第 19 卷 第 6 期　　控 制 与 决 策　　2004 年 6 月
Vol. 19 No. 6　　Control and Decision　　June 2004

文章编号: 1001-0920(2004)06-0687-04

不确定关联大系统对时变参数的自适应控制

王春晓, 李俊民
(西安电子科技大学 应用数学系, 陕西 西安 710071)

摘　要: 考虑具有时滞的不确定非线性关联大系统的鲁棒控制问题. 假设不确定时变参数为半线性或非线性系统的有界输出, 通过对时变不确定参数设计自适应律, 从而对不确定参数进行估计. 利用线性矩阵不等式技术和自适应参数估计方法, 设计出鲁棒自适应控制器, 从而保证闭环系统渐近稳定. 建立了可由线性矩阵不等式表示的镇定条件. 仿真示例说明该方法是有效的.

关键词: 关联大系统; 自适应控制; 线性矩阵不等式; 时变参数
中图分类号: TP13　　**文献标识码**: A

Adaptive robust control for uncertain large-scale interconnected systems

WANG Chun-xiao, LI Jun-min
(Department of Applied Mathematics, Xidian University, Xi'an 710071, China. Correspodent: WANG Chun-xiao, E-mail: cxw9704 @163. tom)

Abstract: Robust control design is considered for time-delay nonlinear systems with time variant uncertainties. Supposing that time variant uncertainties are the bounded output of quasilinear or nonlinear systems, it is shown that bounded uncertainties from an exo-system can be estimated as a globally stabilizing robust control. The feedback control with adaptation to uncertain parameters is given. Stabilization conditions in the form of linear matrix inequality (LMI) are established. An example illustrates the effectiveness of the result.

Key words: large-scale interconnected systems; adaptive control; linear matrix inequality; time varying parameters

1 引　　言

近年来, 利用状态反馈镇定不确定性系统引起了控制界的广泛注意, 并取得许多有意义的结果. 文献[1～3]运用 Lyapunov 稳定性理论, 建立了基于解 Riccati 矩阵代数方程寻求镇定控制器的方法. [4, 5]运用 LMI 技术建立一组线性矩阵不等式, 利用 Matlab 提供的 LMI 工具箱进行求解, 获取镇定系统的控制器. [1]假设匹配的时变不确定项满足线性有界性条件, 并且界化参数是已知常数. [4]所考虑的是不确定项为时变的情形, 但不确定项除满足匹配条件外还需满足所谓的秩 1 分解, 且限定了不确定参数界, 而此界难以确定. 上述文献对系统不确定性部分的限制也十分苛刻, 或要求不确定项满足矩阵多项式模型结构, 或要求不确定项满足匹配条件. 文献[6]采用自适应的方法对不匹配不确定线性时滞系统进行控制, 但不确定项也必须满足范数有界, 而要得到不确定项的精确界是非常困难的.

在不确定系统的鲁棒控制中, 当不确定参数为慢时变时, 可用标准的自适应控制[7]进行设计; 当不确定参数或其界为快时变时, 可用鲁棒控制[8]或鲁

收稿日期: 2003-06-04; **修回日期**: 2003-07-28.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69974028); 陕西省自然科学基金资助项目(2003A15).
作者简介: 王春晓(1979 —), 女, 山东威海人, 硕士生, 从事鲁棒控制、自适应控制的研究; 李俊民(1965 —), 男, 陕西岐山人, 教授, 博士, 从事自适应控制、最优控制等研究.

棒自适应控制[9]进行设计;当时变参数由稳定的半线性系统产生时,则可将参数视为状态变量来设计自适应律[10].

本文针对非线性不确定关联时滞大系统,其不确定项也需满足匹配条件,但未知参数可以是时变的,并且是已知的或部分已知的半线性或非线性系统的未知输出,利用自适应的方法估计时变的未知信号,从而设计出使闭环系统渐近稳定的控制器.

2 系统描述

考虑由 N 个不确定子系统关联组成的大系统

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = \\ A_i x_i(t) + F_i(x_i, \theta_i, t) + B_i u_i(t) + \\ \sum_{j=1}^{N} [A_{ij} x_j(t - \tau_{ij}) + E_{ij}(x_j, \sigma_{ij}, t - \tau_{ij})], \\ x_i(t) = \phi_i(t), t \in [-\tau_i, 0], \\ \tau_i = \max_j(\tau_{ij}), i, j = 1, \cdots, N. \end{cases} \tag{1}$$

其中:$x_i(t) \in R^{n_i \times 1}$ 是系统的状态,$A_i \in R^{n_i \times n_i}$ 和 B_i 是适当维数的实常数矩阵,$\tau_{ij} \geq 0$ 为时滞常数,初始状态 ϕ_i 为 $[-\tau_i, 0]$ 上的连续向量函数,A_{ij} 是第 j 个子系统对第 i 个子系统的常数联接矩阵,$F_i(x_i, \theta_i, t) \in R^{n_i \times 1}$ 为孤立子系统的非线性部分,其中含有不确定性,$E_{ij}(x_j, \sigma_{ij}, t - \tau_{ij})$ 为非线性关联部分,其中含有不确定性,并且满足

$$\begin{cases} F_i(x_i, \theta_i, t) = B_i W_i^{\mathrm{T}}(x_i, t) \phi_i(t), \\ E_{ij}(x_j, \sigma_{ij}, t - \tau_{ij}) = \\ B_i \widetilde{W}_{ij}^{\mathrm{T}}(x_j, t - \tau_{ij}) \bar{\phi}_{ij}(t - \tau_{ij}), \end{cases} \tag{2}$$

$W_i(x_i, t)$ 和 $\widetilde{W}_{ij}(x_j, t - \tau_{ij})$ 为已知的关于 t 一致有界,关于 x_i 局部一致有界的矩阵函数.

假设 1 未知向量函数 $\phi_i(t)$ 和 $\bar{\phi}_{ij}(t)$ 分别为如下半线性系统的有界输出:

$$\begin{cases} \dot{\phi}_i(t) = g_{i1}(x_i, t) \phi_i + g_{i2}(x_i, t), \\ \dot{\bar{\phi}}_{ij}(t - \tau_{ij}) = h_{ij1}(x_j, t - \tau_{ij}) \bar{\phi}_{ij} + \\ h_{ij2}(x_j, t - \tau_{ij}), \end{cases} \tag{3}$$

并且存在正定常矩阵 P_i^1 和 $\bar{P}_{ij}^1$,使得

$$\begin{cases} P_i^1 g_{i1}(x_i, t) + g_{i1}^{\mathrm{T}}(x_i, t) P_i^1 < 0, \\ \bar{P}_{ij}^1 h_{ij1}(x_i, t - \tau_{ij}) + h_{ij1}^{\mathrm{T}}(x_i, t - \tau_{ij}) \bar{P}_{ij}^1 < 0. \end{cases} \tag{4}$$

其中 g_{ik} 和 $h_{ijk}(k = 1, 2)$ 为已知的关于 t 一致有界,关于 x_i 局部一致有界的矩阵函数.

注 1 只要选择 g_{i1} 和 h_{ij1} 为负定函数矩阵,则式(4) 成立,而 g_{i2} 和 h_{ij2} 只需满足维数上的匹配关系即可. 由式(2) 知,W_i 和 $\widetilde{W}_{ij}$ 为系统确定项的时变部分,ϕ_i 和 $\bar{\phi}_{ij}$ 为不确定项的时变部分,它们只需满足维数上的匹配关系即可. 后面的仿真例子给出了它们的一种选择方法.

假设 2 未知向量函数 $\phi_i(t)$ 和 $\bar{\phi}_{ij}(t)$ 分别为如下非线性系统的有界输出:

$$\begin{cases} \dot{\phi}_i(t) = \bar{g}_{i1}(x_i, \phi_i, t) + \bar{g}_{i2}(x_i, t), \\ \dot{\bar{\phi}}_i(t - \tau_{ij}) = \bar{h}_{ij1}(x_j, \bar{\phi}_{ij}, t - \tau_{ij}) + \\ \bar{h}_{ij2}(x_j, t - \tau_{ij}). \end{cases} \tag{5}$$

其中:$\bar{g}_{ik}$ 和 $\bar{h}_{ijk}(k = 1, 2)$ 为已知的关于 t 一致有界,关于 x_i 局部一致有界的矩阵函数;且存在正定常矩阵 P_i^2 和 $\bar{P}_{ij}^2$,使得

$$(z_i - \omega_i)^{\mathrm{T}} P_i^2 [\bar{g}_{i1}(x_i, z_i, t) - \bar{g}_{i1}(x_i, \omega_i, t)] < 0, \tag{6}$$

$$(z_{ij} - \omega_{ij})^{\mathrm{T}} \bar{P}_{ij}^2 [\bar{h}_{ij1}(x_j, z_{ij}, t - \tau_{ij}) - \bar{h}_{ij2}(x_j, \omega_{ij}, t - \tau_{ij})] < 0. \tag{7}$$

注 2 当假设 2 中的 $\bar{g}_{i1}$ 和 $\bar{h}_{ij}$ 分别为 ϕ_i 和 $\bar{\phi}_{ij}$ 的线性函数时,假设 2 等同于假设 1. 即假设 1 为假设 2 的特殊情况.

3 鲁棒控制器的设计

引理 1[11] Σ_1 和 Σ_2 为适当维数的常矩阵,$H(t)$ 为矩阵函数,满足 $H^{\mathrm{T}}(t) H(t) \leq I$. 则有

$$\Sigma_1 H(t) \Sigma_2 + \Sigma_2^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}(t) \Sigma_1^{\mathrm{T}} \leq \rho^{-2} \Sigma_1 \Sigma_1^{\mathrm{T}} + \rho^2 \Sigma_2^{\mathrm{T}} \Sigma_2, \rho > 0.$$

定理 1 对于给定的非线性关联时滞大系统(1),若其满足假设 1,则在控制器

$$u_i(t) = k_i x_i(t) + \sum_{j=1}^{N} l_{ij} x_j(t - \tau_{ij}) - W_i^{\mathrm{T}}(x_i, t) \hat{\phi}_i - \sum_{j=1}^{N} \widetilde{W}_{ij}^{\mathrm{T}} \hat{\bar{\phi}}_{ij} \tag{8}$$

作用下,如果存在常矩阵 k_i 和 l_{ij} 满足如下线性矩阵不等式:

$$\Xi_i = \begin{bmatrix} (A_i + B_i k_i)^{\mathrm{T}} S_i + S_i(A_i + B_i k_i) + N R_i & S_i(A_{i1} + B_i l_{i1}) & \cdots & S_i(A_{iN} + B_i l_{iN}) \\ (A_{i1} + B_i l_{i1})^{\mathrm{T}} S_i & -R_1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ (A_{iN} + B_i l_{iN})^{\mathrm{T}} S_i & 0 & 0 & -R_N \end{bmatrix} < 0 \tag{9}$$

则整个闭环系统将最终渐近稳定. 其中:S_i 和 R_i 为任意选定的正定矩阵,$\hat{\phi}_i(t)$ 和 $\hat{\bar{\phi}}_{ij}(t)$ 分别为未知向量函数 $\phi_i(t)$ 和 $\bar{\phi}_{ij}(t)$ 的估计,$\tilde{\phi}_i = \phi_i - \hat{\phi}_i$,且

$$\begin{cases} \dot{\hat{\varphi}}_i(t) = g_{i1}(x_i,t)\hat{\varphi}_i + g_{i2}(x_i,t) + \\ \qquad (P_i^1)^{-1}W_iB_i^{\mathrm{T}}S_ix_i(t), \\ \dot{\hat{\bar{\varphi}}}_{ij}(t-\tau_{ij}) = \\ h_{ij1}(x_j,t-\tau_{ij})\hat{\bar{\varphi}}_{ij} + h_{ij2}(x_j,t-\tau_{ij}) + \\ (\bar{P}_{ij}^1)^{-1}\widetilde{W}_{ij}B_i^{\mathrm{T}}S_ix_i(t). \end{cases} \tag{10}$$

证明　定义如下形式的 Lyapunov 函数:

$$V = \sum_{i=1}^{N}\Big\{x_i^{\mathrm{T}}S_ix_i + \widetilde{\varphi}_i^{\mathrm{T}}P_i^1\widetilde{\varphi}_i + \sum_{j=1}^{N}\Big[\widetilde{\bar{\varphi}}_{ij}^{\mathrm{T}}\bar{P}_{ij}^1\widetilde{\bar{\varphi}}_{ij} + \int_{\tau_{ij}} x_j^{\mathrm{T}}(s)R_jx_j(s)\mathrm{d}s\Big]\Big\}. \tag{11}$$

由式(3) 和(10) 知, V 沿着由式(1) 和(8) 组成的闭环系统的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \\ & \sum_{i=1}^{N}\{x_i^{\mathrm{T}}[(A_i+B_ik_i)^{\mathrm{T}}S_i + S_i(A_i+B_ik_i)]x_i + \\ & \sum_{j=1}^{N}[x_i^{\mathrm{T}}S_i(A_{ij}+B_il_{ij})x_j(t-\tau_{ij}) + x_j^{\mathrm{T}}(t- \\ & \tau_{ij})(A_{ij}+B_il_{ij})^{\mathrm{T}}S_ix_i] + x_i^{\mathrm{T}}S_iB_iW_i^{\mathrm{T}}\widetilde{\varphi}_i + \\ & \widetilde{\varphi}_i^{\mathrm{T}}W_iB_i^{\mathrm{T}}S_ix_i + x_i^{\mathrm{T}}S_iB_i\sum_{j=1}^{N}\widetilde{W}_{ij}^{\mathrm{T}}\widetilde{\bar{\varphi}}_{ij} + \\ & \sum_{j=1}^{N}\widetilde{\bar{\varphi}}_{ij}^{\mathrm{T}}\widetilde{W}_{ij}B_i^{\mathrm{T}}S_ix_i - x_i^{\mathrm{T}}S_iB_iW_i^{\mathrm{T}}\widetilde{\varphi}_i - \widetilde{\varphi}_i^{\mathrm{T}}W_iB_i^{\mathrm{T}}S_ix_i + \\ & \sum_{j=1}^{N}[-\widetilde{\bar{\varphi}}_{ij}^{\mathrm{T}}\widetilde{W}_{ij}B_i^{\mathrm{T}}S_ix_i - x_i^{\mathrm{T}}S_iB_i\widetilde{W}_{ij}^{\mathrm{T}}\widetilde{\bar{\varphi}}_{ij}] + \\ & (g_{i1}(x_i,t)\widetilde{\varphi}_i)^{\mathrm{T}}P_i^1\widetilde{\varphi}_i + \varphi_i^{\mathrm{T}}P_i^1g_{i1}(x_i,t)\widetilde{\varphi}_i + \\ & \sum_{j=1}^{N}\widetilde{\bar{\varphi}}_{ij1}^{\mathrm{T}}(h_{ij1}^{\mathrm{T}}\bar{P}_{ij}^1 + \bar{P}_{ij}^1h_{ij1})\widetilde{\bar{\varphi}}_{ij} + \sum_{j=1}^{N}x_j^{\mathrm{T}}R_jx_j - \\ & x_j^{\mathrm{T}}(t-\tau_{ij})R_jx_j(t-\tau_{ij})\}. \end{aligned} \tag{12}$$

由式(4) 知, $\dot{V} < \sum_{i=1}^{N}\xi_i^{\mathrm{T}}\Xi_i\xi_i$, $\xi_i^{\mathrm{T}} = [x_i^{\mathrm{T}}(t), x_1^{\mathrm{T}}(t-\tau_{i1}), \cdots, x_N^{\mathrm{T}}(t-\tau_{iN})]$, Ξ_i 如式(9) 所示. 所以只要 LMI(9) 成立, 则 $\dot{V} < 0$. □

定理2　对于给定的非线性时滞大系统(1), 若其满足假设 2, 在控制器(8) 的作用下, 如果存在常矩阵 k_i 和 l_{ij} 满足线性矩阵不等式(9), 则整个闭环系统将最终渐近稳定. 其中: S_i 和 R_i 为任意选定的正定矩阵, $\varphi_i(t)$ 和 $\hat{\bar{\varphi}}_{ij}(t)$ 分别为未知向量函数 $\varphi_i(t)$ 和 $\bar{\varphi}_{ij}(t)$ 的估计, $\widetilde{\varphi}_i = \varphi_i - \hat{\varphi}_i$, 且

$$\begin{cases} \dot{\hat{\varphi}}_i(t) = \bar{g}_{i1}(x_i,\hat{\varphi}_i,t) + \bar{g}_{i2}(x_i,t) + \\ \qquad (P_i^2)^{-1}W_iB_i^{\mathrm{T}}S_ix_i(t), \\ \dot{\hat{\bar{\varphi}}}_{ij}(t-\tau_{ij}) = \\ \bar{h}_{ij1}(x_j,\hat{\bar{\varphi}}_{ij},t-\tau_{ij}) + \bar{h}_{ij2}(x_j,t-\tau_{ij}) + \\ (\bar{P}_{ij}^2)^{-1}\widetilde{W}_{ij}B_i^{\mathrm{T}}S_ix_i(t). \end{cases} \tag{13}$$

证明类似于定理 1, 此略.

注 3　对于 LMI(9), 可利用 Matlab 提供的 LMI 工具箱进行求解, 得到 k_i 和 l_{ij}; 再利用式(3) 和(10) 或(5) 和(13) 求出对未知参数的估计, 代入式(8) 即可求出使闭环系统稳定的控制器.

4　示例仿真

考虑下列由两个含不确定性的子系统组成的关联大系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) = & \\ & \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}x_1(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}u_1(t) + \\ & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\sin^{\mathrm{T}}(x_{11}(t))\varphi_1(t) + \\ & \sum_{j=1}^{2}\left\{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}x_j(t-1) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\widetilde{W}_{1j}^{\mathrm{T}}\bar{\varphi}_{1j}\right\}, \\ \dot{x}_2(t) = & \\ & \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}x_2(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}u_2(t) + \\ & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\sin^{\mathrm{T}}(x_{21}(t))\varphi_2(t) + \\ & \sum_{j=1}^{2}\left\{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}x_j(t-1) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\widetilde{W}_{2j}^{\mathrm{T}}\bar{\varphi}_{2j}\right\}. \end{aligned}$$

其中: $W_1 = \sin(x_{11}(t))$, $W_2 = \sin(x_{21}(t))$, $\widetilde{W}_{ii} = 0$, $i = 1,2$, $\widetilde{W}_{12} = x_{21}(t-1)$, $\widetilde{W}_{21} = x_{12}(t-1)$. 未知向量函数 $\varphi_i(t)$ 和 $\bar{\varphi}_{ij}(t)$ 满足如下微分方程:

$$\dot{\varphi}_1(t) = -x_{11}^2(t)\varphi_1 + x_{12}(t), \dot{\varphi}_2 = -x_{21}^2\varphi_2 + x_{22},$$

$$\dot{\bar{\varphi}}_{12} = -x_{21}^2(t-1)\bar{\varphi}_{12} + x_{21}(t-1),$$

$$\dot{\bar{\varphi}}_{21} = -x_{12}^2(t-1)\bar{\varphi}_{21} + x_{12}(t-1).$$

初始条件为 $x_1(t) = [0.5, -0.4]^{\mathrm{T}}$, $x_2(t) = [1, 0.4]^{\mathrm{T}}$, $t \in [-1, 0]$. 由定理 1, 解不等式(9) 可求出待定系数的一组可行解

$$k_1 = [0.533\,3\quad 0], l_{11} = [-1\quad 0],$$

$$l_{12} = [-1, 0], k_2 = [0.451\,7\quad 0],$$

$$l_{21} = [-1\quad 0], l_{22} = [-1\quad 0].$$

由式(10) 知, 对不确定参数的自适应律, 有

$$\dot{\tilde{\varphi}}_1 = - x_{11}^2 \tilde{\varphi}_1 - (\sin x_{11}(t)) x_{11}(t),$$

$$\dot{\tilde{\varphi}} = - x_{21}^2(t) \tilde{\varphi}_2 - (\sin x_{21}(t)) x_{21}(t),$$

$$\dot{\tilde{\varphi}}_{12} = - x_{21}^2(t-1) \tilde{\varphi}_{12} - x_{21}(t-1) x_{11},$$

$$\dot{\tilde{\varphi}}_{21} = - x_{12}^2(t-1) \tilde{\varphi}_{21} - x_{12}(t-1) x_{21}(t).$$

将上式代入式(8) 及原系统模型,用 Simulink 进行仿真,所得结果分别如图 1 ～ 图 3 所示.

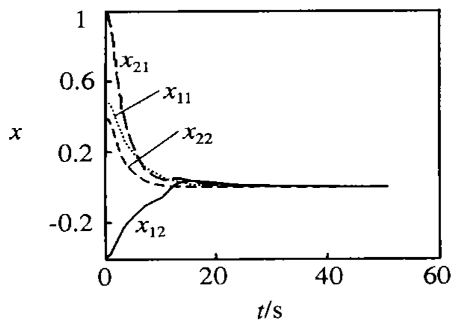

图 1 状态 x 随时间的变化

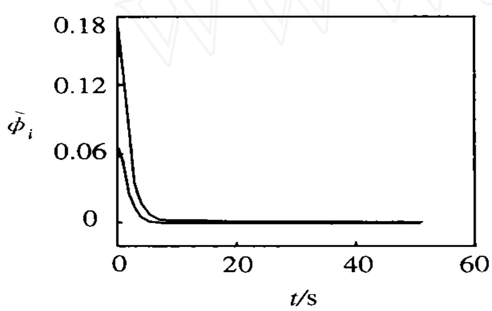

图 2 $\tilde{\varphi}_i$ 随时间的变化

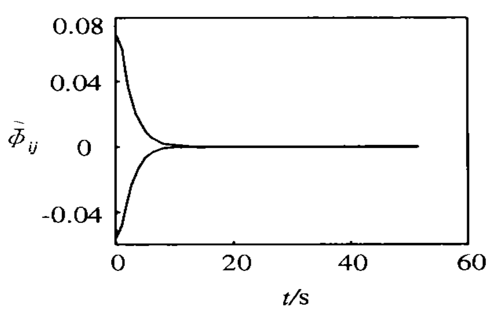

图 3 $\tilde{\varphi}_{ij}$ 随时间的变化

5 结 论

本文基于线性矩阵不等式方法,对含有时变未知参数的不确定时滞大系统,通过对时变参数进行估计设计其自适应律,从而构造出使闭环系统稳定的控制器. 仿真结果表明了本文方法的可行性.

参考文献(References) :

[1] Chen Y H, Leimann G, Kai X Z. Robust control design for interconnected system with time-varying uncertainties [J]. *Int J Control*, 1991, 54(5): 1119-1142.

[2] Lin Shi, Sunil K S. Decentralized control for interconnected uncertain systems: Extensions to higher-order uncertainties[J]. *Int J Control*, 1993, 57(6): 1453-1468.

[3] Gavel D T, Siliak D D. Decentralized adaptive control: Structural condition for stability[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34(4): 413-426.

[4] 谢永芳, 桂卫华, 刘晓颖, 等. 时变不确定性关联系统的分散鲁棒稳定控制器设计[J]. 控制理论与应用, 1999, 16(6): 903-906.
(Xie Yongfang, Gui Weihua, Liu Xiaoying, et al. Decentralized robust stabilizing control design for inter-connected time-delay uncertain systems[J]. *Control Theory and Applications*, 1999, 16(6): 903-906.)

[5] 曹永岩, 孙优贤. 不确定状态滞后系统时滞相关鲁棒 H^{∞} 控制[J]. 自动化学报, 1999, 25(2): 231-234.
(Cao Yongyan, Sun Youxian. Delay-dependent robust control for uncertain state delayed systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25(2): 231-234.)

[6] Hu Jianbo, Chu Jian. Robust adaptive control for a class of uncertain time-delay systems[J]. *Control Theory and Applications*, 2001, 18(3): 380-384.

[7] Zhang Y, Ioannou P A. Adaptive control of linear time varying systems[A]. *Proc 35th IEEE Conf Decision Control*[C]. Kobe, 1996. 837-842.

[8] Qu Z, Kamen E W, Dorsey J F. Continuous input-output robust tracking control of SISO continuous time systems with fast time-varying parameters: A model reference approach[J]. *Automatica*, 1997, 33(4): 533-550.

[9] Marino R, Tomei P. Robust adaptive regulation of linear time varying systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(7): 1301-1311.

[10] Marino R, Tomei P. *Nonlinear Control Design*[M]. NJ: Prentice-Hall, 1995.

[11] Magdi S Mahmoud. *Robust Control and Filtering for Time-delay Systems*[M]. New York, 2000.