第19卷 第5期
Vol. 19 No. 5

控 制 与 决 策
Control and Decision

2004年5月
May 2004

文章编号: 1001-0920(2004)05-0510-05

评价带有关联子过程决策单元的DEA模型

殷梅英, 王梦光, 刘士新
(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘 要: 提出一类新的网络DEA模型, 对带有关联子过程决策单元的有效性进行了评价. 给出了决策单元网络DEA (NET-DEA)有效的相关定义和定理, 指出NET-DEA有效的单元同时也为传统DEA (C^2R)有效, 且单元的内部子过程也均为有效, 并给出有关定理的证明. 通过算例对定理进行了验证. 因网络DEA评价模型考虑了单元内部子过程对其有效性的影响, 所以该评价模型能够给出更为准确的管理信息.

关键词: 网络DEA模型; 关联子过程; NET-DEA有效; DEA (C^2R)有效
中图分类号: N945.16 **文献标识码**: A

Efficiency-measuring DEA model for DMUs with correlative subsystems

YIN Mei-ying, WANG Meng-guang, LIU Shi-xin
(School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: YIN Mei-ying, E-mail: mgwang@mail.neu.edu.cn)

Abstract: A new type NET-DEA model is proposed to measure the efficiency of decision making units (DMUs) with correlative subsystems. The definition and theorem about the NET-DEA efficiency of DMUs are given. The comparetion of the NET-DEA efficiency with traditional DEA efficiency (C^2R) of DMUs is presented. The DMUs being NET-DEA efficient are DEA efficient (C^2R) and their subsystems are also DEA efficient (C^2R). At the end, the theorem is proved by using an example. Because the NET-DEA model considers the effect of the subsystems to the DMU's efficiency, the model can give more veracious managing information.

Key words: NET-DEA model; correlative subsystems; NET-DEA efficiency; DEA efficiency (C^2R)

1 引 言

利用传统数据包络分析方法(DEA)[1]评价决策单元(DMU)相对有效性时, 将被评价对象视为黑箱[2], 同时没有讨论单元内部过程对其有效性的影响. 这种评价方法存在很大局限, 甚至可能造成有效性评价的偏差[3]. 为克服传统DEA方法的局限性, 文献[3, 4]研究了带有独立子系统的DMU有效性评价方法及其在农业土地分配中的应用. 在这些研究中, 被评价决策单元的内部子过程均是相互独立的. 然而实践中, 很多经济实体的内部子系统之间存在关联关系, 即一个子过程的输出为另一个子过程的输入, 而且这种结构的DMU更具有一般性. 基于这种结构的DMU, 本文提出一类新的网络DEA模型, 对含有相互关联子过程的DMU进行相对有效性评价.

收稿日期: 2003-06-23; **修回日期**: 2003-10-21.
基金项目: 国家863计划CMS主题资助项目(2002AA412010).
作者简介: 殷梅英(1970—), 女, 山东德州人, 博士生, 从事供应链优化管理、绩效评价、DEA理论建模与应用等研究; 王梦光(1936—), 女, 吉林省吉林市人, 教授, 博士生导师, 从事生产计划与调度、智能优化方法、CMS系统设计与开发等研究.

2　含有内部子过程的决策单元结构

现评价图1所示DMU的有效性. 设存在一组 n 个内部结构相同的 $DMU_j (j=1,2,\cdots,n)$, 每个单元含有 s 个子过程 $P_l (l=1,2,\cdots,s)$, 各子过程之间均可以有关联输入、关联输出向量. $X_j^0>0, Y_j^e>0 (j=1,2,\cdots,n)$ 分别为单元 j 的输入、输出向量.

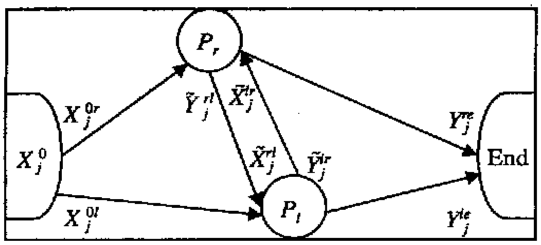

图1　含有关联子过程的决策单元j

本文仅讨论该网络结构的下述情况: 单元输入向量 X_j^0 可以在 s 个子过程间任意分配. $X_j^{0l} (l\in\{1,2,\cdots,s\})$ 表示分配到 j 单元 l 子过程的输入向量, 显然有 $X_j^0=\sum_{l=1}^{s}X_j^{0l}$. 单元输出向量 Y_j^e 为各子过程对最终节点的输出向量组合, 即 $Y_j^e=(Y^{1e},\cdots,Y_j^{le},\cdots,Y^{se})^T$, 其中 Y_j^{le} 表示 j 单元 l 子过程对最终节点的输出向量. $\tilde{Y}_j^{lr}(r,l\in\{1,2,\cdots,s\}, r\neq l)$ 表示 j 单元 l 子过程对 r 子过程的关联输出. $\tilde{X}_j^{rl}(r,l\in\{1,2,\cdots,s\}, r\neq l)$ 表示 j 单元 l 子过程来自 r 子过程关联输入, 显然有 $\tilde{Y}_j^{rl}=\tilde{X}_j^{rl}, \tilde{Y}_j^{lr}=\tilde{X}_j^{lr}$. 上述各输入、输出的相应权重向量为: 单元输入 X^0 和输出 Y^e 的权重分别为 V^0 和 U^e. 各子过程输入向量 X^{l0} 和 $\tilde{X}^{rl}$ 的权重向量分别为 V^{l0} 和 $\tilde{V}^{rl}$, 输出向量 Y^{le} 和 $\tilde{Y}^{lr}$ 的权重向量分别为 U^{le} 和 $\tilde{U}^{lr}$. 下标 j 表示第 j 个单元, $j_0=0$ 表示被评价单元.

3　一类网络DEA有效性的评价模型

基于图1的变量及关系说明, 现给出评价一类具有关联子过程的决策单元相对有效性的网络DEA分式模型, 简称NET-DEA模型.

$$(\overline{P})\quad \max \frac{U^{e^T}Y_0^e}{V^{0^T}X_0^0}=V_{\overline{P}}, \tag{1}$$

$$\text{s.t.}\quad \frac{U^{le^T}Y_j^{le}+\sum_{r=1,r\neq l}^{s}\tilde{U}^{lr^T}\tilde{Y}_j^{lr}}{V^{0l^T}x_j^{0l}+\sum_{r=1,r\neq l}^{s}\tilde{V}^{rl^T}\tilde{X}_j^{rl}}\le 1,$$

$$j=1,2,\cdots,n;\quad l=1,2,\cdots,s; \tag{2}$$

$$V^0\ge V^{0l},\quad l=1,2,\cdots,s;$$

$$\tilde{U}^{rl}\ge\tilde{V}^{rl}, \tilde{U}^{lr}\ge\tilde{V}^{lr},$$

$$r,l\in\{1,2,\cdots,s\}, r\neq l; \tag{3}$$

V^0 无符号限制, $V^{0l}\ge 0$,

$\tilde{V}^{lr}\ge 0, \tilde{V}^{rl}\ge 0, U^{le}\ge 0$,

$\tilde{U}^{lr}\ge 0, \tilde{U}^{rl}\ge 0, U^e\ge 0$.

模型 $(\overline{P})$ 中的约束(3) 说明子过程中来自单元外部输入向量权重, 应小于等于单元总输入权重; 子过程中来自内部其他子过程的关联输入向量权重, 应小于等于其他子过程相应关联输出向量的权重. 对模型 $(\overline{P})$ 进行Charnes-Cooper变换. 令

$$\begin{cases} t=1/(V^{0^T}X_0^0), \\ \omega^0=tV^0, \omega^{0l}=tV^{0l}, \tilde{\omega}^{rl}=t\tilde{V}^{rl}, \tilde{\omega}^{rl}=t\tilde{V}^{rl}, \\ \tilde{\mu}^{rl}=t\tilde{U}^{rl}, \tilde{\mu}^{lr}=t\tilde{U}^{rl}, \tilde{\mu}^{le}=t\tilde{U}^{le}, \mu^e=tU^e, \end{cases}$$

则分式规划 $(\overline{P})$ 转换为下列线性规划模型:

(P)

$$\max \mu^{e^T}Y_0^e=V_P, \tag{4}$$

$$\text{s.t.}\quad \omega^{0l^T}X_j^{0l}+\sum_{r=1,r\neq l}^{s}\tilde{\omega}^{rl^T}\tilde{X}_j^{rl}-$$

$$\mu^{le^T}Y_j^{le}-\sum_{r=1,r\neq l}^{s}\tilde{\mu}^{lr^T}\tilde{Y}_j^{lr}\ge 0,$$

$$j=1,2,\cdots,n;\ l=1,2,\cdots,s; \tag{5}$$

$$\omega^{0^T}X_0^0=1; \tag{6}$$

$$\omega^0\ge\omega^{0l}, l=1,2,\cdots,s;$$

$$\tilde{\mu}^{rl}\ge\tilde{\omega}^{rl}, \tilde{\mu}^{lr}\ge\tilde{\omega}^{lr},$$

$$r,l\in\{1,2,\cdots,s\};\ r\neq l; \tag{7}$$

ω^0 无符号限制, $\omega^{0l}\geqq 0, \tilde{\omega}^{lr}\geqq 0, \tilde{\omega}^{rl}\geqq 0$,

$\mu^{le}\geqq 0, \tilde{\mu}^{rl}\geqq 0, \tilde{\mu}^{lr}\geqq 0, \mu^e\geqq 0$.

模型 (P) 中约束(7) 的含义同模型 $(\overline{P})$ 中约束(3) 的说明.

定理1　规划 $(\overline{P})$ 与 (P) 在下述意义下等价: 1) 若 $\hat{V}^0, \hat{V}^{0l}, \hat{\tilde{V}}^{rl}, \hat{U}^e, \hat{U}^{le}, \hat{\tilde{U}}^{lr}$ 为 $(\overline{P})$ 的解, 则 $\hat{\omega}^0=\hat{t}\hat{V}^0$, $\hat{\omega}^{0l}=\hat{t}\hat{V}^{0l}, \hat{\tilde{\omega}}^{rl}=\hat{t}\hat{\tilde{V}}^{rl}, \hat{\mu}^e=\hat{t}\hat{U}^e, \hat{\mu}^{le}=\hat{t}\hat{U}^{le}, \hat{\tilde{\mu}}^{lr}=\hat{t}\hat{\tilde{U}}^{lr}$ 为 (P) 的解, 且 $(\overline{P})$ 与 (P) 的最优目标值相等, 其中 $\hat{t}=1/(\hat{V}^{0^T}X_0^0)$; 2) 若 $\hat{\omega}^0, \hat{\omega}^{0l}, \hat{\tilde{\omega}}^{rl}, \hat{\mu}^e, \hat{\mu}^{le}, \hat{\tilde{\mu}}^{lr}$ 为 (P) 的解, 则 $\hat{\omega}^0, \hat{\omega}^{0l}, \hat{\tilde{\omega}}^{rl}, \hat{\mu}^e, \hat{\mu}^{le}, \hat{\tilde{\mu}}^{lr}$ 也是 $(\overline{P})$ 的解, 且 $(\overline{P})$ 与 (P) 的最优目标值相等.

由DEA理论不难证明该定理成立, 证明略.

根据线性规划对偶理论, 并引入相应松弛变量, 则 (P) 的对偶规划模型(经整理) 为

$$(D)\quad \min\theta=V_D, \tag{8}$$

$$\text{s.t.}\quad \sum_{l=1}^{s}X_0^{0l}=\theta X_0^0; \tag{9}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^l X_j^{0l}+S^{0l-}=X_0^{0l},$$

$$l = 1, 2, \cdots, s; \tag{10}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^l \tilde{X}_j^{rl} + \tilde{S}^{rl-} = \tilde{X}_0^{rl}, \tilde{X}_0^{rl} = \tilde{Y}_0^{rl},$$

$$r, l \in \{1, 2, \cdots, s\}, l \neq r; \tag{11}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^l Y_j^{le} - S^{le+} = Y_0^{le},$$

$$l = 1, 2, \cdots, s; \tag{12}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^l \tilde{Y}_j^{lr} - \tilde{S}^{lr+} = \tilde{Y}_0^{lr}, \tilde{X}_0^{lr} = \tilde{Y}_0^{lr},$$

$$r, l \in \{1, 2, \cdots, s\}, l \neq r; \tag{13}$$

$$\lambda_j^l \geq 0, X_0^{0l} \geq 0, \tilde{Y}_0^{rl} = \tilde{X}_0^{rl} \geq 0,$$

$$\tilde{Y}_0^{lr} = \tilde{X}_0^{lr} \geq 0, S^{ol-} \geqq 0,$$

$$\tilde{S}^{rl-} \geqq 0, S^{le+} \geqq 0, \tilde{S}^{lr+} \geqq 0;$$

θ 无符号限制, $j = 1, 2, \cdots, n$.

其中: $\lambda_j^l, X_0^{0l}, \tilde{X}_0^{rl}$ 和 $\tilde{Y}_0^{rl}$ 均为未知变量.

定理 2 规划(P) 和(D) 均存在最优解, 且最优目标函数值存在下列关系: $V_D = V_P \leq 1$.

由线性规划对偶理论不难证明该定理成立, 证明略.

定义 1 若线性规划(P) 的解 $\hat{\omega}^0, \hat{\omega}^{0l}, \hat{\tilde{\omega}}^{l}, \hat{\mu}^e, \hat{\mu}^{le}, \hat{\tilde{\mu}}^{lr}$ 满足: $V_P = \hat{\mu}^{e^{\mathrm{T}}} Y_0^e = 1$, 则称决策单元 0 为弱网络DEA 有效(弱NET-DEA 有效) 的.

定义 2 若线性规划(P) 的解中存在 $\hat{\omega}^{0l} > 0$, $\hat{\tilde{\omega}}^{l} > 0, \hat{\mu}^{le} > 0, \hat{\tilde{\mu}}^{lr} > 0$, 且 $V_P = \hat{\mu}^{e^{\mathrm{T}}} Y_0^e = 1$, 则称决策单元为网络DEA 有效(NET-DEA 有效) 的.

定理 3 1) 决策单元 0 为弱NET-DEA 有效的充分必要条件是: 规划(D) 的最优值 $V_D = 1$; 2) 决策单元 0 为NET-DEA 有效的充分必要条件为: 规划(D) 的最优值 $V_D = 1$, 且其最优解 $\hat{X}_0^{0l}, \hat{\tilde{Y}}_0^{lr}, \hat{\tilde{X}}_0^{rl}$ ($r, l \in \{1, 2, 3\}, r \neq l$), $\hat{S}^{0l-}, \hat{\tilde{S}}^{rl-}, \hat{S}^{le+}, \hat{\tilde{S}}^{lr+}, \theta, \hat{\lambda}^l$ ($l = 1, 2, \cdots, s$) 都有

$$S^{0l-} = 0, \tilde{S}^{rl-} = 0, S^{le+} = 0, \tilde{S}^{lr+} = 0.$$

由DEA 理论易知该定理成立, 证明略.

定理 4 若决策单元为NET-DEA (模型(P)) 有效的, 相应的模型最优解表示为 $\hat{\omega}^0, \hat{\omega}^{0l}, \hat{\tilde{\omega}}^{l}, \hat{\mu}^e, \hat{\mu}^{le}, \hat{\tilde{\mu}}^{lr}$, 则有

$$\hat{\omega}^0 = \hat{\omega}^{0l}, \quad l = 1, 2, \cdots, s;$$

$$\hat{\tilde{\mu}}^{lr} = \hat{\tilde{\omega}}^{lr}, \quad r, l \in \{1, 2, \cdots, s\}, r \neq l.$$

证明 用反证法证明. 求解模型(P) 所得的最优解必然满足: $\hat{\omega}^0 \geq \hat{\omega}^{0l}, l = 1, 2, \cdots, s; \hat{\tilde{\mu}}^{lr} \geq \hat{\tilde{\omega}}^{lr}, r, l \in \{1, 2, \cdots, s\}, r \neq l; \forall j \in \{1, 2, \cdots, n\}$.

若定理 4 不成立, 则对于 $\forall l = 1, 2, \cdots, s, \forall r, l \in \{1, 2, \cdots, s\}, r \neq l$, 有以下 3 种情形: 1) $\hat{\omega}^0 > \hat{\omega}^{0l}, \hat{\tilde{\mu}}^{lr} > \hat{\tilde{\omega}}^{lr}$; 2) $\hat{\omega}^0 > \hat{\omega}^{0l}, \hat{\tilde{\mu}}^{lr} = \hat{\tilde{\omega}}^{lr}$; 3) $\hat{\omega}^0 = \hat{\omega}^{0l}, \hat{\tilde{\mu}}^{lr} > \hat{\tilde{\omega}}^{lr}$. 注意到这 3 种情形对模型($P$) 约束中式(5) 对 $\forall j = 1, 2, \cdots, n$ 均应满足. 考虑当 $j = 0$ 时, 对于情形 1), 将所有子过程对应的模型(P) 中式(5) 的不等号两边分别相加, 又 $\tilde{X}_0^{lr} = \tilde{Y}_0^{lr}$, 得 $\sum_{l=1}^{s} \omega^{0l^{\mathrm{T}}} X_0^{0l} + \sum_{r, l=1, r\neq l}^{s} (\hat{\tilde{\omega}}^{lr^{\mathrm{T}}} - \hat{\tilde{\mu}}^{lr^{\mathrm{T}}}) \tilde{Y}_0^{lr} - \sum_{l=1}^{s} \hat{\mu}^{le^{\mathrm{T}}} Y_0^{le} \geq 0$, 且 $\hat{\omega}^0 > \hat{\omega}^{0l}$, $l = 1, 2, \cdots, s, X_0^0 = \sum_{l=1}^{s} X_0^{0l}$, 则

$$\hat{\omega}^{0^{\mathrm{T}}} X_0^0 + \sum_{r, l=1, r\neq l}^{s} (\hat{\tilde{\omega}}^{rl} - \hat{\tilde{\mu}}^{rl})^{\mathrm{T}} \tilde{X}_0^{rl} - \sum_{l=1}^{s} \hat{\mu}^{le^{\mathrm{T}}} Y_0^{le} > 0. \tag{14}$$

被评价单元 0 为NET-DEA 有效, 则 $\hat{\omega}^{0^{\mathrm{T}}} X_0^0 = \hat{\mu}^{e^{\mathrm{T}}} Y^e = \hat{\mu}^{le^{\mathrm{T}}} Y_0^{0l} = 1$, 式(14) 转换为 $\sum_{r=1, l\neq l}^{s} (\hat{\tilde{\omega}}^{lr^{\mathrm{T}}} - \hat{\tilde{\mu}}^{lr^{\mathrm{T}}}) \tilde{X}_0^{lr} > 0$, 与原假设 $\hat{\tilde{\mu}}^{lr} > \hat{\tilde{\omega}}^{lr}$ 矛盾. 所以情形 1) 不成立. 同理可以证明情形 2) 和 3) 也不成立. 因此只有 $\hat{\omega}^0 = \hat{\omega}^{0l}$, $l = 1, 2, \cdots, s; \hat{\tilde{\omega}}^{lr} = \hat{\tilde{\mu}}^{lr}, r, l \in \{1, 2, \cdots, s\}, r \neq l$ 成立. □

4 NET-DEA 模型与 C^2R 模型的关系

当不考虑单元内部过程时, 评价单元总体有效性的DEA (C^2R) 分式模型如下:

($\overline{P}_{C^2R}$)

$$\max \frac{U^{e^{\mathrm{T}}} Y_0^e}{V^{0^{\mathrm{T}}} X_0^0} = V_{\overline{P}_{C^2R}}, \tag{15}$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{U^{e^{\mathrm{T}}} Y_j^e}{V^{0^{\mathrm{T}}} X_j^0} \leq 1, \quad j = 1, 2, \cdots, n; \tag{16}$$

$$U^e \geq 0, V^0 \geq 0. \tag{17}$$

单元中每个子过程有效性评价的DEA (C^2R) 模型(以 l 子过程为例) 为

($\overline{P}_{P1}$)

$$\max \frac{U^{le^{\mathrm{T}}} Y_0^{le} + \sum_{r=1, l\neq l}^{s} \tilde{U}^{lr^{\mathrm{T}}} \tilde{Y}_0^{lr}}{V^{0l^{\mathrm{T}}} X_0^{0l} + \sum_{r=1, l\neq l}^{s} \tilde{V}^{rl^{\mathrm{T}}} \tilde{X}_0^{rl}} = V_{\overline{P}_{PL}}, \tag{18}$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{U^{le^{\mathrm{T}}} Y_j^{le} + \sum_{r=1, l\neq l}^{s} \tilde{U}^{lr^{\mathrm{T}}} \tilde{Y}_j^{lr}}{V^{0l^{\mathrm{T}}} X_j^{0l} + \sum_{r=1, l\neq l}^{s} \tilde{V}^{rl^{\mathrm{T}}} \tilde{X}_j^{rl}} \leq 1,$$

$$j = 1, 2, \cdots, n; \tag{19}$$

$$U^{le} \geq 0, V^{0l} \geq 0, \tilde{U}^{lr} \geq 0, \tilde{V}^{rl} \geq 0,$$

$$r, l \in \{1, 2, \cdots, s\}, r \neq l.$$

定理 5　如果决策单元为NET-DEA 有效, 则该单元也必为不考虑内部子过程情况下的DEA 有效(C^2R).

证明　对于被评价单元 0, 模型$(\overline{P})$ 的任意可行解表示为$V^0, V^{0l}, \widetilde{V}^{rl}, U^e, U^{le}, \widetilde{U}^{lr}$. 因为

$$\frac{U^{le^{\mathrm T}}Y_j^{le} + \sum_{r=1, r\neq l}^{s}\widetilde{U}^{lr^{\mathrm T}}\widetilde{Y}_j^{lr}}{V^{0l^{\mathrm T}}X_j^{0l} + \sum_{r=1, r\neq l}^{s}\widetilde{V}^{lr^{\mathrm T}}\widetilde{X}_j^{lr}} \le 1,$$

$$l \in \{1, 2, \cdots, s\}, \tag{20}$$

由于$V^0 \ge V^{0l}$, $l = 1, 2, \cdots, s$, 且$X_j^0 = \sum_{l=1}^{s} X_j^{0l}$, 则有$V^{0^{\mathrm T}}X_j^0 \ge \sum_{l=1}^{s} V^{0^{\mathrm T}}X_j^{0l}$. 将$s$ 个子过程对应的式(20) 的分子、分母分别相加, 则有

$$\frac{U^{e^{\mathrm T}}Y_j^{e} + \sum_{r, l=1, r\neq l}^{s}\widetilde{U}^{lr^{\mathrm T}}\widetilde{Y}_j^{lr}}{V^{0^{\mathrm T}}X_j^{0} + \sum_{l, r=1, l\neq r}^{s}\widetilde{V}^{rl^{\mathrm T}}\widetilde{X}_j^{rl}} \le 1, \tag{21}$$

因为$\widetilde{X}_j^{rl} = \widetilde{Y}_j^{rl}$, 且$\widetilde{U}^{rl} \ge \widetilde{V}^{rl}$, 所以有

$$\frac{\sum_{r, l=1, r\neq l}^{s}\widetilde{U}^{lr^{\mathrm T}}\widetilde{Y}_j^{lr}}{\sum_{l, r=1, l\neq r}^{s}\widetilde{V}^{rl^{\mathrm T}}\widetilde{X}_j^{rl}} \ge 1, \tag{22}$$

将(21) 和(22) 两式中的分子、分母对应相减, 有$(U^{e^{\mathrm T}}Y_j^e)/(V^{0^{\mathrm T}}X_j^0) \le 1$. 可见, 模型$(\overline{P})$ 的任意可行解也是模型$(\overline{P}_{C^2R})$ 的可行解. 另外, 当单元为NET-DEA 模型$(\overline{P})$ 有效时, $V_{\overline{P}} = 1$. 模型$(\overline{P})$ 的目标函数式(1) 与$(\overline{P}_{C^2R})$ 中式(14) 相同, 所以最优目标函数值相等, 即$V_{\overline{P}} = V_{\overline{P}_{C^2R}} = 1$. 这表明单元也为DEA ($C^2R$) 有效. □

定理 6　如果决策单元为NET-DEA 有效, 则其各子过程均为DEA 有效(C^2R).

证明　若单元 0 为NET-DEA 有效, 且最优解为$\hat{V}^0, \hat{V}^{0l}, \hat{U}^e, \hat{U}^{le}$, $l = 1, 2, \cdots, s$, $\hat{\widetilde{V}}^{rl}, \hat{\widetilde{U}}^{lr}$, $r, l \in \{1, 2, \cdots, s\}$, $r \neq l$. 在此优化权重下, 有

$$\hat{\omega}^{0^{\mathrm T}}X_0^0 = \hat{\mu}^{e^{\mathrm T}}Y_0^e = \sum_{l=1}^{s}\hat{\mu}^{le^{\mathrm T}}Y_0^{le} = 1,$$

且

$$\hat{\omega}^{0^{\mathrm T}}X_0^0 = \sum_{l=1}^{s}\hat{\omega}^{0l^{\mathrm T}}X_0^{0l}, \quad l = 1, 2, \cdots, s,$$

则

$$\sum_{l=1}^{s}\hat{\mu}^{le^{\mathrm T}}Y_0^{le} = \sum_{l=1}^{s}\hat{\omega}^{0l^{\mathrm T}}X_0^{0l}. \tag{23}$$

因为$\widetilde{X}_0^{lr} = \widetilde{Y}_0^{lr}$, $r, l \in \{1, 2, \cdots, s\}$, $r \neq l$, 并由定理 4, 则有

$$\sum_{r, l=1, r\neq l}^{s}\hat{\widetilde{\mu}}^{rl^{\mathrm T}}\widetilde{Y}_0^{lr} = \sum_{r, l=1, r\neq l}^{s}\hat{\widetilde{\omega}}^{lr^{\mathrm T}}\widetilde{X}_0^{lr}, \tag{24}$$

式(23) 和(24) 等号两边分别相加, 有

$$\sum_{l=1}^{s}\hat{\mu}^{le^{\mathrm T}}Y_0^{le} + \sum_{r, l=1, r\neq l}^{s}\hat{\widetilde{\mu}}^{lr^{\mathrm T}}\widetilde{Y}_0^{lr} =$$

$$\sum_{l=1}^{s}\hat{\omega}^{0l^{\mathrm T}}X_0^{0l} + \sum_{r, l=1, r\neq l}^{s}\hat{\widetilde{\omega}}^{lr^{\mathrm T}}\widetilde{X}_0^{lr}. \tag{25}$$

假设在此优化权重下, s 个子过程中至少有一个无效, 即至少有一个子过程的输入权重和严格大于输出权重和, 即

$$\frac{\sum_{r=1}^{s}\hat{\widetilde{U}}^{l'r^{\mathrm T}}\widetilde{Y}^{l'r}}{\sum_{r=1}^{s}\hat{\widetilde{V}}^{l'r^{\mathrm T}}\widetilde{X}^{l'r}} = \frac{\sum_{r=1}^{s}\hat{\widetilde{\mu}}_0^{l'r^{\mathrm T}}\widetilde{Y}_0^{l'r}}{\sum_{r=1}^{s}\hat{\widetilde{\omega}}^{l'r}\widetilde{X}_0^{l'r}} < 1.$$

$$\exists\, l' \in \{1, 2, \cdots, s\}.$$

将s 个子过程输入、输出权重和分别相加, 则有下式成立:

$$\sum_{l=1}^{s}\hat{\mu}^{le^{\mathrm T}}Y_0^{le} + \sum_{r, l=1, r\neq l}^{s}\hat{\widetilde{\mu}}^{lr^{\mathrm T}}\widetilde{Y}_0^{lr} <$$

$$\sum_{l=1}^{s}\hat{\omega}^{0l^{\mathrm T}}X_0^{0l} + \sum_{r, l=1, r\neq l}^{s}\hat{\widetilde{\omega}}^{lr^{\mathrm T}}\widetilde{X}_0^{lr}. \tag{26}$$

式(25) 与式(26) 矛盾, 此假设不成立. 故s 个子过程均是DEA (C^2R) 有效的. □

定理 5 和定理 6 说明NET-DEA 模型有效比DEA 有效(C^2R) 更为严格. 若评价单元是NET-DEA 有效的, 它必然是总体DEA 有效(C^2R), 且其子过程均为DEA 有效(C^2R). 对于无效单元, NET-DEA 模型不仅能给出总体有效性差距的信息, 而且能够给出各子过程有效性差距信息及其优化的途径.

5　应用算例

假设存在一组 6 个内部结构相同(如图 2 所示)的决策单元, 原始数据略. 单元NET-DEA 有效性指标、DEA (C^2R) 有效性指标及各子过程的DEA (C^2R) 有效性指标见表 1.

结果表明, 单元 2 为NET-DEA 有效, 且为DEA

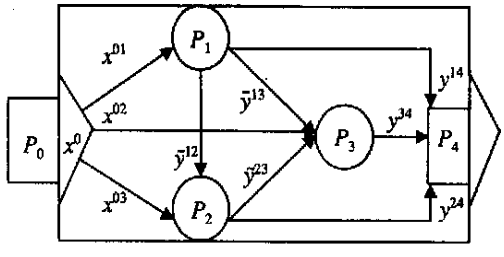

图 2　含有 3 个关联子过程的决策单元

表 1 算例中决策单元及其子过程的有效性指标计算结果

		有效性指标					
		DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4	DMU 5	DMU 6
网络DEA		0.570 8	1.000 0	0.583 3	0.598 7	0.426 9	0.572 1
DEA (C^2R)		0.537 2	1.000 0	0.583 3	0.574 7	0.412 9	0.585 4
子过程	P_1(DEA (C^2R))	0.510 2	1.000 0	0.575 0	0.527 8	0.416 7	0.583 3
	P_2(DEA (C^2R))	0.903 6	1.000 0	1.000 0	1.000 0	0.981 0	1.000 0
	P_3(DEA (C^2R))	1.000 0	1.000 0	0.959 3	0.949 5	0.963 0	0.918 7

有效(C^2R), 单元的 3 个子过程也均为有效. 该结果与定理5和定理6相符. 另外, NET-DEA 模型可以对无效单元的资源在各子过程的分配及各子过程之间的关联输入、输出进行优化.

6 结 论

利用网络DEA 技术对包含内部子过程的经济实体的有效性进行评价, 不仅可以对经济实体的总体有效性进行评价, 而且还评价了其内部子过程的有效性水平, 所以该方法较传统DEA (C^2R)模型更为严格、实用. NET-DEA 模型还可以对无效决策单元的内部资源分配作出优化, 使管理者更为详细、准确地了解经济实体的运行状况, 对低效单元给出更确切的管理措施. 另外, NET-DEA 模型对于节点间具有网络结构的供应链集结与分解评价时, 更具有普遍意义.

参考文献(References):

[1] Charnes A, Cooper W W, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units[J]. *European J of Operational Research*, 1978, 3 (4): 429-444.

[2] Fare R, Grosskopf S. Network DEA [J]. *Socio-Economic Planning Sciences*, 2000, 34(1): 35-49.

[3] Yang Y S, Ma B J, Koide M. Efficiency-measuring DEA model for production system with k independent subsystems[J]. *J of the Operations Research Society of Japan*, 2000, 43(3): 343-354.

[4] Färe R, Grabowski R, Grosskopf S, et al. Efficiency of a fixed but allocatable input: A non-parametric approach[J]. *Economics Letters*, 1997, 56(2): 187-193.

[5] Mickael L, Magnus T. Productivity and customer satisfaction in Swedish pharmacies: A DEA network model[J]. *European J of Operational Research*, 1999, 115(3): 449-458.

(上接第 489 页)

[18] 王飞跃, 戴汝为, 张嗣瀛, 等. 关于城市交通、物流、生态综合发展的复杂系统研究方法[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2004, 1(2): 142-148.
(Wang F Y, Dai R W, Zhang S Y, et al. A complex system framework for studying sustainable and integrated development of metropolitan transportation, logistics, and ecosystems[J]. *Complex Systems and Complexity Science*, 2004, 1(2): 142-148.)

[19] Zimmerman G, Neuneier R, Grothmann R. Multi-agent market modeling of foreign exchange rates[J]. *Dalam Advances in Complex Systems*, 2001, 4(1): 29-43.

[20] Tesfatsion L. *Agent-based Computational Economics: Growing Economics from the Bottom up*, *ISU Economic Working Paper No. 1*[M]. Ames, Iowa: Iowa State University, 2002.

[21] 戴汝为, 王珏. 关于智能系统的综合集成[J]. 科学通报, 1993, 38(4): 1249-1256.
(Dai R W, Wang J. On the meta synthesis of intelligent systems [J]. *Chinese Science Bulletin*, 1993, 38(4): 1249-1256.)

[22] 李耀东, 崔霞, 戴汝为. 综合集成研讨厅的理论框架、设计与实现[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2004, 1(1): 27-32.
(Li Y D, Cui X, Dai R W. The framework, design & implementation of hall for workshop of meta-synthetic engineering [J]. *Complex Systems and Complexity Science*, 2004, 1(1): 27-32.)