

文章编号: 1001-0920(2004)06-0663-04

一类离散时间切换系统鲁棒控制器设计

宗广灯¹, 武玉强²

(1. 东南大学 自动化研究所, 江苏 南京 210096; 2. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165)

摘要: 考虑一类非线性离散时间切换系统的鲁棒二次镇定和渐近镇定问题. 利用公共李亚普诺夫函数方法和多李亚普诺夫函数方法, 分别设计了切换系统鲁棒状态反馈控制器和输出反馈控制器, 保证了切换系统的二次稳定性和渐近稳定性. 仿真结果验证了所提出算法的有效性.

关键词: 离散时间切换系统; 二次稳定性; 多李亚普诺夫函数; 输出反馈

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Robust controllers design for a class of discrete time switched systems

ZONG Guang-deng¹, WU Yu-qiang²

(1. Institute of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China; 2. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu 273165, China. Correspondent: ZONG Guang-deng, E-mail: zgd@qfnu.edu.cn)

Abstract: The robust quadratic stabilization problem and asymptotic stabilization problem are considered for a class of non-linear discrete time switched systems. Robust state feedback controllers and output feedback controllers are designed respectively using common Lyapunov function technique and multiple Lyapunov function technique. The designed controllers guarantee the quadratic stability and asymptotic stability. Simulations show the correctness of the presented algorithms.

Key words: discrete time switched systems; quadratic stability; multiple Lyapunov functions; output feedback

1 引言

在实际控制问题的研究中, 往往由于物理条件的限制使得控制器的选择受到约束, 例如控制行为必须在有限的一组(有限的)给定控制器之间进行切换^[1]. 典型切换系统的例子有: 自动传输系统^[2]、计算机磁盘驱动器^[3]、熔炉的开关控制^[4]等. 近年来, 在理论上开展了切换控制系统的专题讨论^[5]. 切换系统主要出现在以下两种情况中: 1) 动态系统在结构和参数上出现急剧变化^[6]; 2) 利用切换控制器来控制连续系统^[7]. 选择切换控制而不是连续控制的主要原因, 是应用切换控制器能够获得更好的性能^[6].

稳定性是系统正常工作的先决条件. 文献[8]假设标称系统存在一个公共李亚普诺夫函数, 给出了一类连续时间不确定线性切换系统渐近镇定的充分条件. 文献[9]研究了一类离散时间切换线性系统稳定控制器设计, 但假设给定系统是确定性系统. 文献[10]研究了一类非切换系统的离散时间鲁棒镇定问题.

本文考虑一类不确定离散时间切换系统的鲁棒状态反馈镇定和输出反馈镇定问题. 通过构造公共李亚普诺夫函数, 给出了在任意切换机制下, 离散时间切换系统二次镇定和渐近镇定的充分条件. 另

收稿日期: 2003-06-02; 修回日期: 2003-07-17.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60174042); 山东省自然科学基金资助项目(Y2003G02).

作者简介: 宗广灯(1976—), 男, 山东费县人, 博士生, 从事变结构控制、混杂系统控制的研究; 武玉强(1962—), 男, 山东沂水人, 教授, 博士生导师, 从事变结构控制、混杂系统控制等研究.

外,基于多李亚普诺夫函数方法,设计了相应的切换策略,保证了切换系统的渐近稳定性.

2 问题描述

考虑如下非线性离散时间切换混杂系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = A x(k) + B u(k) + \bar{f}_i(x(k)), \\ y(k) = C x(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in R^n, u \in R^p, y \in R^q; A, B, C$ 为具有适当维数的矩阵; $\bar{f}_i(x(k))$ 为系统的扰动或未知的非线性向量; $\sigma(k): Z_+ \rightarrow \underline{m} = \{1, \dots, m\}$ 为系统的切换函数.

定义 1^[1] 称对称矩阵集合 $\{Z_1, \dots, Z_m\}$ 是完备的,若 $\forall x_0 \in R^n, \exists i_0 \in \{1, \dots, m\}$, 使得 $x_0^T Z_{i_0} x_0 > 0$; 称对称矩阵集合 $\{Z_1, \dots, Z_m\}$ 是严格完备的,若 $\forall x_0 \in R^n \setminus \{0\}, \exists i_0 \in \{1, \dots, m\}$, 使得 $x_0^T Z_{i_0} x_0 < 0$.

定义 2 给定离散时间切换系统 $x(k+1) = f_i(x(k)), f(0) = 0, i = 1, \dots, m$. 如果存在正定实对称矩阵 P , 常数 $\alpha > 0$ 和相应的切换策略(某一具体切换),使得对于 $V(x(k)) = x^T(k) P x(k)$, 有 $V(x(k+1)) - V(x(k)) \leq -\alpha x(k)^2$. (2)

则称给定离散时间切换系统是二次稳定的.

由上述定义可知,一个离散时间系统是二次稳定的,它必定也是渐近稳定的. 为此,本文同时考虑系统(1)的二次稳定性和渐近稳定性问题. 对系统(1)作如下假设:

假设 1 矩阵对 $(A_i, B_i) (i \in \underline{m})$ 完全能控.

假设 2 不确定项 $\bar{f}_i(x(k))$ 满足匹配条件,即

$$\bar{f}_i(x(k)) = B_i \bar{f}_i(x(k)), i \in \underline{m}, \quad (3)$$

并且存在已知常数 $\beta_i > 0$, 使得下式成立:

$$\bar{f}_i(x(k)) \leq \beta_i x(k), i \in \underline{m}. \quad (4)$$

另外,不妨设 $\bar{f}_i(x(0)) = 0, i \in \underline{m}$, 以保证原点为系统的共同平衡点.

3 主要结论

定理 1 对于系统(1),在假设 1 和假设 2 成立的条件下,如果存在矩阵 L_i , 对称正定矩阵 P 和常数 $\alpha > 0$, 使得下式成立:

$$\bar{A}_i^T P \bar{A}_i - P + 4 \beta_i^2 \max(B_i^T P B_i) I + I < 0. \quad (5)$$

其中 $\bar{A}_i = A_i + B_i L_i, i = 1, \dots, m$. 定义

$$u_i = -u_i + \bar{u}_i, u_i = L_i x(k), i \in \underline{m}; \quad (6)$$

$$\bar{u}_i = \begin{cases} -\frac{B_i^T P \bar{A}_i x(k)}{B_i^T P \bar{A}_i x(k)} x(k), \\ B_i^T P \bar{A}_i x & 0; \\ 0, B_i^T P \bar{A}_i x & = 0, i \in \underline{m}. \end{cases} \quad (7)$$

则对于任意切换,闭环系统(1)和(6)二次稳定.

证明 考虑式(1)和(6)组成的闭环系统

$$x(k+1) = A_i x(k) + B_i u_i(k) + \bar{f}_i(x(k)). \quad (8)$$

取李亚普诺夫函数

$$V(x(k)) = x^T(k) P x(k). \quad (9)$$

其中 P 为式(5)的解矩阵. 则由式(8)和(9)可得

$$\begin{aligned} V(x(k)) &= \\ x^T(k+1) P x(k+1) - x^T(k) P x(k) &= \\ x^T(k) [\bar{A}_i^T P \bar{A}_i - P] x(k) + & \\ 2 x^T(k) \bar{A}_i^T P B_i [\bar{u}_i(k) + \bar{f}_i(x(k))] + & \\ [\bar{u}_i(k) + \bar{f}_i(x(k))]^T B_i^T P B_i [\bar{u}_i(k) + & \\ \bar{f}_i(x(k))] &. \end{aligned} \quad (10)$$

由假设 1 和假设 2 知

$$\begin{aligned} 2 x^T(k) \bar{A}_i^T P B_i \bar{u}_i(k) + 2 x^T(k) \bar{A}_i^T P B_i \bar{f}_i(x(k)) & \\ - 2 \beta_i B_i^T P \bar{A}_i x(k) x(k) + & \\ 2 \beta_i B_i^T P \bar{A}_i x(k) x(k) = 0, & \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} (\bar{u}_i + \bar{f}_i)^T B_i^T P B_i (\bar{u}_i + \bar{f}_i) & \\ 2 \max(B_i^T P B_i) (\bar{u}_i^2 + \bar{f}_i^2) & \\ 4 \beta_i^2 \max(B_i^T P B_i) x(k)^2. & \end{aligned} \quad (12)$$

于是,由式(10)~(12)得

$$\begin{aligned} V(x(k)) & \\ x^T(k) [\bar{A}_i^T P \bar{A}_i - P] x(k) + & \\ x^T(k) [4 \beta_i^2 \max(B_i^T P B_i) I] x(k) & < \\ - \alpha x(k)^2. & \end{aligned} \quad (13)$$

从而由定义 2 知,对于任意的切换,闭环系统是二次稳定的.

基于完备性概念,可得如下定理:

定理 2 在假设 1 和假设 2 成立的条件下,如果存在 m 个矩阵 L_i 和对称正定矩阵 P , 使得矩阵集合

$$Z_i \triangleq (A_i + B_i L_i)^T P (A_i + B_i L_i) - P + 4 \beta_i^2 \max(B_i^T P B_i) I, i \in \underline{m}, \quad (14)$$

是严格完备的,定义状态反馈控制器如式(6)和(7)所示,并定义切换策略

$$i = \arg\{\min_j x^T Z_j x\}. \quad (15)$$

则在切换策略(15)下,切换系统(1)可经状态反馈(6)和(7)实现渐近稳定. 其中函数 $\arg\{ \cdot \}$ 表示满足括号内表达式条件的下标值.

证明 选取李亚普诺夫函数 $V(x(k)) = x^T(k) P x(k)$. 类似于式(13)的分析,可得 $V(x(k))$ 沿闭环系统(8)轨迹的差分满足

$$\begin{aligned} V(x(k)) - x^T(k) [\bar{A}_i^T P \bar{A}_i - P + & \\ 4 \beta_i^2 \max(B_i^T P B_i) I] x(k). & \end{aligned} \quad (16)$$

于是当系统切换到第 i 个子系统时,由矩阵集 Z_i 的

完备性和切换策略(15)的定义,有 $V(x(k)) < 0$. 从而系统在给定切换策略下,可经状态反馈(6)和(7)实现渐近镇定.

下面研究切换系统(1)的输出反馈镇定问题. 为此作如下假设:

假设 3 不确定项 $f_i(x(k))$ 满足匹配条件

$$f_i(x(k)) = B_i \bar{f}_i(x(k)), i = \underline{m}, \quad (17)$$

并且存在已知常数 $\alpha_i > 0$,使得下式成立:

$$\bar{f}_i(x(k)) = \alpha_i y(k), i = \underline{m}. \quad (18)$$

假设 4 矩阵对 $(A_i, B_i) (i = \underline{m})$ 是完全能控的.

定理 3 对于系统(1),在假设 3 和假设 4 成立的条件下,若存在 m 个矩阵 F_i 和可逆矩阵 Q_i ,对称正定矩阵 P 以及常数 $\beta > 0$,使得下式成立:

$$\begin{cases} B_i^T P \bar{A}_i = Q_i C_i, \\ \bar{A}_i^T P \bar{A}_i - P + H_i I + \beta I < 0. \end{cases} \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{A}_i &= A_i + B_i F_i C_i, \\ H_i &= 2 \sum_{i=1}^2 \max(B_i^T P B_i) \max(C_i^T C_i) [1 + \\ &\quad Q_i^{-2} \max(Q_i^{-1} Q_i^T)], i = \underline{m}. \end{aligned}$$

定义

$$\begin{cases} u_i = u_i^1 + u_i^2, u_i^1 = F_i y(k), \\ u_i^2 = -\alpha_i Q_i^{-T} Q_i y(k), i = \underline{m}. \end{cases} \quad (20)$$

则对于任意切换,闭环系统(1)和(20)二次稳定.

证明过程与定理 1 类似,此略.

4 多李亚普诺夫函数方法研究

考虑采用多李亚普诺夫函数方法,用于研究非线性切换系统(1)的渐近稳定性问题. 这里假定 $m = 2$,则有

$$\begin{cases} x(k+1) = A_i x(k) + B_i u(k) + f_i(x(k)), \\ y(k) = C_i x(k), i = 1, 2. \end{cases} \quad (21)$$

定理 4 在假设 1 和假设 2 成立的条件下,如果存在矩阵 L_1 和 L_2 ,两个(同时)非负或(同时)非正实数 β_1 和 β_2 ,以及两个对称正定矩阵 P_1 和 P_2 ,使得下面两个不等式成立:

$$\begin{aligned} & - (A_1 + B_1 L_1)^T P_1 (A_1 + B_1 L_1) + P_1 - \\ & 4 \sum_{i=1}^2 \max(B_i^T P_1 B_i) I + \beta_1 (P_2 - P_1) > 0, \quad (22) \\ & - (A_2 + B_2 L_2)^T P_2 (A_2 + B_2 L_2) + P_2 - \\ & 4 \sum_{i=1}^2 \max(B_i^T P_2 B_i) I + \beta_2 (P_1 - P_2) > 0. \quad (23) \end{aligned}$$

定义状态反馈控制器如式(6)和(7)所示. 则存在切换函数 $\sigma(k) : Z_+ \rightarrow \{1, 2\}$,使得闭环切换系统(6), (7)和(21)是渐近稳定的.

证明 不妨设 β_1 和 β_2 均非负,定义

$$\begin{cases} V_i(x(k)) = x^T(k) P_i x(k), \\ \sigma(k) = \arg \max\{V_i(x(k))\}, i = 1, 2. \end{cases} \quad (24)$$

由式(22)和(23)同时成立可得以下结论:

- 1) 当 $x^T(P_1 - P_2)x = 0$ 且 $x(k) \neq 0$ 时,有 $x^T(k) [(A_1 + B_1 L_1)^T P_1 (A_1 + B_1 L_1) - P_1 + 4 \sum_{i=1}^2 \max(B_i^T P_1 B_i) I] x(k) < 0$.
- 2) 当 $x^T(P_2 - P_1)x = 0$ 且 $x(k) \neq 0$ 时,有 $x^T(k) [(A_2 + B_2 L_2)^T P_2 (A_2 + B_2 L_2) - P_2 + 4 \sum_{i=1}^2 \max(B_i^T P_2 B_i) I] x(k) < 0$.

记

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \{x \in R^n \mid x^T(P_1 - P_2)x = 0, x \neq 0\}, \\ \sigma_2 &= \{x \in R^n \mid x^T(P_2 - P_1)x = 0, x \neq 0\}. \end{aligned}$$

则 $\sigma_1 \cap \sigma_2 = R^n \setminus \{0\}$. 对于由式(6), (7)和(21)组成的闭环切换系统,当 $x \in \sigma_1$ 时,有

$$\begin{aligned} V_1(x(k)) &= \\ & x^T(k+1) P_1 x(k+1) - x^T(k) P_1 x(k) \\ & x^T(k) [\bar{A}_1^T P_1 \bar{A}_1 - P_1 + \\ & 4 \sum_{i=1}^2 \max(B_i^T P_1 B_i) I] x(k). \end{aligned}$$

同理,当 $x \in \sigma_2$ 时,有 $V_2(x(k)) < 0$. 另外,由切换律(24)的定义可知,在切换时刻 k_j ,有

$$V_{(\sigma_j)}(x(k_j)) = V_{(\sigma_{j-1})}(x(k)).$$

上式说明,在切换时刻 k_j ,李亚普诺夫能量函数是单调不增的. 从而由切换系统的多李亚普诺夫函数方法^[11,12]可知,闭环系统(6), (7)和(21)是渐近稳定的. 当 β_1 和 β_2 非正时,令

$$\sigma(k) = \arg \min\{V_i(x(k))\}, i = 1, 2.$$

可得同样结论. 综上可知定理 4 成立.

类似地,对于输出反馈有如下结论:

定理 5 对于系统(21),设假设 3 和假设 4 成立,并设 C_1 和 C_2 为列满秩矩阵. 如果存在矩阵 F_1 和 F_2 以及可逆矩阵 Q_1 和 Q_2 ,两个(同时)非负或(同时)非正的实数 β_1 和 β_2 以及两个对称正定矩阵 P_1 和 P_2 ,使得下式成立:

$$\begin{aligned} & B_i^T C_i^T P_i C_i \bar{A}_i = Q_i C_i, i = 1, 2; \\ & - \bar{A}_1^T C_1^T P_1 C_1 \bar{A}_1 + C_1^T P_1 C_1 - \bar{H}_1 I + \\ & \quad \beta_1 (P_2 - P_1) > 0; \\ & - \bar{A}_2^T C_2^T P_2 C_2 \bar{A}_2 + C_2^T P_2 C_2 - \bar{C}_2 H I + \\ & \quad \beta_2 (P_1 - P_2) > 0. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{H}_i &= 2 \sum_{i=1}^2 \max(B_i^T C_i^T P_i C_i B_i) \max(C_i^T C_i) \times \\ & [1 + Q_i^{-2} \max(Q_i^{-1} Q_i^T)], \\ \bar{A}_i &= A_i + B_i F_i C_i, i = 1, 2. \end{aligned}$$

定义输出反馈控制器如式(20)所示. 则存在切换函

数 $(k) : Z_+ \{1, 2\}$, 使得闭环切换系统 (20) 和 (21) 是渐近稳定的.

证明略.

5 实例仿真

给定如下离散时间切换系统:

$$x(k+1) = A x(k) + B u + \quad (x(k)),$$

$$(k) = 1, 2.$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix},$$

$$f_1(x) = \frac{1}{8} x_1 \begin{bmatrix} \sin(x_1^2 + x_2^2) \\ 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$f_2(x) = \frac{1}{8} x_2 \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(x_1^2 + x_2^2) \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

取 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.125, K_1 = [-0.5 \quad -1], \beta = 0.5,$
 $K_2 = [-2 \quad -3.5]$. 解矩阵不等式 (5), 得

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 0.2 \\ 0.2 & 3 \end{bmatrix}.$$

$x^T(k) P x(k)$ 为一公共李亚普诺夫函数. 由式 (6) 和 (7) 得

$$\bar{u}_1 = \begin{cases} -\frac{1}{8} \frac{x_1 - 0.1x_2}{x_1 - 0.1x_2} x, \\ x_1 - 0.1x_2 = 0; \\ 0, x_1 - 0.1x_2 = 0. \end{cases}$$

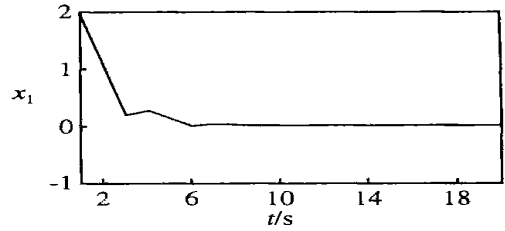
$$\bar{u}_2 = \begin{cases} -\frac{1}{8} \frac{0.1x_1 - 1.5x_2}{0.1x_1 - 1.5x_2} x, \\ 0.1x_1 - 1.5x_2 = 0; \\ 0, 0.1x_1 - 1.5x_2 = 0. \end{cases}$$

取初始状态为 $(2, -1)^T$, 图 1 和图 2 分别为切换系统迭代计算 20 次后, 系统的状态随时间的变化曲线以及系统控制量随时间的变化曲线. 其中切换策略为

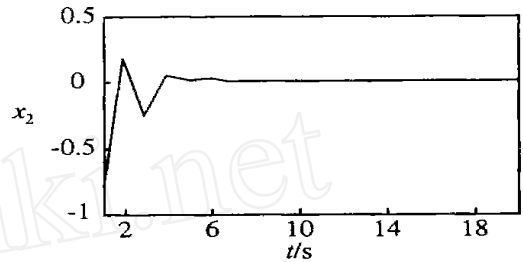
$$(k) = \begin{cases} 1, & k = 20 \text{ 且 } k \text{ 可被 } 3 \text{ 整除}; \\ 2, & \text{否则}. \end{cases}$$

6 结 论

本文考虑一类离散时间切换系统的鲁棒控制问题. 利用公共李亚普诺夫函数方法和多李亚普诺夫函数方法, 分别给出了切换系统鲁棒状态反馈和鲁棒输出反馈控制器设计, 保证了切换系统的二次稳定性和渐近稳定性. 仿真结果表明所设计的控制器是有效的, 从而为切换系统的鲁棒控制提供了一种有效的设计方法.



(a) x_1 的变化曲线



(b) x_2 的变化曲线

图 1 切换系统状态随时间的变化

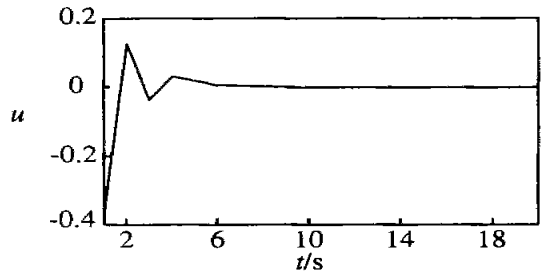


图 2 切换系统控制量随时间的变化

参考文献 (References):

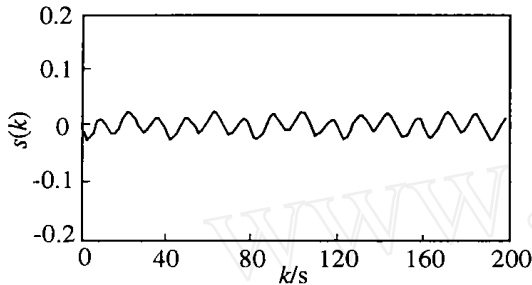
- [1] Skafidas E, Evans R J, Savkin A V, et al. Stability results for switched controller systems[J]. *Automatica*, 1999, 35 (4) : 553-564.
- [2] Brockett R W. *Hybrid Modes for Motion Control Systems* [M]. Boston: Birkhauser, 1993.
- [3] Gollu A, Varaiya P P. Hybrid dynamical systems[A]. *Proc 28th IEEE Conf on Decision and Control*[C]. Tampa, 1989. 3228-3234.
- [4] Seidman T I. *Switching systems*[R]. Baltimore, 1986. 68-78.
- [5] Liberzon D, Morse A S. Basic problems in stability and design of switched systems[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1999, 19(1) : 59-70.
- [6] Narendra K S, Balakrishnan J. A daptive control using multiple modes[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(2) : 171-188.

(下转第 670 页)

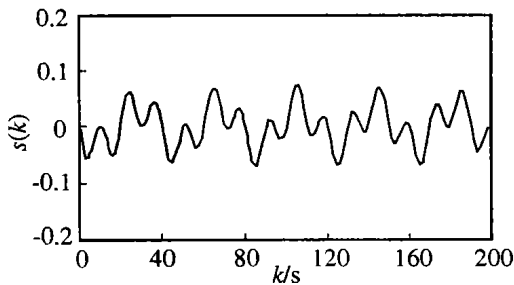
$$v_1(k) = 4\sin \frac{v_R(k)v_R(k-1)}{1+v_R^2(k-1)},$$

$$v_2(k) = 4\sin \frac{v_R(k)v_R(k-1)v_R(k-2)}{1+v_R^2(k-1)+v_R^2(k-2)}.$$

本文方法的滤波效果如图5(a)所示;基于平均法的ANFIS滤波效果如图5(b)所示.仿真结果表明,当 $v_1(k)$ 和 $v_2(k)$ 为各类噪声时,基于加权系数的LC的AFNNS系统去噪效果良好.



(a) 本文方法的误差信号



(b) 加权平均法的误差信号

图5 AFNNS噪声抵消器的误差信号(2)

5 结论

本文针对同一信号源的多传感信号,通过自适应模糊神经网络获取信息融合LC的加权系数和横向滤波器的系数,以此设计噪声抵消器. AFNNS具有非线性映射和学习能力,可用于噪声信号的非线性建模,达到消除噪声的目的.使用ANFIS不需反复实验建立隶属度函数,能使去噪的滤波器结构更加简单.仿真结果表明,该自适应噪声抵消器的设计方法简单易行,去噪效果良好,是自适应滤波器的一种有效的方法.

参考文献(References):

- [1] Simon Haykin. *Adaptive Filter Theory*[M]. Fourth edition. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002. 320-331.
- [2] Kuo S M, Chen J. Multiple-microphone acoustic echo cancellation system with the partial adaptive process[J]. *Digital Signal Processing*, 1993, 3(1): 54-63.
- [3] Vorobyov S A, Cichocki A. Adaptive noise cancellation for multi-sensory signals [J]. *Fluctuation and Noise Letters*, 2001, 1(1): 13-24.
- [4] 张化光,何希勤. 模糊自适应控制理论及应用[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2002. 115-121.
- [5] Er M J, Sia A M. Adaptive noise cancellation using dynamic fuzzy neural networks algorithm[A]. *Proc 15th of IFAC World Congress*[C]. Barcelona, 2002.
- [6] Cichocki A, Vorobyov S A, Rutkowski T. Nonlinear interference cancellation using neural networks[A]. *Proc Int Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications* [C]. Hawaii, 1999. 875-878.

(上接第666页)

- [7] Savkin A V, Skafidas E, Evans R J. Robust output feedback stabilizability via controller switching [J]. *Automatica*, 1999, 35(1): 69-74.
- [8] 张霄力,刘玉忠,赵军. 一类切换系统的鲁棒控制[J]. 东北大学学报, 2000, 21(5): 498-500.
(Zhang X L, Liu Y Z, Zhao J. Robust control of a class of switched systems[J]. *J of Northeastern University*, 2000, 21(5): 498-500.)
- [9] 翟长连,何苇,吴智铭. 切换系统的稳定性及镇定控制器设计[J]. 信息与控制, 2000, 29(1): 21-26.
(Zhai C L, He W, Wu Z M. Stability and stabilizing design of m -switched systems[J]. *Information and Control*, 2000, 29(1): 21-26.)
- [10] 史忠科. 离散系统鲁棒稳定的简化条件及其反馈控制方法[J]. 控制与决策, 2003, 18(2): 254-256.
(Shi Z K. Simplified condition and feedback control method for robust stability of discrete-time linear systems [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(2): 254-256.)
- [11] Peleties P, Decarlo R. Asymptotical stability of m -switched systems using Lyapunov-like functions[A]. *Proc American Control Conf*[C]. Boston, 1991. 1679-1684.
- [12] Branicky M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(4): 475-482.