文章编号: 1001-0920(2004)05-0598-03

基于 H ∞控制理论的非脆弱控制的研究

林瑞全, 杨富文
(福州大学 自动化系, 福建 福州 350002)

摘 要: 阐述了非脆弱控制研究的背景, 说明了非脆弱控制与鲁棒控制的本质区别, 同时提出了基于 H_∞控制理论的非脆弱控制的研究方向及研究方法

关键词: H_∞控制; 非脆弱控制; 鲁棒控制
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

On non-fragile control based on H∞ control theory

LIN Rui-quan, YANG Fu-wen
(Department of Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350002, China. Correspondent: LIN Rui-quan, E-mail: fudalrq@163.com)

Abstract: The background of the research on non-fragile control is reviewed. The difference between non-fragile control and robust control is presented. Also the research field and research methods of non-fragile control based on H_∞ control theory are given.

Key words: H_∞ control; non-fragile control; robust control

1 引 言

鲁棒控制的目标是: 对象模型在所允许的变化范围内变化时, 寻找反馈控制器 C, 使得闭环系统稳定且满足给定的性能指标 Keel 等[1,3] 通过实例指出传统的最优和鲁棒控制器设计, 不管是 H_∞, H_2, l_1, 还是 μ 综合, 都可能会出现脆弱的控制器, 即控制器的系数发生极微小的偏移, 将导致闭环系统的稳定性被破坏和(或) 性能下降 因此, 鲁棒控制的前提条件是控制器 C 必须是准确实现的 然而实际上由于控制器数字实现时受到诸多因素的影响(如字长限制、数模(D/A) 转换和模数(A/D) 转换精度及数值运算中截断误差, 以及由于环境温度的变化引起元器件老化或失效等原因造成电子元件参数的变化等), 控制器的参数会发生一定程度的变化 因此, 所设计的控制器参数必须能够承受某种程度的变化 同样, 由于任何一个性能指标均不能满足一个控制系统的所有性能要求, 控制器参数的微小变化将会引起其他性能的恶化 这就要求所设计的控制器系数应有足够的调节余地以满足不同的性能要求, 即所设计的控制器应具有一定的非脆弱性 因此, 非脆弱控制的目标应是: 对于给定对象 P, 寻找非脆弱反馈控制器 C, 保证控制器的参数在其所允许的变化范围 ΔC 内变化时, 闭环系统稳定且满足给定的性能指标

2 基于 H∞ 控制理论的非脆弱控制

考虑图 1 所示的标准控制系统框图, 其中: u 为控制输入, y 为可测量的输出, z 为被调输出, w 为外部扰动, C 为控制器, P 为控制系统 系统的状态方程满足:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t),$$

收稿日期: 2003-08-18; **修回日期**: 2003-10-30.
基金项目: 福州大学科技发展基金资助项目(2003-xy-02).
作者简介: 林瑞全(1971—), 男, 福建莆田人, 讲师, 博士生, 从事鲁棒控制、非脆弱控制的研究; 杨富文(1963—), 男, 福建仙游人, 教授, 博士生导师, 从事鲁棒控制、迭代学习控制等研究

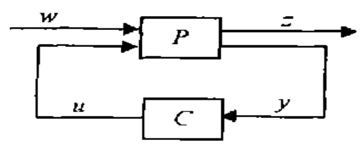

图 1　标准控制系统框图

$$
\begin{aligned}
z(t) &= C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t),\\
y(t) &= C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t),\\
x(t) &= 0,\ t \le 0.
\end{aligned} \tag{1}
$$

基于 H_∞ 控制理论非脆弱控制的设计问题, 可归结为求反馈控制器 C, 并保证控制器参数摄动 ΔC (有加性摄动、乘性摄动和反馈摄动等形式) 满足 H_∞ 范数有界时闭环系统稳定, 且闭环传递函数阵的 H_∞ 范数最小或小于某一给定值 γ

2 1　状态反馈非脆弱 H_∞ 控制

假设系统(1) 的状态可直接测量, 状态反馈非脆弱 H_∞ 控制器[4] 的设计, 就是对给定系统(1) 设计一个状态反馈控制器

$$u = (K + \Delta K)x, \tag{2}$$

使得相应的闭环系统

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= (A + B_2(K + \Delta K))x(t) + B_1w(t),\\
z(t) &= (C_1 + D_{12}(K + \Delta K))x(t) + D_{11}w(t),\\
x(t) &= 0,\ t \le 0,
\end{aligned} \tag{3}
$$

是渐近稳定的且从扰动输入 w 到被调输出 z 的闭环传递函数的 H_∞ 范数最小或小于某一给定值 γ 相应地, 若控制对象 P 此时为不确定的系统, 则将具有这样性质的状态反馈控制器称为状态反馈鲁棒非脆弱 H_∞ 控制器

2 2　基于状态观测器的非脆弱 H_∞ 控制

Luenberger 提出的状态观测器理论, 解决了在确定性条件下受控系统的状态重构问题, 通过状态重构可使状态反馈系统得以实现[5]. 考虑状态观测器方程

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + G(y - \hat{y}), \tag{4}$$

其中: $\hat{x}$ 为状态观测器的状态矢量, 是状态 x 的估计值; $\hat{y}$ 为状态观测器的输出; G 为状态观测器的输出误差反馈矩阵 此时状态反馈控制律为

$$u = Kx.$$

基于状态观测器的非脆弱 H_∞ 控制的设计, 就是对于给定系统(1) 设计一个控制器

$$
\begin{aligned}
\dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + (G + \Delta G)(y(t) - C_2\hat{x}(t)),\\
u(t) &= (K + \Delta K)\hat{x}(t),
\end{aligned} \tag{5}
$$

使得相应的闭环系统

$$
\begin{aligned}
\dot{\tilde{x}}(t) &= \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}w(t),\\
z(t) &= \tilde{C}\tilde{x}(t) + \tilde{D}w(t).
\end{aligned} \tag{6}
$$

其中

$$\tilde{x}(t) = [x^{\mathrm{T}}(t)\quad \hat{x}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}},$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & B_2(K + \Delta K) \\ (G + \Delta G)C_2 & A + B(K + \Delta K) + (G + \Delta G)(D_{22}(K + \Delta K) - C_2) \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ (G + \Delta G)D_{21} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{C} = [C_1\quad D_{12}(K + \Delta K)],\ \tilde{D} = D_{11},$$

是渐近稳定的, 且从扰动输入 w 到被调输出 z 的闭环传递函数的 H_∞ 范数最小或小于某一给定值 γ 将具有这样性质的控制器称为非脆弱 H_∞ 状态观测器 相应地, 若控制对象 P 此时为不确定的系统, 则称该观测器为鲁棒非脆弱 H_∞ 状态观测器

2 3　输出反馈非脆弱 H_∞ 控制

在许多的实际问题中, 系统的状态往往不能直接测量, 有时即使系统的状态可直接测量, 但考虑到实施控制的成本和系统可靠性等因素, 如果可以用系统的输出反馈来达到闭环系统的性能要求, 则更适合于选择输出反馈的控制方式 因此, 输出反馈非脆弱 H_∞ 控制问题的研究更具有实际意义[6]. 输出反馈非脆弱 H_∞ 控制器的设计, 就是对于给定系统(1) 设计一个具有以下状态空间实现的输出反馈 H_∞ 控制器:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_c(t) &= (A_c + \Delta A_c)x_c(t) + (B_c + \Delta B_c)y(t),\\
u(t) &= (C_c + \Delta C_c)x_c(t) + (D_c + \Delta D_c)y(t),
\end{aligned} \tag{7}
$$

使得相应的闭环系统

$$
\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A + B_2(D_c + \Delta D_c)C_2 & B_2(C_c + \Delta C_c) \\ (B_c + \Delta B_c)C_2 & (A_c + \Delta A_c) \end{bmatrix} \times \\
&\quad \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 + B_2(D_c + \Delta D_c)D_{21} \\ (B_c + \Delta B_c)D_{21} \end{bmatrix} w,\\
Z &= [C_1 + D_{12}(D_c + \Delta D_c)C_2\quad D_{12}(C_c + \Delta C_c)] \times \\
&\quad \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + (D_{11} + D_{12}(D_c + \Delta D_c)D_{21})w,\\
D_{22} &= 0,
\end{aligned} \tag{8}
$$

是渐近稳定的, 且从扰动输入 w 到被调输出 z 的闭环传递函数的 H_∞ 范数最小或小于某一给定值 γ 相应地, 若控制对象 P 此时为不确定的系统, 则称该控制器为输出反馈鲁棒非脆弱 H_∞ 控制器

2 4　基于滤波器的非脆弱 H_∞ 控制

H_∞ 滤波器[7] 的一般意义是指, 在干扰作用下

设计一滤波器去估计系统的输出, 使得从干扰输入到估计误差的映射在 H_∞ 范数意义下为最小或小于某一设定的性能指标 γ 基于滤波器的非脆弱 H_∞ 控制设计, 就是对于给定的系统

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bw(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Dw(t), \\ z(t) &= Lx(t), x(t) = 0, t \leq 0, \end{aligned} \tag{9}$$

设计一个渐近稳定的线性滤波器

$$\begin{aligned} &\dot{\hat{x}}(t) = (A_f + \Delta A_f)\hat{x}(t) + (B_f + \Delta B_f)y(t), \\ &\hat{z}(t) = (C_f + \Delta C_f)\hat{x}(t) + (D_f + \Delta D_f)y(t), \\ &\hat{x}(0) = 0, \end{aligned} \tag{10}$$

使得相应的闭环系统

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}w(t), \\ \tilde{z}(t) &= \tilde{C}\tilde{x}(t) + \tilde{D}w(t), \\ \tilde{x}(t) &= 0, t \leq 0. \end{aligned} \tag{11}$$

其中

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ (B_f + \Delta B_f)C & A_f + \Delta A_f \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ (B_f + \Delta B_f)D \end{bmatrix},$$

$$\tilde{C} = [L - (D_f + \Delta D_f)C \quad - (C_f + \Delta C_f)],$$

$$\tilde{D} = -(D_f + \Delta D_f)D,$$

$$\tilde{x}(t) = [x^{\mathrm{T}}(t) \quad \hat{x}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}},$$

$$\tilde{z}(t) = \hat{z}(t) - z(t).$$

是渐近稳定的, 且从扰动输入 w 估计误差 $\tilde{z}(t) = \hat{z}(t) - z(t)$ 的闭环传递函数的 H_∞ 范数最小或小于某一给定值 γ 具有这样性质的滤波器称为是非脆弱 H_∞ 滤波器 相应地, 若控制对象 P 此时为不确定的系统, 则称该滤波器为鲁棒非脆弱 H_∞ 滤波器

3 基于 H∞ 控制理论的非脆弱控制问题的求解

基于 H_∞ 控制理论的非脆弱控制问题的求解可转化为: 当系统存在各种不确定时, 如何利用相关的定理(如 Schur 补定理)、引理(如实有界引理) 等消去不确定参数, 利用系统的已知信息求取有关非脆弱控制问题的解, 从而使得闭环系统传递函数阵的 H_∞ 范数最小或小于某一给定值 通常非脆弱控制问题的求解方法有: 1) 基于 Ricatti 方程的方法 它通过求解 Riccati 方程的方法给出系统具有给定鲁棒性能的条件和非脆弱控制器的设计方法 2) u 综合设计方法 该方法实质上是一个交替运用代数 Ricatti 方程算法设计非脆弱 H_∞ 控制器, 并根据设计的控制器用结构奇异值分析控制系统的鲁棒稳定性和鲁棒性能的寻优过程 3) LMI(线性矩阵不等式) 方法 它把非脆弱控制问题转化为一个线性矩阵不等式系统的可行性问题, 或是一个具有线性矩阵不等式约束的凸优化问题[8,9]. 借助 MATLAB 中求解 LMI 问题的 LMI 工具箱, 可以方便和有效地处理, 求解线性矩阵不等式系统

4 结 语

目前, 基于 H_∞ 控制理论的非脆弱控制的研究在国内还只是起步, 据了解, 只有为数不多的学者对该课题进行研究, 虽然在非脆弱控制研究上已取得一些成果, 但多是针对线性系统, 还有许多问题值得研究

参考文献(References):

[1] Keel, Bhattacharyya. Robust, Fragile, or Optimal[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1098-1105.

[2] Torbjorn Norlander, PerttiM. Defragilization in optimal control design[A]. *Proc of the 38th Conf on Decision* [C]. Arizona, 1999. 875-876.

[3] Dorato P. Non-fragile controller design: An overview [A]. *In Proc Amer Control Conf* [C]. Philadephia, 1998. 2829-2831.

[4] Famularo D, Abdallah C T, Jadbabais A, et al. Robust non-fragile LQ controllers: The static state feedback case[A]. *In Proc Amer Control Conf* [C]. Philadelphia, 1998. 1109-1113.

[5] 刘豹. 现代控制理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 1983.

[6] Corrado J R, Haddad W M. Static output feedback controllers for systems with parametric uncertainty and controller gain variation[A]. *Proc Amer Control Conf* [C]. San Diego, California, 1999. 915-919.

[7] Yang G-H, Wang J L. Robust non-fragile Kalman filtering for uncertain linear systems with estimator gain uncertainty[J]. *IEEE Trans Automat Control*, 2001, 46(2): 343-348.

[8] Jadbabaie A, Chaouki T, Famularo D, et al. Robust, non-fragile and optimal controller design via linear matrix inequalities[A]. *Proc Amer Control Conf* [C]. Philadelphia, 1998. 2842-2846.

[9] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.