障模型, 给出一类不确定线性系统可靠跟踪控制存在的充分条件, 利用 LM I 完成对可靠跟踪控制器的设

收稿日期: 2003-04-03; 修回日期: 2003-06-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(79970114); 辽宁省教育厅基金资助项目(202263357).

作者简介: 王福忠(1963—), 男, 辽宁沈阳人, 副教授, 博士生, 从事可靠控制的研究; 张嗣瀛(1925—), 男, 山东章丘人, 教授, 博士生导师, 中国科学院院士, 从事复杂系统结构分析等研究.

计. 仿真进一步验证了该设计方法的有效性. 通过对正常跟踪控制系统与可靠跟踪控制效果进行比较, 充分说明了对系统进行可靠控制设计的必要性.

2 问题描述及引理

考虑线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + \Delta A)x + Bu^f + \eta \\ y = Cx. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in R^n$ 为系统的状态变量; $A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times p}, C \in R^{m \times n}$ 为常值矩阵; $u^f \in R^p$ 为考虑执行器故障的控制输入; η 为有界输入干扰.

系统的不确定性表示为

$$\Delta A = E \Theta F, \Theta^T \Theta = I, \quad (2)$$

其中 E 和 F 为适维常值矩阵.

由系统(1) 构成增广系统

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + \Delta A)x + Bu^f + \eta \\ \dot{q} = Cx - y_r, \end{cases} \quad (3)$$

其中 y_r 为跟踪参考输入. 系统(3) 可重写为

$$\dot{z} = (\hat{A} + \hat{\Delta A})z + Bu^f + w, \quad (4)$$

其中

$$z = \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix}, \hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\Delta A} = \begin{bmatrix} \Delta A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \hat{E} \hat{\Theta} \hat{F}, \hat{E} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{F} = [F \ 0], w = \begin{bmatrix} \eta \\ -y_r \end{bmatrix}.$$

设故障模型和控制器分别为

$$u^f = M u, \quad (5a)$$

$$u = K z. \quad (5b)$$

其中 M 为执行器故障矩阵, $M = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_p)$, $0 < m_{ii} < m_i < m_{ui}, m_{ui} < 1, i = 1, 2, \dots, p$. 引进如下符号:

$$M_0 = \text{diag}[m_{01}, m_{02}, \dots, m_{0p}], \quad (6a)$$

$$J = \text{diag}[j_1, j_2, \dots, j_p], \quad (6b)$$

$$L = \text{diag}[l_1, l_2, \dots, l_p], \quad (6c)$$

$$|L| = \text{diag}[|l_1|, |l_2|, \dots, |l_p|]. \quad (6d)$$

其中

$$m_{0i} = \frac{1}{2}(m_{ui} + m_{li}), j_i = \frac{m_{ui} - m_{li}}{m_{ui} + m_{li}},$$

$$l_i = \frac{m_{li} - m_{0i}}{m_{0i}}, i = 1, 2, \dots, p.$$

由式(6) 可得

$$M = M_0(I + L), |L| \leq J \leq I. \quad (7)$$

由此得闭环系统为

$$\dot{z} = \bar{A}z + w, \quad (8)$$

其中

$$\bar{A} = (\hat{A} + \hat{\Delta A}) + \hat{B}M K.$$

定义 1 对于系统(1), 如果存在控制器(5b) 使输出 y 渐近跟踪参考信号 y_r , 即有 $\lim_{t \rightarrow \infty} (y - y_r) = 0$, 则称式(5b) 为可靠跟踪控制器.

引理 1 设 N_1 和 N_2 为适维常值矩阵; Θ 为时变适维矩阵, 且 $\Theta^T \Theta < \rho I$; Σ 为时变适维对角矩阵, 且 $|\Sigma| \leq U, U$ 为正定对角矩阵. 则:

$$1) N_1 \Theta N_2 + N_2^T \Theta^T N_1 \leq N_1 N_1^T + \rho N_2^T N_2;$$

$$2) N_1 \Sigma N_2 + N_2^T \Sigma^T N_1 \leq N_1 U N_1^T + N_2^T U N_2.$$

证明略.

引理 2 对于系统(4), 如果存在控制增益矩阵 K , 使闭环系统(8) 内部渐近稳定, 则系统(1) 的输出 y 渐近跟踪参考输入 y_r .

证明略.

注 1 为简化符号, 本文所有单位矩阵都用 I 表示, 不同位置的 I 将表示不同维数的单位矩阵.

3 控制器的设计

定理 1 对于系统(4), 如果存在正定矩阵 X , 故障矩阵 M 和矩阵 K , 使得

$$\begin{bmatrix} X \hat{A}^T + S^T M B^T + & X F^T \\ \hat{A} X + \hat{B} M S + \hat{E} E^T & \\ & F X \\ & & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

则系统(4) 内部渐近稳定, 且输出 y 渐近跟踪参考输入 y_r .

证明 对于系统(4), 忽略 w 可得闭环系统 $\dot{z} = \bar{A}z$, 取 $P = X^{-1}$, 考虑如下 Lyapunov 函数

$$V = z^T P z,$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= z^T P \dot{z} + \dot{z}^T P z = \\ & z^T \{ [(\hat{A} + \hat{\Delta A}) + \hat{B}M K]^T P + \\ & P [(\hat{A} + \hat{\Delta A}) + \hat{B}M K] \} z. \end{aligned}$$

令 $T_1 = [(\hat{A} + \hat{\Delta A}) + \hat{B}M K]^T P + P [(\hat{A} + \hat{\Delta A}) + \hat{B}M K],$

$$\begin{aligned} T_2 &= P^{-1} T_1 P^{-1} = \\ & P^{-1} [(\hat{A} + \hat{\Delta A}) + \hat{B}M K]^T + \\ & [(\hat{A} + \hat{\Delta A}) + \hat{B}M K] P^{-1} = \\ & X [(\hat{A} + \hat{\Delta A}) + \hat{B}M K]^T + \\ & [(\hat{A} + \hat{\Delta A}) + \hat{B}M K] X. \end{aligned}$$

将式(2) 代入 T_2 , 令 $S = KX$, 得

$$T_2 = \hat{A} X + X \hat{A}^T + \hat{B}M S + S^T (\hat{B}M)^T + E \Theta F X + X (E \Theta F)^T.$$

根据引理 1 可得

$$T_2 = \hat{A}X + X\hat{A}^T + EE^T + BM\hat{S} + S^T(BM)^T + XF^T FX.$$

由式(9)和Schur补引理可知 $T_2 < 0$ 根据引理2, 则系统(4)内部渐近稳定, 且输出 y 渐近跟踪参考输入 y_r .

对于系统(4), 当取故障矩阵 $M = I$ 时, 系统(4)称为正常跟踪控制系统, 即

$$\dot{z} = (\hat{A} + \Delta\hat{A})z + \hat{B}u + w. \quad (10)$$

由此可得正常跟踪控制器存在的充分条件和LM I设计方法

定理 2 对于系统(10), 如果存在正定矩阵 X 和矩阵 S , 使如下LM I成立:

$$\begin{bmatrix} X\hat{A}^T + S^T\hat{B}^T + \hat{A}X + \hat{B}S + \hat{E}E^T & XF^T \\ FX & -I \end{bmatrix} < 0,$$

则存在状态反馈控制律 $K = SX^{-1}$, 使系统(10)内部渐近稳定, 且输出 y 渐近跟踪参考输入 y_r .

注 2 正常跟踪控制系统并不是不发生故障, 而是不将系统可能发生的故障考虑在系统控制器设计过程中

下面给出系统(4)可靠跟踪控制器存在的充分条件以及控制器的LM I设计方法

定理 3 对于系统(4), 如果存在正定矩阵 X 和矩阵 S , 使如下LM I成立:

$$\begin{bmatrix} X\hat{A}^T + \hat{A}X + \hat{E}E^T + BM\hat{O}S + (BM\hat{O}S)^T + BM\hat{O}M\hat{O}B^T & XF^T & S^T J^{1/2} \\ FX & -I & 0 \\ J^{1/2}S & 0 & -I \end{bmatrix} < 0,$$

则存在状态反馈可靠控制律 $K = SX^{-1}$, 使系统(4)内部渐近稳定, 输出 y 渐近跟踪参考输入 y_r .

证明略

4 仿真数例

对于系统(1)给出如下具体系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0.55 & -1.03 \\ -1 & 0.22 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u^f + \eta \\ y = (0 \ 1 \ 0)x. \end{cases} \quad (11)$$

设不确定项和外部干扰分别为

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0.2t & 0.1t & 0.4t \\ 0.04t & 0.012t & 0.1t \\ 0.02t & 0.012t & 0 \end{bmatrix}, \eta = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

参考输入 $y_r = 0$ 可知系统(11)为不稳定系统

对于系统(11), 按定理2设计正常跟踪控制增益为

$$K_s = \begin{bmatrix} 6.8402 & 10.4821 & -15.8276 & 3.5499 \\ -27.4819 & -0.1889 & 51.6832 & -0.5301 \end{bmatrix},$$

根据定理3设计可靠跟踪控制增益为

$$K_f = \begin{bmatrix} 17.1330 & 10.7401 & -11.3430 & 0.3392 \\ 20.1600 & 25.1857 & -15.6616 & -0.3417 \end{bmatrix}.$$

当系统不发生故障时, 正常跟踪控制和可靠跟踪控制均使系统渐近稳定, 输出 y 渐近跟踪参考输入 y_r .

当系统发生故障时, 设故障矩阵为 $M = \text{diag}(0.4, 0.3)$.

图1和图2分别为正常跟踪控制和可靠跟踪控制的输出曲线, 将二者进行比较可以发现, 当系统发生故障时, 两种控制形式发生了根本的变化. 从图1可以看出, 执行器发生故障时利用正常跟踪控制, 系统丧失了稳定性; 而图2则表明, 在执行器发生故障时, 可靠跟踪控制使系统仍然稳定, 且输出 y 渐近跟踪参考输入 y_r .

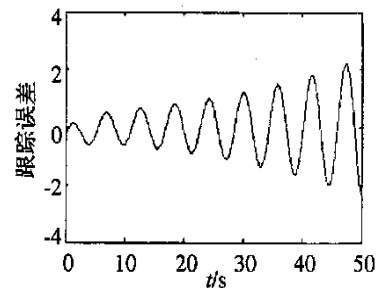


图1 正常跟踪控制的输出曲线

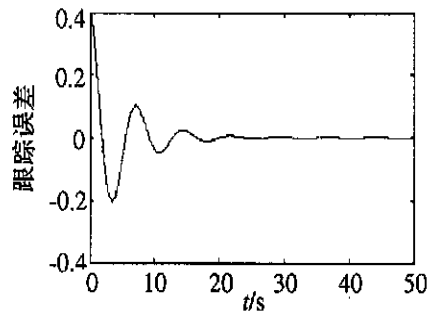


图2 可靠跟踪控制的输出曲线

(下转第 576 页)

2) 保留一定的冗余属性, 使训练模型可靠, 具有一定的抗信息缺失能力;

3) 根据小样本得到的训练模型具有较高的预测精度

对污水处理过程运行状态监测的实验结果表明了该方法的有效性

参考文献(References):

- [1] V Vapnik. *The Nature of Statistical Learning Theory* [M]. New York: Springer-Verlag, 1995
- [2] Kreßel U. Pairwise classification and support vector machines [A]. *Advances in Kernel Methods Support Vector Learning* [C], Cambridge: MIT Press, 1999. 255-268
- [3] Joachims T. Text categorization with support vector machines [R]. Dortmund: University of Dortmund, 1997.
- [4] Cai Y D, Liu X J, Xu X B, et al Prediction of protein structural classes by support vector machines [J]. *Computers and Chemistry*, 2002, 26(3): 293-296
- [5] Pawlak Z. *Rough Sets-theoretical Aspects of Reasoning about Data* [M]. Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 1992. 1-53
- [6] Aleksander Ohrn. Discernibility and rough sets in medicine: Tools and applications [D]. Trondheim: Norwegian University of Science and Technology, 1999. 53, 63-65
- [7] Scholkopf B, Smola A, Williamson R C, et al New support vector algorithms [J]. *Neural Computation*, 2000, 12(5): 1207-1245
- [8] Hsu C W, Lin C J. A comparison of methods for multiclass support vector machines [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2002, 13(2): 415-425
- [9] Chang C C, Lin C J. Training ν -support vector classifiers: Theory and algorithms [J]. *Neural Computation*, 2001, 13(9): 2119-2147

(上接第 572 页)

5 结 语

根据 Lyapunov 稳定性理论, 针对一类线性不确定性系统, 给出了正常跟踪控制器和可靠跟踪控制器存在的充分条件; 通过求解 LMI 给出了设计两种控制器的方法。仿真数例表明, 文中所给的控制器的设计方法是可行的。通过对正常跟踪控制系统与可靠跟踪控制效果的比较, 进一步看出对系统进行可靠控制设计的必要性

参考文献(References):

- [1] 张华春, 谭民. 状态反馈控制系统的容错控制器设计 [J]. *控制与决策*, 2000, 15(6): 724-726
(Zhang H C, Tan M. Design of fault-tolerant controller to state feedback control systems [J]. *Control and Decision*, 2000, 15(6): 724-726)
- [2] Veillette R J, Medanic J V, Perkins W R. Design of reliable control system [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(3): 770-784
- [3] Liu J, Wang J L. Reliable robust minimum variance filtering with sensor failures [A]. *Proc 2001 ACC* [C]. Arlington, 2001. 1041-1046
- [4] Yang G H, Wang J L, Soh Y C. Reliable H_∞ design for linear system [J]. *Automatica*, 2001, 37(5): 717-725
- [5] Zhao Q, Jiang J. Reliable tracking control system design against actuator failures [A]. *Proc 1997 SICE* [C]. Tokushima, 1997. 1019-1024
- [6] Liao F, Wang J L, Yang G H. H_∞ -based reliable robust tracking control against actuator faults with application to flight control [A]. *Proc 39th IEEE Conf on Decision and Control* [C]. Sydney, 2000. 3914-3919
- [7] Liao F, Wang J L, Yang G H. H_∞ -based reliable robust preview tracking control against actuator faults [A]. *Proc 2001 ACC* [C]. Arlington, 2001. 1047-1052
- [8] Liao F, Wang J L, Yang G H. Reliable robust flight tracking control: An LMI approach [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, 10(1): 76-89